

Doç.Dr. Mustafa Özdemir

1

Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık 1

(Beşinci Baskı)

Sayılar
Bölünebilme
Basit Denklemler
Problemler
Çarpanlara Ayırma
Çözümleme
Eşitsizlikler (AGO)



ALTIN NOKTA

**Temel
Bilgiler**

BU KİTAPTA MATEMATİK OLİMPİYATLARINA HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULUNAN SORULAR BULUNMAKTADIR. KİTAPTA BULUNAN, KONU ANLATIMI ve ÇÖZÜMLERİN OLDUĞU KISIMLAR, BU DÖKÜMANA KONULMAMIŞTIR.

Kitabın içeriği hakkında bir bilgi verilmesi amacıyla bu döküman hazırlanmıştır.

Konuların içeriğini ve soruların çözümlerini

MATEMATİK OLİMPİYATLARINA HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler)

ALTIN NOKTA YAYINLARI

kitabında bulabilirsiniz.

Kitabın içindeki konuları, Aşağıdaki İÇİNDEKİLER bölümünden inceleyebilirsiniz

Mustafa Özdemir

İrtibat İçin : mozdemir07@gmail.com
veya Altın Nokta Yayınevi

Önsöz

Antalya Matematik Olimpiyatlarına öğrenci hazırlayan bazı öğretmenlerimizin Türkçe kaynak bulamamaktan şikayet etmeleri üzerine yazmaya karar verdiğim ve bir kitaptan oluşacağını düşünerek başladığım olimpiyatlara hazırlık kitabı, bir anda beş ciltlik güzel bir kaynak oldu. Bu kitaplarda, hemen hemen her konuya ve bu konularla ilgili değişik sorulara yer vermeye çalıştım.

Aslında, İngilizce bilen her öğrenci internette birçok olimpiyat kaynağına ulaşabilir. Fakat, konularına göre yazılmış ve konularına göre sorular verilmiş Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık Kitapları, olimpiyatlara yeni başlayan öğrenciler ve olimpiyatlara öğrenci hazırlayan öğretmenler için büyük bir kolaylık sağlamıştır. Bu kitaplardan öğrenilen temel bilgiler sayesinde, farklı dillerden ve farklı kaynaklardan ulaşılan bir çok olimpiyat sorusunun ve çözümünün daha çabuk anlaşılır hale geleceğini umuyorum.

Kitaplarla ilgili Türkiye'nin hemen hemen her yerinden hem öğrencilerden hem de öğretmenlerimizden teşekkür e-postaları ve telefonları almaktayım. Türkiye'de böyle bir kaynağın olmasından dolayı teşekkür eden birçok öğrenci ve öğretmeni-miz, konularına göre soruların verilmiş olmasının, her konunun detaylı şekilde incelenmiş olmasının ve anlaşılır bir dille yazılmış olmasının, kendilerine büyük kolaylık sağladığını e-postalarında ifade ediyorlar. Kitapta bulunan bazı hataları da bana bildiren öğrenci ve öğretmenlerimiz sayesinde, daha sonraki basımlarda, bu hataların giderilmesine çaba sarf ediyorum. Her ne kadar tashihini yapmış olsam da, soruların zorluğu ve çokluğu ve zamanın darlığı bazen hataları görmemize engel oluyor. Kitaplardaki olabilecek diğer hatalarımı ve kitapla ilgili görüş ve düşüncelerinizi, yine **mozdemir07@gmail.com** e-posta adresine gönderirseniz sevinirim.

Bu kitaplarla güzel ülkeme çok küçük de olsa, bir faydam olmuşsa, bu benim için büyük bir mutluluktur.

Hangi Ciltte Hangi Konular Var?

Birinci ve ikinci ciltte, olimpiyatlar için en gerekli temel kavramların ve yöntemlerin verilmesi amaçlandı. Bunun için, temel kavramlar, tanımlar, gösterimler verilerek, problem tipleri, çarpanlara ayırma, çözümleme, toplamalar, kombinatorik, binom açılımı, ispat yöntemleri konuları ele alındı.

Üçüncü ciltte ise, sayılar teorisi konusu ele alınarak, bölünebilme, asal sayılar, obek-okek, modüler aritmetik, Fermat, Euler, Wilson teoremleri, Çin kalan teoremi, denklikler, tamdeğer, konuları verildi.

Dördüncü ciltte ise, fonksiyonlar, polinomlar, polinom denklemler ve eşitsizlikler, diziler, denklemler ve denklem sistemleri konularına yer verildi.

Beşinci ciltte ise, logaritma ve trigonometri bilgisi, limit, süreklilik, türev, fonksiyonel denklemler ve eşitsizlikler konuları verildi.

Her bir kitapta öncelikle, **konuya** ve o konu ile ilgili **örnek öğretici olabilecek sorulara** yer verdim. Daha sonra, her bir konu ile ilgili **dünyada değişik olimpiyatlarda sorulmuş soruları ve çözümlerini** ilave ederek, öğrencilerin karşılaşabileceği farklı soruları görmesini sağladım.

Türkiye’deki Matematik Olimpiyatları Konusunda Kısa Bilgi

Türkiye’de olimpiyat etkinlikleri, **TÜBİTAK** Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı (BİDEB) tarafından yürütülmektedir. Bu çalışmalar hem ulusal düzeyde hem de uluslararası düzeyde yapılmaktadır. Ulusal düzeyde gerçekleştirilen İlköğretim Matematik Olimpiyatı ile Liseler İçin Matematik Olimpiyatları sonuçlarına göre ülkemizi Uluslararası yarışmalarda temsil edecek takımlar belirlenmektedir. Uluslararası Bilim Olimpiyatlarında ülkemizi temsil edecek takımlar matematik olimpiyat kamplarında başarılı olmuş öğrencilerin, çeşitli sınavlar sonucunda seçilmeleriyle oluşmaktadır. Şu ana kadar katıldığımız **Uluslararası Matematik Olimpiyatlarında**, Umut Varolgüneş, Melih Üçer, Ömer Faruk Tekin, Cafer Tayyar Yıldırım, Selim Bahadır (2 kez), Nizameddin Ordulu, Mehmet Bumin Yenmez ülkemize **altın madalya** kazandıran öğrencilerdir.

Son yıllarda, birçok üniversite lise öğrencilerine yönelik olarak matematik olimpiyatları düzenlemektedir. Bunlardan en eskisi Akdeniz Üniversitesi tarafından düzenlenen Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatlarıdır, bu olimpiyat birincisi test ve ikincisi klasik olarak iki aşamada yapılmaktadır. Yine, Fatih, Koç, Doğuş, Mersin, Sabancı üniversiteleri de matematik olimpiyatı düzenleyen üniversitelerden bazılarıdır.

Matematik Olimpiyatlarına Hazırlanan Bir Öğrenci Ne Kazanır?

Matematik olimpiyatlarına hazırlanmak hem zor hem de zevklidir. Matematik olimpiyatlarına hazırlanan bir öğrenci sınavın sonucunda hangi dereceyi alırsa alsın **asla kaybetmez**. Öğrendiği konular ve zor soruların yanında, beynini zorlaması ufkuna açmasına ve ileride zor problemler ile karşılaştığında daha sağlıklı ve daha tutarlı yorumlar yapmasını sağlayacaktır. Sporla uğraşan bir sporcu katıldığı olimpiyatta başarılı olamasa bile, hazırlanma aşamasında vücudunun sağlıklı olması için yaptığı çalışmaların faydasını gördüğü gibi, matematik olimpiyatlarına hazırlanan bir öğrenci de, zor problemlere kafa yormasının sonucu olarak beynini geliştirir. İnsanlar düşündükçe aklını kullandıkça , matematik problemi çözdükçe beyin hücrelerinin yolları açılır. Bilim adamları, normal insanların mevcut beyin kapasitelerinin çok az bir kısmını kullanabildiğini söylemektedirler. Bu kapasite elbette sıradan işlerle uğraşarak, beyni yormayarak, basit ve birbirine benzeyen problemleri çözerek artmayacaktır. Beyni yormak gerekir. **Beyni zorlamak**, sürekli yeni problemlerle meşgul etmek gerekir. Beyin hücreleri kullanılmaz ise kaybedilir. O halde, bir matematik yarışmasına girsek de girmesek de zor sorular ile uğraşmalıyız.

Matematik Olimpiyatlarına Nasıl Hazırlanılmalı?

Matematik Olimpiyatlarına hazırlanmak gerçekten zordur. Zaman ister. Tıpkı olimpiyata hazırlanan bir haltercinin sürekli kendini geliştirmesi, yavaş yavaş ağırlıkları kaldırması ve bunu başarabilmek içinde gerekli zamanı harcıyıp vücudunu geliştirmesi gibi, yavaş yavaş ilerlenmesi gereken bir çalışmadır. Olimpiyat sorularını çözmeye yeni başlayan birisine, bazı soruların oldukça zor gelmesi normaldir. Bu biraz bilgiye, biraz tecrübeye biraz da püf noktalı sorulara hazırlıklı olmaya göre değişir. Soruların zorluk derecesi, elbetteki, bir halterin ağırlığı gibi net olarak ifade edilmese de, bildiğiniz bir konuda sorulan bir sorudaki ince bir püf nokta o soruyu çok zor hale getirebilir. Bir soru öğrenildikten sonra kolaydır. Öğreninceye kadar zor bir sorudur. Bu kitabın amaçlarından biri de size göre zor olan soruların sayısının azalmasına yardımcı olmaktır. Olimpiyatlara hazırlanan bir öğrenci herşeyden önce, **kararlı olmalı, kendine güvenmeli**, fakat ne kadar kendine güvenirse güvensin yapamaya-çağı soruların olduğunun farkında olup, çözemediği sorular karşısında umutsuzluğa düşmek yerine, çözemediği soruların çözümlerini öğrenerek ilerlemesi gerektiğinin bilincinde olmalıdır. Kısaca, matematik olimpiyatlarına hazırlık, **kararlılık, sabır ve azim** isteyen bir iştir. **Acele etmemek gerekir**. Hatta bazı soruların çözümü de anlaşılamayabilir veya bir sorunun çözümü öğrenildikten sonra tekrar karşılaşıldığında o soruyu yapamayabilirsiniz. Öğrencilerden, bu konu ile ilgili en çok karşılaştığım soru, "çözümünü gördüğümüz zaman anlıyoruz ama kendimiz yapamıyoruz, ne yapmalıyız?" sorusudur. Aslında bu normaldir. Olimpiyat sorularının kendine has çözme yöntemleri olabilir. Bu yöntemleri bir anda öğrenmek elbette kolay değildir. Bu kitapta konular ve konu ile ilgili sorulan sorular mümkün olduğu kadar, o konuya gelinceye dek öğrenilen bilgileri içerecek şekilde ele alınmıştır. Bir soruyu çözerken, soruyu **önce kendiniz çözmeye çalışınız**. Çözemez iseniz, **çözümünü inceleyip nasıl bir yöntem kullanıldığını inceleyiniz** ve soruda püf nokta var ise, o **püf noktayı** mutlaka görmeden soruyu geçmeyiniz. Sorunun çözümünü anlamaz iseniz, bu konu ile ilgili bilgilerinizin eksik olabileceğini göz önünde bulundurarak umutsuzluğa kapılmayınız. Unutmayın sizi zorlayan her soru sizin için zor ve güzel bir sorudur. Bazı sorularda hata da olabilir. Bu tür hataları bildirirseniz, kitabın bundan sonraki basımlarında daha hatasız olarak size ulaştırabiliriz.

Kısa Özgeçmiş

Mustafa Özdemir, 1975 yılında Konya'nın **Bozkır** ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Antalya'da tamamladı. 1992 yılında girdiği **Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümü**'nden 1996 yılında mezun oldu. 1999 - 2007 yılları arasında, **Akdeniz Üniversitesi**, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans ve doktorasını tamamladı. Halen, Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümünde çalışmaktadır.

Beşinci Baskı İçin Teşekkür.

Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık kitaplarını yazmamda bana destek olan değerli hocalarım, **Prof. Dr. Abdullah Aziz Ergin**'e, **Prof. Dr. Halil İbrahim Karakaş**'a, **Prof. Dr. İlham Aliyev**'e, **Prof. Dr. Hasan Ali Çelik**'e ve **Prof. Dr. Ali Nesin**'e ve eşim **Burcu Özdemir**'e teşekkür ederim.

Son olarak, Altın Nokta Yayınevi olarak, kitabı yayınları arasına alarak basımı ve dağıtımı konusunda her türlü fedakarlığı yapan **Halil İbrahim Akçetin**'e ve değerli eşi **Leyla Akçetin**'e çok teşekkür ederim.

Mustafa Özdemir

Antalya - 2015

mozdemir07@gmail.com

Hayatta iken değeri yeterince bilinmeyen tüm anneler adına
Annem Hayriye Özdemir'e

**BU KİTAP, MATEMATİK OLİMPİYATLARINA HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler)
KİTABINDAKİ SORULARDAN OLUŞMAKTADIR: ÇÖZÜMLERİ
BELİRTİLEN KİTAPTA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

İçindekiler

BİRİNCİ BÖLÜM

Temel Bilgiler

Sayılar	11
Ardışık Sayıların Toplamı	16
Bölünebilme Kuralları	19
Bir Sayının Pozitif Bölenlerinin Sayısı, Toplamı ve Çarpımı	25
EBOB - EKOK	29
Modüler Aritmetik	34
Basit Denklem Çözümleri ve Sayıların Özelliklerinin Kullanılması	38
Basit Eşitsizlikler	44
Faktöriyel Kavramı	46
Bir Sayının Tam Kısım	50
Mutlak Değer	54
Üslü ve Köklü Sayılar	58
Oran - Orantı	64
Karışık Örnekler	65
Çözümlü Test 1	73
Çözümler	78
TÜBİTAK SORULARI (Temel Bilgiler)	87
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Temel Bilgiler)	99
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	119

İKİNCİ BÖLÜM

Problemler

Yaş Problemleri	125
İşçi - Havuz Problemleri	127
Hareket Problemleri	131
Yüzde - Faiz Problemleri	133
Karışım Problemleri	136
Saat Problemleri	137
Sınav Problemleri	138
Tahtadaki Sayı Problemleri	139

Tartı Problemleri	143
Sayı Tablosu ve Sihirli Kare Problemleri	145
Mantık Problemleri	147
Oyun ve Turnuva Problemleri	148
Çember Etrafına Sayı Yerleştirme Problemleri	151
Çözümlü Test 2	155
Çözümler	160
TÜBİTAK SORULARI (Problemler)	167
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Problemler)	181
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	203

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler

Çarpanlara Ayırma Yöntemleri	207
Özdeşlikler	214
Karışık Örnekler	230
Çözümlü Test 3	239
Çözümler	244
TÜBİTAK SORULARI (Çarpanlara Ayırma)	255
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Çarpanlara Ayırma)	261
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	273

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Çözümleme ve Taban Aritmetiği

Çözümleme	275
Rakam Değiştirme veya Silme	281
Karışık Örnekler	284
Çözümlü Test 4	295
Çözümler	302
TÜBİTAK SORULARI (Çözümleme)	317
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Çözümleme)	323
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	335

BEŞİNCİ BÖLÜM

Eşitsizliklere Giriş

Aritmetik - Geometrik - Harmonik Ortalama ve Eşitsizlikleri	337
---	-----

Cauchy - Schwartz Eşitsizliği	346
Karışık Örnekler	350
Çözümlü Test 5	352
Çözümler	355
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	360
YANIT ANAHTARI	364

Temel Bilgiler

Örnek 1 $3n - 10$, $6n - 13$ ve $5n - 13$ sayılarının üçü de asal sayı olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 2 p , $p + 10$ ve $p + 14$ sayıları asal olacak şekilde kaç p sayısı vardır?

Örnek 3 100 tane pozitif tamsayının toplamı çarpımından büyüktür. Bu sayılardan en fazla kaç 1'den büyük olabilir?

Alıştırma : 100 tane pozitif tek sayının toplamı çarpımından büyüktür. Bu sayılardan en fazla kaç 1'den büyük olabilir?

Örnek 4 $\frac{105}{4}, \frac{110}{5}, \frac{115}{6}, \frac{120}{7}, \frac{125}{8}, \dots$ rasyonel sayılarından kaç tamsayıdır?

Örnek 5 $n^2 + n^3$ sayısı tamkare olacak şekilde 100'den küçük kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 6 a , b , c , d ve e birbirinden farklı birer rakam ve " : " işareti bölme işlemini göstermek üzere, $a : b : c : d : e$ işleminde parantezler kullanılarak elde edilebilecek en büyük sayı kaçtır?

Örnek 7 10'dan küçük olan ve en sadeleşmiş durumda paydası 30 olan tüm pozitif rasyonel sayıların toplamını bulunuz. (AIME 1992)

Örnek 8 Rakamları birbirinden farklı 9 basamaklı bir sayının herhangi yedi rakamı silindiğinde elde edilen iki basamaklı sayıya özsayı diyelim. Özsayıların sadece birinin asal olabilmesi için, 9 basamaklı sayıda hangi rakam kullanılmamalıdır?

Örnek 9 a , b ve c birbirinden farklı rakamları göstermek üzere, $\frac{1}{n} = 0, \overline{abc}$ olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 10 Toplamları 500 olan pozitif tamsayıların çarpımı en büyük kaç olabilir?

Örnek 11 1'den 1071'e kadar olan tüm tamsayıları bir sırada

123456789101112...10701071

şeklinde yazarak yeni bir sayı elde ediliyor.

- a) Bu sayı kaç basamaklıdır?
 b) Bu sayının 1000'inci rakamı kaçtır?
 c) Bu sayının rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 12 2000'den küçük pozitif tamsayıların herbirinin rakamları toplamı hesaplanıyor ve aynı toplamı veren sayılar arasında daima en küçük olan sayı alınarak bir küme oluşturuluyor.

- a) Bu kümenin eleman sayısı kaçtır?
 b) Bu kümedeki tüm sayıların toplamı kaçtır?
 c) Bu küme 222 elemanlı olsaydı, sayısal değeri en büyük eleman en az kaç olurdu?

1.1 Bölünebilme Kuralları

Örnek 13 101, 1001, 10001, 100001, ..., $1 \overbrace{00 \dots 00}^{101 \text{ tane}} 1$ sayılarından kaç tanesi 11'e bölünebilir?

Örnek 14 A sayısının rakamları toplamı 29, B sayısının rakamları toplamı ise 17'dir. Buna göre, $A \cdot B$ çarpımının 400400 olamayacağını gösteriniz.

Örnek 15 Beş basamaklı $a679b$ sayısının, 72'ye bölünebilmesi için, $a + b$ kaç olmalıdır? (KANADA M.O 1980)

Örnek 16 $101 \cdot 1001 \cdot 10001 \cdot \dots \cdot 1 \overbrace{00 \dots 00}^{101 \text{ tane}} 1$ çarpımının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 17 100'den küçük kaç n doğal sayısı için $4n^2 + 12n - 4$ ifadesi 13'e bölünür?

Örnek 18 Altı basamaklı $aabbaa$ sayısı 7'ye bölünecek şekilde kaç (a, b) ikilisi vardır?

Örnek 19 1212, 1313, 1414, ..., 4949 sayılarından kaç tanesi 13'e bölündüğünde 10 kalanını verir?

Örnek 20 x, y, z, n ve m rakam olmak üzere, beş basamaklı $xyz1n$ sayısı ile, üç basamaklı 234 sayısının çarpımı $332m842$ olduğuna göre, $x + y + z + n + m = ?$

Örnek 21 10'dan itibaren iki basamaklı bir sayının n kez yanyana yazılmasıyla elde edilen, $2n$ basamaklı sayıyı a_n ile gösterelim. Buna göre, $a_1 = 10$, $a_2 = 1111$,

$a_3 = 121212$, $a_4 = 13131313$, ... şeklinde bir sayı dizisi oluşacaktır. Buna göre, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50}$ toplamının 7'ye bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 22 Rakamları birbirinden farklı $m35n$ dört basamaklı sayısı, 36'ya bölündüğünde 23 kalanını verdiğine göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

Örnek 23 $S = 7 + 77 + 777 + 7777 + \dots + \overbrace{777\dots77}^{100 \text{ tane}}$ toplamının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 24 234'e bölündüğünde 11 kalanını veren ve iki asal sayının toplamı veya farkı şeklinde yazılan kaç tane pozitif tamsayı vardır?

Örnek 25 5'in katı olmayan herhangi n tamsayısının karesinin bir fazlasının 5'e bölümünden elde edilebilecek kaç farklı kalan vardır?

Örnek 26 $n^2 + n + 1$ sayısının tüm rakamlarının toplamı 101 olacak şekilde kaç tane n doğal sayısı vardır?

Örnek 27 1'den 100'e kadar (1 ve 100 dahil) tamsayılardan 51 tanesi seçiliyor. Bu seçilen sayılardan bir diğerini bölecek şekilde iki sayının mutlaka bulunacağını gösteriniz.

1.2 Bir Sayının Pozitif Bölenlerinin Sayısı, Toplamı ve Çarpımı

Örnek 28 48 sayısının pozitif bölenlerinin sayısını, toplamını ve çarpımını bulunuz.

Örnek 29 3600 sayısının pozitif bölenlerinden çift olanlarının sayısını bulunuz. Pozitif çift tamsayı bölenlerinin toplamını bulunuz.

Örnek 30 Pozitif bölenlerinin sayısı tek sayı olan, 2013'ten büyük en küçük tamsayı kaçtır?

Örnek 31 1013'i böldüğünde 13 kalanı elde edilen kaç tane pozitif çift tamsayı vardır?

Örnek 32 48 tane pozitif böleni olan en küçük pozitif tamsayı kaçtır?

Örnek 33 2 ve 3'e bölünen pozitif bir tamsayının tam 33 pozitif böleni varsa, bu sayı en küçük kaç olabilir?

Örnek 34 108 000 sayısının pozitif bölenlerinin kaç tanesi 8'e bölünür ama 9'a bölünmez?

Örnek 35 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ olduğuna göre,

$$1^2 - 1 + 2^2 - 2 + 3^2 - 3 + \dots + 100^2 - 100$$

ifadesinin kaç tane tek sayı pozitif böleni vardır?

Örnek 36 $99^2 + 1, 99^2 + 2, \dots, 104^2 - 2, 104^2 - 1, 104^2$ sayılarından 99'a bölünenlerin toplamının, kaç pozitif böleni vardır?

1.3 EBOB - EKOK

Örnek 37 40^{50} 'nin böleni olup, 50^{40} 'ın böleni olmayan kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 38 50^4 veya 20^3 sayılarını bölen kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 39 EBOB'ları 48, toplamı ise 576 olacak şekilde kaç pozitif tamsayı ikilisi vardır?

Örnek 40 $EBOB(10055, 22121) = ?$

Örnek 41 n bir pozitif tamsayı olmak üzere, $3n+5$ ve $7n+8$ sayılarının EBOB'u kaç farklı pozitif tamsayı olabilir?

Örnek 42 n sayısı 2011'den büyük bir tamsayı olduğuna göre, $11n+9$ ve $3n+2$ aralarında asal olmayacak şekilde en küçük n sayısını bulunuz.

Örnek 43 $\frac{2n-3}{5n-1}$ kesiri, 1'den büyük bir n tamsayısı için, a pozitif sayısı ile sadeleştirilebildiğine göre, a sayısı kaçtır?

Örnek 44 391 sayısı 12 tane pozitif tamsayının toplamı olduğuna göre, bu 12 sayının EKOK'u en küçük kaç olabilir?

Örnek 45 En küçük ortak katları 144 olan kaç farklı iki pozitif tamsayı bulunabilir? (Örneğin, bir tanesi (16, 18) ikilisidir. EKOK'ları 144'tür.)

Örnek 46 a ve b doğal sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü 9, ortak katlarının en büyüğü ise 270'dir. Buna göre, bu iki sayının toplamı en küçük kaç olabilir? (Doğuş Ün. Fen Liseleri Y. 2005)

Örnek 47 *En küçük ortak katları 120 ve en büyük ortak bölenleri 10 olan kaç farklı sayı ikilisi vardır?*

Örnek 48 *Üç ardışık sayıdan birincisi 3'e, ikincisi 8'e, üçüncüsü 13'e tam bölünüyor. Bu üç ardışık sayının toplamı en az kaçtır?*

Örnek 49 *Birincisi 3'e, ikincisi 5'e, üçüncüsü 7'ye ve dördüncüsü 9'a tam bölünen en küçük dört ardışık sayıyı bulunuz.*

1.4 Modüler Aritmetik

Örnek 50 4^{1000} sayısının son rakamı kaçtır?

Örnek 51 2011^{2012} sayısının 7'ye bölümünden kalan nedir?

Örnek 52 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 2013^3$ sayısının 8'e bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 53 $2^n + 27$ sayısı 7'ye bölünecek şekilde 100'den küçük kaç pozitif n tam sayısı vardır?

Örnek 54 İlk 98 sayının 1234...9798 biçiminde art arda yazılmasıyla elde edilen sayının 45'e bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 55 1 ile 701 arasında alınan pozitif tamsayılarla oluşturulan (x, y) sıralı ikililerinden kaç için $x^2 + y^2$ sayısı 49'a kalansız bölünür? (Doğuş Ün. Mat.Y. - 2007)

Örnek 56 $\sqrt{4k + 3}$ sayısı tamsayı olacak şekilde kaç k pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 57 $7^x \equiv 1 \pmod{101}$ denkleğini sağlayan bir x sayısı bulunuz.

Örnek 58 13^{200} sayısının 19'a bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 59 10^{100} sayısının 65'e bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 60 $5^n \equiv 1 \pmod{13}$ denkleğini sağlayan en küçük n sayısı kaçtır?

1.5 Basit Denklem Çözümleri ve Sayıların Özelliklerinin Kullanılması

Örnek 61 $n(n+1) = p^k$ denklemini sağlayan tüm p asal sayılarını ve n ve k pozitif tamsayılarını bulunuz.

Örnek 62 x, y ve z asal sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ y + 2x = z \end{cases}$$

denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

Örnek 63 $n, m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $5n + 3m = 100$ denklemini çözünüz.

Örnek 64 $n \in \mathbb{Z}^+$ ve p, q asal sayılar ise, $p(2n)^2 = q^6(2n-1)$ denklemini çözünüz.

Örnek 65 a, b ve $c \in \mathbb{Z}^+$ için, $a + 9b + 20c = 50$ denklemini sağlayan kaç (a, b, c) üçlüsü vardır?

Örnek 66 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ denkleminin pozitif tamsayılarda kaç çözümü vardır?

Örnek 67 $7(x+y) = xy$ denklemini sağlayan kaç (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

Örnek 68 a ve b pozitif tamsayıları için, $(a+2b)(a+4b) = 24$ olacak şekilde kaç (a, b) ikilisi vardır?

Örnek 69 n ve $n+100$ sayılarının her ikisinin de pozitif bölenlerinin sayısı tek olacak şekilde kaç değişik n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 70 Kendisiyle, kendisinin 2 fazlasının toplamı 2'nin bir kuvvetine eşit olan 100'den küçük kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 71 $a^2 + b = b^{1999}$ denklemini sağlayan kaç (a, b) tamsayı ikilisi vardır? (Estonya M.O. 1999)

Örnek 72 $1 + 2 + 3 + \dots + n$ ifadesi tamkare olacak şekilde 100'den küçük en büyük n pozitif tamsayısı kaçtır?

Örnek 73 x ve y rasyonel sayılarının en sadeleşmiş durumlarında paydaları sırasıyla 60 ve 70'tir. Buna göre, $x + y$ sayısı, sadeleşmiş durumda iken paydası en küçük kaç olabilir? (Harvard Math. Tourn. 2003)

Örnek 74 $n^2 + 4n - 7$ ifadesi tamkare olacak şekilde kaç n tamsayısı vardır?

Örnek 75 $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\begin{cases} 2x + y + z + w = 1 \\ x + 3y + z + w = 2 \\ x + y + 4z + w = 3 \\ x + y + z + 5w = 25 \end{cases}$$

denklem sistemi veriliyor. w değeri kaçtır? (Harvard MIT Math. Tournament 2002)

Örnek 76 $q(p^2 + p) = 15r - 3pr$ eşitliğini sağlayan kaç (p, q, r) asal sayılar üçlüsü vardır?

1.6 Basit Eşitsizlikler

Örnek 77 $x^2 - y < -3$ ve $x^2 + y < 7$ eşitsizliklerini sağlayan kaç (x, y) tam-sayı ikilisi vardır?

Örnek 78 $a^2 \leq a$ ve $b^2 \leq 1$, $\frac{1}{c^2} \leq 1$ olduğuna göre, $a + b = c$ olacak şekilde kaç c tamsayısı vardır?

Örnek 79 x, y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$2 < \frac{x}{y} < 3 \text{ ve } \frac{1}{2} < \frac{10}{y} < \frac{5}{2}$$

koşullarını sağlayan (x, y) ikililerinin sayısı kaçtır?

Örnek 80 $\frac{8}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$ eşitsizliğini, sadece bir k tamsayısı için sağlayan en büyük n pozitif tamsayısı kaçtır? (AIME 1987)

1.7 Faktöriyel Kavramı

Örnek 81 k ve n pozitif tamsayılar olmak üzere, $((3!)!)! = 3! \cdot k \cdot n!$ ise, $k + n$ sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır? (AIME 2003)

Örnek 82 $\frac{21!22!23! \dots 30!}{11!12!13! \dots 20!}$ ifadesinin

a) bir rasyonel sayının karesi olması için,

b) bir tamkare olması için,

en küçük hangi pozitif tamsayıyla çarpılması gerekir?

Örnek 83 $1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ sayısının son rakamı kaçtır?

Örnek 84 $5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \dots 500$ sayısının

a) sağdan 97'inci rakamı kaçtır?

b) sağdan 98'inci rakamı kaçtır?

Örnek 85 $\overline{xy}$ iki basamaklı bir sayı olduğuna göre, $x! + y! = \overline{xy}$ denkleminin kaç çözümü vardır?

Örnek 86 x , y ve z karışık olarak verilmiş ardışık negatif olmayan tamsayılar olmak üzere,

$$x! = y! + z!$$

eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) üçlüsü vardır?

Örnek 87 $n! = a! + b! + c!$ denkleminin kaç çözümü vardır? (KANADA M.O 1983)

Örnek 88 Her bir terimi 15'ten küçük veya eşit olan $a_1, a_2, \dots, a_n$ pozitif tamsayı dizisi için, $a_1! + a_2! + \dots + a_n!$ ifadesinin son dört rakamının 2001 olması için, n en küçük kaç olmalıdır? (CENTRO Amerikan M.O 2001)

Örnek 89 n pozitif tamsayı olmak üzere, $n^5 - 5n^3 + 4n$ sayısının daima 120'ye bölüneceğini gösteriniz.

Örnek 90 $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $(n+10)(n+11) \dots (n+44)$ sayısının 3^{15} 'e bölünebildiğini ama, 3^{16} 'ya bölünemeyebileceğini gösteriniz.

Örnek 91 a) $30!$ sayısının 31 'e bölümünden kalan kaçtır?

b) $11 \cdot 12 \cdot 12!$ sayısının 13 'e bölümünden kalan kaçtır?

c) $10!$ sayısının 13 'e bölümünden kalan kaçtır?

1.8 Bir Sayının Tamkısımlı (Tamdeğer) ve Kesir Kısmı

Örnek 92 $100!$ sayısı 3 'ün en fazla kaçınıcı kuvvetine bölünür?

Örnek 93 x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$\frac{100!}{50!} = x^{7^y}$$

ifadesinde y en büyük kaçtır?

Örnek 94 $\llbracket 3x + y \rrbracket = 12$ ve $\llbracket x + 3y \rrbracket = 14$ ise $\llbracket x + y \rrbracket$ kaçtır?

Örnek 95 $x = \llbracket \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \rrbracket + \llbracket x \rrbracket$ denklemini sağlayan kaç x reel sayısı vardır?

Örnek 96 $\llbracket \frac{3x-7}{5} \rrbracket = \frac{x}{3}$ denklemini sağlayan kaç x tamsayısı vardır?

Örnek 97 $x + 4 = 2\{x\} + 3\llbracket x \rrbracket - \frac{\llbracket x \rrbracket - 1}{3}$ olduğuna göre x kaçtır?

Örnek 98 $\llbracket 4x \rrbracket + \{4x - 5\} = \llbracket 4 - x \rrbracket$ olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek 99 $\llbracket x \rrbracket$ ve $\{x\}$ ifadeleri, sırasıyla x gerçel sayısının tam ve kesirli kısımlarını göstermektedir. $x \in \mathbb{R}^+$ için, $\llbracket x \rrbracket \cdot \{x\}$ çarpımının 13 'ten küçük olmaması için, x sayısı en az kaç olmalıdır?

1.9 Mutlak Değer

Örnek 100 $|x - 5| + |3 - x| = 2$ denkleminin kaç tamsayı çözümü vardır?

Örnek 101 $\frac{|x - 2008| - 100}{|x^2 - 2009x| + |x - 2009|} \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç x tamsayısı vardır?

Örnek 102 $8 < |x - 3| < 13$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

Örnek 103 $4x + 5y = 7$ denklemini sağlayan x, y tamsayıları için, $5|x| - 3|y|$ ifadesinin en küçük değeri kaç olur?

Örnek 104 $|||x^2 + 3x - 5| - 4| - 3| - 2| - 1| = 3x - 15$ denkleminin kaç çözümü vardır?

Örnek 105 $\begin{cases} |x + y| = 1 \\ |x| + |y| = 1 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek 106 $|x - 10| + |x - 9| + \dots + |x - 1| + |x| + |x + 1| + \dots + |x + 10| = c$ denkleminin tek çözümü olduğunu biliyoruz. Buna göre, c sayısını bulunuz.

Örnek 107 $\frac{18}{|x - 1| + |x - 5| + |x - 13|}$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

1.10 Üslü ve Köklü Sayılar

Örnek 108 $(x - 3)^{2x^2 - 18} = 1$ denkleminin kaç kökü vardır?

Örnek 109 $5 \cdot 2^{2x} - 36 \cdot 2^x + 3^{2y} - 2 \cdot 2^x \cdot 3^y + 81 = 0$ olduğuna göre x ve y arasında daha basit bir bağıntı bulunuz.

Örnek 110 $\sqrt{2x + 3} + \sqrt[4]{3 - x} + \sqrt[3]{x + 2}$ ifadesi bir reel sayı olacak şekilde kaç x tamsayısı vardır?

Örnek 111 a , b ve c rasyonel sayılar olmak üzere,

$$\frac{2}{1 - \sqrt{5} - \sqrt{6}} = \frac{a}{\sqrt{30}} - \frac{\sqrt{5}}{b} - \frac{3}{c}$$

eşitliği sağlanıyor ise a , b ve c 'yi bulunuz.

Örnek 112 $\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} = ?$

Örnek 113 $0 < x < 1$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x^3 + x}} - \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^3 + x}} = 5$$

denkleminin kaç reel kökü vardır?

Örnek 114 $(52 + 6\sqrt{43})^{3/2} - (52 - 6\sqrt{43})^{3/2} = ?$ (AIME 1990)

Örnek 115 $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} = ?$

Örnek 116 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ve $\frac{31}{100}$ sayılarından hangisi daha büyüktür?

Örnek 117 $2, 3, 4, \dots, 1000$ sayılarından kaç tane küpkökünden küçük olan en büyük tamsayıya bölünür?

1.11 Oran ve Orantı

Örnek 118 $\frac{5x - y}{x - 7y + 4} = \frac{2a}{5a - 3b}$ ve $\frac{x + 3y}{x - 7y + 4} = \frac{2b}{5a - 3b}$ olduğuna göre, x kaçtır?

Örnek 119 Sıfırdan ve birbirinden farklı a , b ve c sayıları için,

$$\frac{a + b}{c} = \frac{b + c}{a} = \frac{c + a}{b} = k$$

ise, k kaçtır?

1.12 Karışık Örnekler

Örnek 120 2, 56, 2, 61, 2, 65, 2, 71, 2, 79, 2, 82, 2, 86 sayılarının her birini bir tamsayı değerine yuvarlanarak yapılan toplama işlemindeki toplam, gerçek toplama eşit olsun. Her bir yuvarlamadaki hataların en büyük olanı E olsun. E sayısının en küçük değeri için, $100E$ sayısı kaçtır? (AIME 1985)

Örnek 121 $|x + |x| + a| + |x - |x| - a| = 2$ denkleminin tam üç çözümü olacak şekilde kaç a sayısı vardır?

Örnek 122 $x = 3^{2007}$ olmak üzere, $\sqrt{x^2 + 2x + 4}$ ve $\sqrt{4x^2 + 2x + 1}$ sayıları arasında kaç tamsayı vardır?

Örnek 123 $1 \leq a \leq 100$ ve $1 \leq b \leq 100$ olmak üzere, $a + \sqrt{b} + \frac{1}{a + \sqrt{b}}$ ifadesi tamsayı olacak şekilde, kaç (a, b) tamsayı çifti vardır?

Örnek 124 $6! = 8 \cdot 9 \cdot 10$ eşitliğinde $6!$ sayısı ardışık üç sayının çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. $n!$ sayısı $(n - 3)$ tane ardışık sayının çarpımına eşit olacak şekilde yazılabiliyorsa, en büyük n sayısı kaç olabilir? (AIME 1990)

Örnek 125 Aralarındaki fark 60 olan iki pozitif tamsayının karekökleri toplamı tamkare olmayan bir pozitif tamsayının kareköküne eşit olduğuna göre, bu iki tamsayının toplamının alacağı maksimum değer kaçtır? (AIME 2003)

Örnek 126 $2^k + 1 = m + 2n(m - 1)$ eşitliğini sağlayan kaç (k, m, n) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

Örnek 127 x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere, $x^2 + y$ ve $x + y^2$ sayılarının her ikisinin birden tamkare olamayacağını gösteriniz. (SSCB M.O. 1966)

Örnek 128 $x, y \in \mathbb{R}, y \geq 0$ ve $y(y+1) \leq (x+1)^2$ olduğuna göre,
 $y(y-1) \leq x^2$

olduğunu gösteriniz.

Örnek 129 $\left(2\sqrt[3]{2}+1-\sqrt{12\sqrt[3]{2}-15}\right)^3 = 32$ olduğunu ispatlayınız.

Örnek 130 p bir asal sayı ve $x > 0, n \geq 0$ tamsayılar olmak üzere, $n^2 \cdot p < 1000$ eşitsizliğini sağlıyorsa,

$$n^2 + 100 \cdot \frac{x}{p} = (n+x)^2$$

denkleminin kaç (x, n, p) çözüm üçlüsü vardır? (AÜMO 2009)

Örnek 131 n bir pozitif tamsayı olmak üzere, $a = \frac{n(n+1)}{2}$ biçimindeki sayıya bir üçgensel sayı denir. Buna göre, $a - b = 90$ eşitliğini sağlayan kaç tane (a, b) üçgensel sayı ikilisi vardır? (AÜMO 2009)

Örnek 132 a, b ve $c \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzer,

$$\frac{1}{m}n^3 - an^2 - bn - c$$

ifadesi, her $n \in \mathbb{Z}$ için tamsayı olduğuna göre, m sayısının alabileceği kaç değer vardır?

Örnek 133 $x^2 = y^2 + 2z^2$ denklemini sağlayan kaç (x, y, z) asal sayı üçlüsü vardır?

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

7. Yandaki toplama işleminde her harf birbirinden farklı ve 0, 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarını göstermektedir. İki basamaklı AB sayısı bir asal sayı olduğuna göre, $A + G$ toplamını bulunuz.

$$\begin{array}{r} AB \\ +CD \\ \hline EFG \end{array}$$

- A) 8 B) 15 C) 11 D) 10 E) Hiçbiri

8. $ab - 3a - 2b = 5$ denklemini sağlayan kaç (a, b) pozitif tamsayı çifti vardır?

- A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) Hiçbiri

9. İki basamaklı bir x sayısının rakamları yer değiştirilerek y sayısı elde ediliyor. Buna göre, $\left| \frac{x}{y} - 2 \right|$ sayısının minimum değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{19}$ D) $\frac{1}{73}$ E) $\frac{1}{37}$

10. 2009 sayısı çarpımları maksimum olacak şekilde pozitif tamsayıların toplamı şeklinde yazıldığında çarpım kaç olur?

- A) $2 \cdot 3^{669}$ B) $2^{1004}3$ C) 124! D) $5^{400}7$ E) Hiçbiri

11. $n^2 + n + 109$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 7 E) Hiçbiri

12. $|x| - x + y = 10$ ve $x + |y| + y = 12$ olduğuna $x + y$ toplamını bulunuz.

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{11}{3}$ D) $\frac{26}{5}$ E) Hiçbiri

13. $\frac{1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 50!}{2^y \cdot x!}$ ifadesinin tamkare olabilmesi için $x + y$ en küçük ne olmalıdır?

- A) 25 B) 15 C) 19 D) 20 E) Hiçbiri

14. $\sqrt{x}$ ve $\sqrt{x - \sqrt{x}}$ ifadeleri tamsayı olacak şekilde kaç x tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 2 C) 1 D) 3 E) Sonsuz sayıda

15. $\sqrt{104\sqrt{6} + 468\sqrt{10} + 144\sqrt{15} + 2006}$ ifadesi a, b ve c pozitif tamsayılar olmak üzere $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{5}$ şeklindeki yazılabilir ise, $a \cdot b \cdot c$ kaçtır? (AIME 2006)

- A) 234 B) 936 C) 468 D) 1404 E) Hiçbiri

16. Toplamları, farkları, büyüğünün küçüğüne bölümü ve çarpımlarının toplamı 225 olan birbirinden farklı kaç doğal sayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 4

17. $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$ eşitliğini sağlayan kaç pozitif x tamsayısı vardır?

- A) 2 B) 21 C) 13 D) 5 E) 4

18. 1, 2, 3, ..., 2007 tamsayıları arasından öyle k farklı sayı seçilecektir ki, seçilen sayılardan herhangi ikisinin farkı toplamlarını bölemesin. Buna göre, seçilebilecek maksimum k sayısı kaçtır?

- A) 728 B) 927 C) 669 D) 145 E) 200

19. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_8 = \frac{8}{x_7}$ olduğuna göre, $x_1 x_2 \cdots x_8$ çarpımını bulunuz. (AIME 1985)

- A) 348 B) 436 C) 384 D) 194 E) Hiçbiri

20. $0 < p < 15$ ve $p \leq x \leq 15$ olduğuna göre,

$$|x - p| + |x - 15| + |x - p - 15|$$

ifadesinin minimum değerini bulunuz. (AIME 1983)

- A) 18 B) 14 C) 13 D) 15 E) Hiçbiri

21. k pozitif bir tamsayı olmak üzere, aritmetik olarak artan üç ardışık sayının kareleri

$$36 + k, 300 + k, 596 + k$$

olduğuna göre k kaçtır? (AIME 1989)

- A) 719 B) 900 C) 910 D) 769 E) Hiçbiri

22. $\overline{xyz}$ üç basamaklı bir sayı olduğuna göre, $x! + y! + z! = \overline{xyz}$ denkleminin kaç çözümü vardır?

- A) 0 B) 6 C) 24 D) 12 E) 1

23. $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ biçiminde yazılabilen kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz

24. $\frac{n^2 + 3n + 1}{4n + 11}$ ifadesi tamsayı olacak şekilde kaç pozitif n tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz

25. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ eşitliğini sağlayan kaç (a, b) pozitif rasyonel sayı ikilisi vardır? (Baltık Way M.O. 2002)

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz

26. $m, n \geq 0$ için, $m! + n^3 = n^6 + 8m + 1$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (m, n) tamsayı çifti vardır? (Sabancı Ün. Mat. Y. - 2009)

- A) 1 B) 0 C) 4 D) 2 E) Sonsuz

27. $2^{-|x|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} (|x + 1| + |x - 1|)$ denklemini sağlayan kaç x reel sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 0 D) 4 E) Sonsuz

28. p ve q asal sayıları için, $p + q$ ve $p + 7q$ sayıları tamkare olacak şekilde kaç (p, q) ikilisi vardır? (Harvard MIT Math. Tournament 2002)

- A) 1 B) 2 C) 0 D) 4 E) Sonsuz Sayıda

29. $\frac{100!}{99! + 98! + 97! + \dots + 1!}$ sayısının tamdeğeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 97 B) 101 C) 100 D) 99 E) 98

30. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|a - b| + |c - d| = 1000 \text{ ve } |a - c| + |b - d| = 900$$

ise, $|a - d| + |b - c|$ ifadesinin değerini bulunuz.

- A) 1000 B) 900 C) 100 D) 500 E) Veriler Yetersiz

31. 75 pozitif böleni olan ve 70'e tam bölünen en küçük pozitif tamsayı kaç basamaklıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

32. $2^a + 2^b = c!$ denklemini sağlayan kaç (a, b, c) negatif olmayan tamsayı üçlüsü vardır? (Harvard MIT Math. Tournament 2003)

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) Sonsuz

33. $m^2 + 6m + 28$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç tane m tamsayısı vardır? (Harvard MIT Math. Tournament 2003)

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz

34. 2160 sayısının çift pozitif bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 6045 B) 7200 C) 12090 D) 10800 E) 12150

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

1.14 TÜBİTAK Olimpiyat Soruları (Temel Bilgiler)

1. $\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{4 - \frac{4}{x}} = 3 - \sqrt{9 - \frac{9}{x}}$ eşitliğini sağlayan x sayısı için, $x + \frac{2}{3}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

UİMO - 1996

2. x ve y sayıları,

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{8}{2x + y} \text{ ve } x^2 + 2y^2 = 4$$

eşitliklerini sağlıyorsa, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $(x - y)^2 < 1$ B) $\frac{y}{x}$ tamsayıdır. C) x ve y tamsayı değildir.
D) $x + y$ tamsayıdır. E) Hiçbiri

UİMO - 1996

3. n 'nin kaç değişik tamsayı değeri için $\frac{n^2}{n + 4}$ tamsayı olur?

- A) 3 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

UİMO - 1997

4. a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere, $\frac{a - c}{b + c} + \frac{b - a}{c + a} + \frac{c - b}{a + b} = 1$ ise,

$$\frac{a + b}{b + c} + \frac{b + c}{c + a} + \frac{c + a}{a + b}$$

toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 3 D) 1 E) 6

UİMO - 1997

5. $5(x + y) = xy$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) sıralı tamsayı ikilisi vardır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) Hiçbiri

UİMO - 2002

6. $\frac{1}{xy} + \frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) asal sıralı ikilisi vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz çoklukta

UİMO - 2002

7. $x_1 \leq x_2 \leq x_3$ asal sayıları, $x_1 + x_2 + x_3 = 68$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1121$ eşitliklerini sağlıyorsa, x_2 kaçtır?

- A) 7 B) 13 C) 19 D) 23 E) 29

UİMO - 2002

8. $(x^2 - 3x + 1)^{x+1} = 1$ eşitliğinin kaç tamsayı çözümü vardır?

- A) 3 B) 1 C) 2 D) 0 E) 4

UİMO - 2000

9. $\begin{array}{cccc} 8 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & a & b & 1 \\ 6 & c & d & 9 \\ 6 & 5 & 7 & 3 \end{array}$ dizilişinde a, b, c ve d sayılarının her birisi, sağındaki, solundaki, üstündeki, altındaki dört komşusunun aritmetik ortalamasına eşit ise $ad - bc$ nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

UİMO - 2000

10. x, y, z pozitif tamsayılar ve

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{30}{13}$$

ise, $z^3 - xy$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 54 B) 52 C) 58 D) 49 E) 46

UİMO - 2000

11. Parantezler yerleştirilerek $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6$ ifadesinden elde edilebilecek en büyük sayı nedir?

- A) 360 B) 80 C) 45 D) 180 E) 720

UİMO - 2000

12. $\sqrt{x} - 3 \geq \sqrt{x - y}$ eşitsizliğini gerçekleyen bir x gerçel sayısının bulunmasını sağlayan en küçük y gerçel sayısı nedir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

UİMO - 2002

13. Hiçbiri bir diğerinin üç katı olmayan en çok kaç 51'den küçük pozitif tamsayı vardır?

- A) 17 B) 36 C) 38 D) 39 E) Hiçbiri

UİMO - 2003

14. $n^2 - m^2 = 124$ eşitliğini sağlayan kaç (n, m) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

UİMO - 2003

15. Her $x \geq 0$ gerçel sayısı için, $\left(\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}\right)^4$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x^5 B) $x^4\sqrt{x}$ C) $x^3\sqrt{x}$ D) $x^2\sqrt{x}$ E) $\sqrt{x}$

UİMO - 2004

16. a ve b , $a + 1 = b$ ve $b < 6$ koşullarını sağlayan pozitif tamsayılar olmak üzere, kaç (a, b) sıralı ikilisi için $a^b < b^a$ eşitsizliği sağlanır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UİMO - 2004

17. Toplamları 407 olan üç pozitif tamsayının çarpımı en çok kaç sıfırla biter?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

UİMO - 2004

18. $\frac{15}{39} < \frac{6}{n} < \frac{7}{13}$ koşulunu sağlayan kaç n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UİMO - 2006

19. n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$\left| \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} - 1 \right|$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{8}$

UİMO - 2005

20. Aşağıdaki sayılardan en küçüğü hangisidir?

- A) $\sqrt{10} - 2\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$ C) $3 - \sqrt{7}$
D) $2\sqrt{10} - 6$ E) $2\sqrt{3} - \sqrt{10}$

UİMO - 2006

21. d tamsayısının kaç farklı değeri için, her biri d ile bölünen ve toplamı 999 olan 49 pozitif tamsayı bulunabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

UİMO - 2006

22. Her birinde farklı bir sayı olmak üzere, üstlerinde 1'den 2007'ye kadar olan tamsayıların yazılı bulunduğu 2007 top, k kutuya dağıtılıyor. Herhangi bir n tamsayısı için, üstünde n yazılı bir topa n 'nin bir tam katının yazılı bulunduğu bir top aynı kutuya konmuyorsa, k en az kaç olmalıdır?

- A) 10 B) 11 C) 223 D) 1003 E) 1004

UİMO - 2007

23. Kaç n tamsayısı için, $n^3 + 4$ sayısı $n^2 - n + 1$ sayısı ile bölünür?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Sonsuz çoklukta

UİMO - 2007

24. Kaç farklı n tamsayısı için, $\frac{5n - 17}{3n - 5}$ bir tamsayı olur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

UİMO - 2007

25. Kaç n pozitif tamsayısı için, $n! + 24$ bir tamsayının karesine eşit olur?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) Hiçbiri

UİMO - 2007

26. $x! + y! + z! = u!$ denklemini sağlayan kaç (x, y, z) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

UMO - 1997

27. $\frac{b + 2c - a}{2bc} + \frac{a + 2c - b}{2ac} = \frac{a + b - 2c}{ab}$ olduğuna göre, $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{10c^2 + 4ab}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

28. Beş tane iki basamaklı birbirinden farklı doğal sayının toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 424 B) 426 C) 428 D) 430 E) 432

UİMO - 2008

29. 1000'den küçük kaç n doğal sayısı için $n^2 + 8n - 85$ ifadesi 101'e bölünür?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 9 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

30. x, y, z gerçel sayıları

$$x^2 - 2|x| = y, \quad y^2 - 2|y| = z \quad \text{ve} \quad z^2 - 2|z| = x$$

eşitliklerini sağlıyorsa, $x + y + z$ 'nin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -5 B) -4 C) 0 D) 1 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

31. Aşağıdaki ispatta hangi adım hatalıdır?

Teorem : $\frac{1}{2}$ sayısının karekökü yoktur.

İspat :

$$\begin{aligned} & 2x^2 = 1 && \textbf{i} \\ \Rightarrow & 2x^2 + 1 = 4 - 4x^2 && \textbf{ii} \\ \Rightarrow & x^4 + 2x^2 + 1 = x^4 + 4 - 4x^2 && \textbf{iii} \\ \Rightarrow & (x^2 + 1)^2 = (x^2 - 2)^2 && \textbf{iv} \\ \Rightarrow & x^2 + 1 = x^2 - 2 && \textbf{v} \\ \Rightarrow & 1 = -2 && \textbf{vi} \end{aligned}$$

- A) $\textbf{i} \Rightarrow \textbf{ii}$ B) $\textbf{ii} \Rightarrow \textbf{iii}$ C) $\textbf{iii} \Rightarrow \textbf{iv}$ D) $\textbf{iv} \Rightarrow \textbf{v}$ E) $\textbf{v} \Rightarrow \textbf{vi}$

UMO - 1993

32. $2|x - 1| - |x + 2| = 6$ denkleminin çözümü olan reel sayıların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 2 C) 8 D) 10 E) 12

UMO - 1994

33. $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} - \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} = 1$ denkleminin farklı gerçel çözümlerinin sayısı nedir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

UMO - 1998

34. 21 gerçel sayıdan herhangi 10 tanesinin toplamı, geri kalan 11 tanesinin toplamından daha küçük ise, bu 21 sayıdan en az kaç tanesi pozitifdir?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) Hiçbiri

UMO - 2001

35. $(x\sqrt{x})^x = x^{x\sqrt{x}}$ denkleminin gerçel çözümlerinin toplamı nedir?

- A) $\frac{18}{7}$ B) $\frac{71}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{24}{19}$ E) $\frac{13}{4}$

UMO - 2000

36. $2^n + 65$ sayısının, bir tamsayının karesine eşit olmasını sağlayan en büyük n tamsayısı kaçtır?

- A) 1024 B) 268 C) 10 D) 4 E) Hiçbiri

UMO - 2001

37. $2000!$ sayısının ondalık yazılımının sonunda tam olarak kaç 0 vardır?

- A) 222 B) 499 C) 625 D) 999 E) Hiçbiri

UMO - 2003

38. $\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6-6\sqrt{x-3}} = 1$ denklemini sağlayan kaç x gerçel sayısı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) Hiçbiri

UMO - 2003

39. $|15x^2 - 32x - 28|$ sayısının asal olmasını sağlayan kaç x tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Hiçbiri

UMO - 2002

40. $2x + 5y = xy - 1$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

UMO - 2004

41. $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ise $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5$ toplamının alabileceği en büyük değerle en küçük değer arasındaki fark nedir?

- A) 20 B) 15 C) 10 D) 5 E) 0

UMO - 2004

42. $x + y + z = 90$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) pozitif tamsayı üçlüsü için

$$\frac{x}{n} = \frac{y}{n+1} = \frac{z}{n+2}$$

koşulunu sağlayan bir n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

UMO - 2004

43. 1 ile başlayıp her adımda elimizdeki sayıya 1 ekleyerek veya çarpmaya göre tersinin negatifini alarak, sonlu sayıda adımda aşağıdakilerden hangisini elde edemeyiz?

- A) -2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 7 E) Hiçbiri

UMO - 2004

44. Toplam ağırlığı 500 kg olan 100 taştan her birinin ağırlığı 1 kg, 10 kg veya 50 kg'dır. Ağırlığı 10 kg olan taşların sayısının alabileceği kaç değer vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

UMO - 2005

45. k sayısının aşağıdaki değerlerinden hangisi için $x^2 - y^2 = k$ eşitliğini sağlayan (x, y) tamsayı ikilisi yoktur?

- A) 2005 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

UMO - 2005

46. $\frac{x-1}{xy-3} = \frac{3-x-y}{7-x^2-y^2} = \frac{y-2}{xy-4}$ denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

UMO - 2005

47. $a, b, c ; 1$ 'den büyük tamsayılar olmak üzere, $a! = b!c!$ denkleminin kaç çözümü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 8 E) Sonsuz çoklukta

UMO - 2005

48. 5^n sayısının $\frac{2006!}{(1003!)^2}$ sayısını bölmelerini sağlayan en büyük n tamsayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 500

UMO - 2006

49. $\left(1 + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}\right)^{10}$ sayısını aşmayan en büyük tamsayı kaçtır?
 A) 2 B) 10 C) 21 D) 32 E) 36

UMO - 2006

50. $n!(2n + 1)$ ve 221 sayılarının aralarında asal olmasını sağlayan kaç n pozitif tamsayısı vardır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) Hiçbiri

UMO - 2007

51. Kaç tane n pozitif tamsayısı için $\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}$ tamsayıdır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) Sonsuz E) Hiçbiri

UMO - 2008

52. $a = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1$ olduğuna göre, $\left(\frac{4-a}{a}\right)^6$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

UMO - 2008

53. a, b, c, d, e, f, g, h farklı pozitif tamsayılar olmak üzere, $ab + cd = ef + gh$ ise $ab + cd$ 'nin alabileceği en küçük değer nedir?

A) 34 B) 33 C) 32 D) 31 E) 30

UMO - 2007

54. a, b, c ve d rasyonel sayılar ve $a > 0$ olmak üzere, $an^3 + bn^2 + cn + d$ sayısı her $n \geq 0$ tamsayısı için bir tamsayı oluyorsa, a 'nın alabileceği en küçük değer nedir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) Böyle bir en küçük değer yoktur E) Hiçbiri

UMO - 1998

55. n pozitif tamsayısının kaç değeri için, $5n - 28$, $7n - 19$ ve $10n - 1$ sayılarının üçü de asaldır?

A) 3 B) 1 C) 0 D) 2 E) Sonsuz çoklukta

UİMO - 2009

56. n tamsayı olmak üzere, $12 < \frac{n}{5} < 21$ eşitsizliğini sağlayan ve sadeleştirilemeyen $\frac{n}{5}$ şeklindeki kesirlerin toplamı kaçtır?

- A) 588 B) 592 C) 594 D) 598 E) 582

UİMO - 2009

57. Tüm elemanları pozitif tam sayılar olan bir kümenin herhangi üç elemanının toplamı hep asal oluyorsa, bu kümenin en çok kaç elemanı olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) Hiçbiri

UİMO - 2009

58. $11a - \frac{1}{a} = b - \frac{11}{b}$ ve $a + b < 121$ koşulunu sağlayan kaç (a, b) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 10 B) 11 C) 13 D) 9 E) 12

UİMO - 2009

59. 83 ve 102 sayılarının ikisinin de n pozitif tam sayısına bölümünden kalan k pozitif tam sayısı ise, n 'nin k 'ya bölümünden kalan nedir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

UİMO - 2009

60. $xy^2 = 128(x - 1)^2$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

UİMO - 2009

61. Kendisi ile 1 fazlasının toplamı 3'ün bir kuvvetine eşit olan kaç pozitif tam sayı vardır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

62. 2010'dan küçük kaç n pozitif tam sayısı için, n 'nin rakamlarının toplamıyla aynı rakam toplamına sahip olan her m pozitif tam sayısı $m \geq n$ koşulunu sağlar?

- A) 33 B) 31 C) 28 D) 27 E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

63. n tam sayı olmak üzere, $n/21$ sayısı $5/14$ ile $5/12$ arasında ise, n nedir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

(UİMO - 2010)

64. $10 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n \leq 99$ tam sayılarının herhangi ikisi aralarında asal ise, n en fazla kaç olabilir?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

(UİMO - 2010)

65. On tabanına göre yazılımındaki rakamların karelerinin toplamı asal sayı olan kaç tane iki basamaklı asal sayı vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(UİMO - 2010)

66. Ayşe 165 sayfalık bir kitabı bazı günler 3 sayfa, bazı günler 6 sayfa ve bazı günler de 30 sayfa okuyarak 9 günde bitiriyor. Ayşe kaç gün 30'ar sayfa okumuştur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(UİMO - 2010)

67. A, B, C, D, E, F farklı rakamları belirtmek üzere, ilk beş teriminin on tabanına göre yazılımları sırasıyla, A, BC, BD, CE, FF olan bir aritmetik dizinin altıncı terimi nedir?

- A) 51 B) 46 C) 41 D) 38 E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

68. Kaç (a, b) pozitif tam sayı ikilisi için 2^{2010} sayısı $ab(a^2 + b^2)$ sayısı ile bölünür?

- A) 1005 B) 1004 C) 504 D) 503 E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

69. Aşağıdaki (A, B) ikililerinden hangisi için

$$\begin{cases} x^2 + xy = A \\ \frac{y}{x} = B \end{cases}$$

denklem sisteminin gerçel çözümü yoktur?

- A) $(1, -2)$ B) $(\sqrt{3}, 1)$ C) $(1, 0)$ D) $(1/3, -1/2)$ E) $(-2, -2)$

(UİMO - 2010)

70. m 'nin aşağıdaki değerlerinden hangisi için $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 = m$ eşitliğini sağlayan (x, y, z) pozitif tam sayı üçlüsü yoktur?

- A) 2007 B) 2008 C) 2009 D) 2010 E) 2011
(UİMO - 2010)

71. $m \leq n$ olmak üzere, en büyük ortak bölenleri 11 ve toplamı da 165 olan kaç tane (m, n) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
(UİMO - 2011)

72. A ve B harfleri rakamları belirtmek üzere, on tabanına göre yazılımı $3A4B$ olan bir sayının 45 ile bölümünden kalanın 17 olmasını sağlayan kaç (A, B) ikilisi vardır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Hiçbiri
(UİMO - 2011)

73. $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 2011^4$ sayısının 16'ya bölümünden kalan nedir?

- A) 14 B) 11 C) 8 D) 5 E) 2
(UİMO - 2011)

74. Aşağıdaki sayıların en küçüğü hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{11}$ C) $\sqrt{5} - 2$ D) $\frac{1}{4}$ E) $3\sqrt{2} - 4$

(UİMO - 2011)

75. 16^{2011} sayısının on tabanına göre yazılımında onlar basamağındaki rakam aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

(UİMO - 2011)

76. r pozitif gerçel sayısı $2r - \frac{3}{2r+4} = 4$ eşitliğini sağlıyorsa, $r + \frac{3}{4r+8}$ nedir?

- A) $2\sqrt{5} - 2$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{19} - 2$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{18} - 2$

(UİMO - 2011)

77. 2, 3, ..., 2011 tam sayılarından kaç tanesi karekökünden küçük olan en büyük tam sayı ile bölünür?

- A) 44 B) 88 C) 89 D) 130 E) 131

(UİMO - 2011)

78. $pqr = 2pr + qr + 10p$ eşitliğini sağlayan kaç (p, q, r) asal sayılar üçlüsü vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(UİMO - 2011)

79. $\sqrt{n+9} - 6\sqrt{n} + \sqrt{n+25} - 10\sqrt{n} = 2$ denklemini sağlayan n tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 228 B) 231 C) 242 D) 255 E) 289

(UİMO - 2012)

80. x pozitif gerçel sayısının tam sayı ve kesirli kısımlarının çarpımı 2'den, y pozitif gerçel sayısının tam sayı ve kesirli kısımlarının çarpımı da 3'ten küçük değilse, xy en az kaç olabilir?

- A) $\frac{183}{11}$ B) $\frac{209}{12}$ C) $\frac{245}{14}$ D) $\frac{231}{13}$ E) $\frac{271}{15}$

(UİMO - 2012)

81. $7 \cdot 2^n + 1$ sayısının tam kare olmasını sağlayan kaç n pozitif tam sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

82. Rakamlarının faktöriyelleri toplamı kendisine eşit olan 2010 dan küçük kaç pozitif tam sayı vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) Hiçbiri

(UMO - 2010)

83. $2011y^2 = 2010x + 3$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Sonsuz Çoklukta

(UMO - 2010)

84. İlk 2010 pozitif tam sayının rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 30516 B) 28068 C) 25020 D) 20100 E) Hiçbiri

(UMO - 2010)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**
Mustafa Özdemir

1.15 Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı Soruları (Temel Bilgiler)

1. a, b, c, d reel sayılar, $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$ ve $a + b + c + d = 4$ ise, $b + c$ 'nin alabileceği en büyük değer nedir?

A) $\frac{8}{3}$

B) 3

C) $\frac{10}{3}$

D) $\frac{7}{2}$

E) $\frac{15}{4}$

AÜMO - 1996

2. Dört sayının ikişer-ikişer toplanmasıyla elde edilen altı sayı küçükten büyüğe doğru dizilince dizilişin ilk dört terimi 1, 5, 8, 9 oluyor. Son terim nedir?

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

AÜMO - 1996

3. 1996 sayısı iki pozitif tamsayının toplamı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir? (Not: $a+b$ ve $b+a$ yazılışlarını farklı kabul ediyoruz.)

A) $\frac{1996}{2}$

B) 1995

C) 1996

D) $2 \cdot 1995$

E) $1995 \cdot 1996$

AÜMO - 1996

4. $xy + 3x - 5y = 17$ denklemini sağlayan kaç (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

A) 1

B) 3

C) 4

D) 6

E) Sonsuz

AÜMO - 1997

5. $0 \leq n \leq 1998$ için, $\sqrt[3]{98 \cdot n}$ tamsayı olacak şekilde kaç n tamsayısı vardır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 110

E) 111

AÜMO - 1998

6. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$ denkleminin reel çözümlerinin sayısı kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 3

D) sonsuz

E) Hiçbiri

AÜMO - 1999

7. $y \leq z$ olmak üzere, $x^y + x^z = x^{111t}$ denkleminin pozitif tamsayılar da çözümünün var olduğu biliniyorsa, aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

A) $y + z = 111t$

B) $111t = y + 1$

C) $x \geq 111t$

D) t bir tek sayıdır

E) Hiçbiri

AÜMO - 2003

8. n , pozitif bir tamsayı ve p , tamsayı olmayan bir rasyonel sayı olduğuna göre, $p^2 = \frac{(2n)!}{2000}$ eşitliğini sağlayan kaç tane pozitif p sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz çoklukta

AÜMO - 2004

9. m, n, k pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{7} \leq \frac{m}{n} < \frac{1}{3} \quad \text{ve} \quad \frac{m}{n} = \frac{m+k}{n \cdot k}$$

sağlanacak şekilde kaç tane $\frac{m}{n}$ kesiri vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

AÜMO - 2005

10. 5'in kuvvetleri ve farklı kuvvetlerinin toplamlarından oluşan sayılar artan sırada yazılarak 1, 5, 6, 25, 26, 30, 31, 125,... dizisi oluşturuluyor. ($1 = 5^0$, $5 = 5^1$, $6 = 5^0 + 5^1$, $25 = 5^2$, $26 = 5^0 + 5^2$, $30 = 5^1 + 5^2$, $31 = 5^0 + 5^1 + 5^2$, $125 = 5^3$ v.s.) Buna göre, bu sayı dizisinin 63'üncü terimi kaçtır?

- A) 3901 B) 3131 C) 3906 D) 3151 E) 775

AÜMO - 2005

11. $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ pozitif tamsayılarının ikiye-ikiye toplanmasıyla elde edilen sayı kümesinin $\{18, 26, 29, 34, 36, 37, 44, 45, 52, 55\}$ olduğu bilindiğine göre, x_2 sayısının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 3 D) 6 E) 4

AÜMO - 2005

12. n pozitif tamsayısının kaç farklı değeri için, $(n - 210)$ ve $(n + 210)$ sayılarının ikisi de bir tamkaredir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) En az 5

AÜMO - 2006

13. x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$20 : 18 : 16 : 14 : 12 : 10 : x : y = 1$$

denkleminde parantezler unutulmuştur. Parantezleri uygun biçimde yerleştirerek, $x + y$ 'nin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

- A) 23 B) 13 C) 17 D) 14 E) 10

AÜMO - 2006

14. a ve b pozitif tamsayılar olmak üzere, 2006'dan küçük olup, $\frac{a \cdot b - 2006}{a + b}$ şeklinde gösterilebilen kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 1002 D) 1003 E) 2005

AÜMO - 2006

15. $a_1, a_2, \dots, a_{50}$ farklı pozitif sayılar olsun. $i \neq j$ olmak üzere, en az kaç tane farklı $a_i + a_j$ toplamı elde edilebilir?

- A) 95 B) 97 C) 99 D) 101 E) 105

AÜMO - 2007

16. $A = \{-1, -2, -3, \dots, -97, -98\}$ kümesinin, boş olmayan her alt kümesi için, bu alt kümenin elemanlarının çarpımını hesaplayalım. Ortaya çıkan tüm çarpımların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $98! - 97!$ E) $98! - 1$

AÜMO - 2009

17. p bir asal sayı ve $x > 0$, $n \geq 0$ tam sayılar olmak üzere, $n^2 \cdot p < 1000$ ise

$$n^2 + 100 \cdot \frac{x}{p} = (n + x)^2$$

denkleminin kaç tane (x, n, p) çözüm üçlüsü vardır?

- A) 25 B) 30 C) 32 D) 33 E) 35

AÜMO - 2009

18. n sayısı 3'e, $n + 1$ sayısı 7'ye, $n + 2$ sayısı 11'e tam bölünecek şekilde en küçük n pozitif tamsayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 10 C) 11 D) 9 E) 12

AÜMO - 2009

19. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $a = \frac{n(n+1)}{2}$ biçimindeki sayıya bir üçgensel sayı denir. Buna göre, $a - b = 90$ eşitliğini sağlayan kaç tane (a, b) üçgensel sayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

AÜMO - 2009

20. $n^2 + 1001n$ ifadesini tam kare yapan en büyük n pozitif tam sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

AÜMO - 2009

21. $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy}\right) = 1$ denkleminin pozitif tamsayılar da kaç (x, y) çözüm ikilisi vardır?

- A) 2 B) 6 C) 4 D) 8 E) Sonsuz çoklukta

AÜMO - 2010

22. $20!$ sayısının sonundaki tüm sıfırlar atılırsa, son rakam ne olur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

AÜMO - 2010

23. 50^{20} sayısının farklı pozitif bölenlerinin çarpımının sonunda kaç 0 vardır?

- A) 17200 B) 17220 C) 8600 D) 8630 E) 8610

AÜMO - 2010

24. Ahsen, hesap makinesinde yazdığı bir sayı, 2'den küçük olana kadar $\sqrt{}$ (karekök) tuşuna basıyor. Ahsen, bu işlemi, 1 ile 2010 (1 ve 2010 dahil) arasındaki sayıların kaçında tuşa çift sayıda basarak yapar?

- A) 1765 B) 1766 C) 1767 D) 1768 E) 1769

AÜMO - 2010

25. Birbirinden farklı olması gerekmeyen ve toplamı 1350 olan 23 pozitif tam sayının EKOK'unun alabileceği en küçük değerin rakamları toplamı nedir?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 6 E) 5

AÜMO - 2010

26. 100'den küçük kaç tane n pozitif tamsayısı için, $n+11$ ve $n^2+12n-6$ ifadelerinin 1'den büyük ortak böleni vardır?

- A) 8 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

AÜMO - 2011

27. $x(x - y^2) = y^2 - 76$ eşitliğini sağlayan negatif olmayan x, y tamsayıları için $2x - y$ 'nin en küçük değeri nedir?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 8 E) 16

AÜMO - 2011

28. $\frac{8}{5}n$ tamsayısının pozitif bölenlerinin sayısı, n tamsayısının pozitif bölenlerinin $\frac{8}{5}$ 'ine eşittir. Buna göre, $n = 5^m k$, $k \in \mathbb{Z}^+$ şeklinde ise m doğal sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

AÜMO - 2012

29. $[0, 50]$ aralığından alınmış x, y, z tamsayılarından oluşturulan kaç farklı (x, y, z) üçlüsü için $(y + z)^2 - (x + y)^2 = (y - z)^2 - (x - y)^2$ eşitliği sağlanır?

- A) $50 \cdot 100$ B) $50 \cdot 101$ C) $51 \cdot 101$ D) $51 \cdot 100$ E) 51^2

AÜMO - 2012

30. $0 < x < 1$ ve $0 < y < 1$ olmak üzere, $x + 3y$ ve $3x + y$ ifadelerinin her ikisini de tamsayı yapan kaç (x, y) ikilisi vardır?

- A) 7 B) 5 C) 6 D) 4 E) 9

AÜMO - 2012

31. $6!$ sayısını böldüğünde 6 kalanı elde edilen kaç sayı vardır?

- A) 13 B) 3 C) 16 D) 11 E) 12

AÜMO - 2013

32. $100^2 + 1, 100^2 + 2, 100^2 + 3, \dots, 102^2 - 2, 102^2 - 1, 102^2$ sayılarından 100'e bölünenlerin toplamının, kaç pozitif çift böleni vardır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 18 E) 27

AÜMO - 2013

33. Kaç tane $m \in [-100, 100]$ tamsayısı için, $m^3 + m^2 + 11$ sayısı, $m^2 - m + 1$ sayısına tam bölünür?

- A) 10 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

AÜMO - 2013

Bu soruların çözümlerini Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları kitabında bulabilirsiniz.

Problemler

2.1 Yaş Problemleri

Örnek 134 *Burcu, Alper ve Mustafa'nın yaşları toplamı 48'dir. Alper ve Mustafa'nın yaşları toplamı, şimdiki yaşları toplamının 3 katı olduğunda, Burcu'nun yaşı, Alper'in bugünkü yaşının 6 katı, Mustafa'nın bugünkü yaşının ise 4 katı olduğuna göre, Burcu bugün kaç yaşındadır?*

Örnek 135 *Ahmet ile Alper'in yaşları toplamı 60'tur. Ahmet, Alper'in yaşında iken Alper'in doğmasına 18 yıl vardı. Buna göre, Alper, Ahmet'in şimdiki yaşına geldiğinde Ahmet kaç yaşında olur?*

Örnek 136 *Hayriye, Nuriye ve Lokman farklı yaşlardaki üç kardeştir ve tümünün doğum tarihi 19 ocaktır. Hayriye, 4 yaşında iken, Nuriye'nin yaşı, Lokman'ın yaşının 3 katıydı. Lokman, Hayriye'nin yaşının 2 katı yaşındayken, Nuriye'nin yaşı, Hayriye'nin yaşının 5 katıydı. Nuriye'nin yaşı Lokman'ın yaşının 2 katı olduğunda Hayriye kaç yaşında olur?*

2.2 İşçi Havuz Problemleri

Örnek 137 *Ali bir işin yarısını 3 günde, Cemil aynı işin 2/3'ünü 12 günde ve Deniz ise aynı işin 1/3'ünü 4 günde yapabilmektedir. Ali ile Cemil birlikte çalışmaya başladıkdan 2 gün sonra Deniz'de birlikte çalışmaya başlıyor. 1 gün sonra Ali ve Cemil işten ayrılıyor. Geri kalan işin 2/3'ünü Deniz tek başına kaç günde bitirebilir?*

Örnek 138 *Birim zamanda biri diğerinin iki katı su akıtan iki musluk boş bir havuzu birlikte 12 saatte doldurmaktadır, iki musluk aynı anda açılıyor. 6'ncı saatin sonunda az su akıtan musluk kapatılıyor. Havuzun boş olan kısmını fazla su akıtan musluk kaç saatte doldurur?*

Örnek 139 *Bir musluk tek başına bir havuzu 6 saatte doldurmakta, başka bir musluk ise aynı havuzun yarısını 12 saatte boşaltmaktadır. Birinci musluktan akan su miktarı %20 arttırılır ve ikinci musluktan akan su miktarı %20 azaltılırsa, iki musluk birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?*

Örnek 140 Yarıçapı r olan bir musluk, yarıçapı $3r$ olan muslukla birlikte açılınca havuz a saatte doluyor. Yarıçapı r olan $r/2$ 'ye düşürülüp, $3r$ olan $4r$ 'ye çıkarılırsa havuz b saatte doluyor. Buna göre, a/b oranı kaçtır?

Örnek 141 n tane özdeş musluk birer saat arayla açılırsa son musluk açıldıktan 1 saat sonra havuzun $1/2$ 'si doluyor. Eğer, muslukların birim zamandaki su akıtma kapasiteleri iki katına çıkarılır ve ikişer saat arayla açılırsa, muslukların yarısı açıldıktan iki saat sonra havuzun $8/15$ 'i doluyor. Buna göre n kaçtır?

Örnek 142 Ahmet ile Burcu aynı sayıda gün çalışıyorlar. Eğer, Ahmet 1 gün daha az çalışsa ve Burcu'da 5 gün daha az çalışsa, Ahmet 120 TL ve Burcu da 40 TL kazanıyor. Eğer Ahmet 5 gün az çalışsa ve Burcu da 1 gün az çalışsa, Burcu, Ahmet'ten 20 TL daha az kazanıyor. Buna göre, Ahmet ve Burcu tam çalıştıklarında toplam kaç TL kazanırlar.

2.3 Hareket Problemleri

Örnek 143 Bir aracın 420 km yolu 60 km/saat hızla gitmesi düşünülüyor. 2 saat gecikmeyle yola çıkan araç 60 km/saat hızla 3 saat gidiyor. Aracın normal zamanda yolculuğu bitirmesi için geri kalan yolu kaç km/saat hızla gitmesi gerekir?

Örnek 144 İki araba bir A şehrinden B şehrine doğru sabit fakat farklı hızlarla aynı anda hareket ediyorlar. Hızlı olan araba B'ye vardığından sonra durmadan geri dönüyor ve B'yi x km geçtikten sonra diğer arabayla karşılaşiyor. Daha sonra, hızlı olan araba A'ya varıp tekrar dönüyor ve A ile B arasındaki yolun $1/4$ kadarını aldığı anda diğer araba ile tekrar karşılaşılıyorlar. Buna göre A şehriyle B şehri arasındaki uzaklık kaç km'dir.

Örnek 145 100 basamaklı bir yürüyen merdiven yukarı doğru sabit hızla hareket ederken, Alper ile Burcu merdivenlerden yürüyerek çıkıyor. Alper, merdivenin tepesine kadar 40 basamak, Burcu ise 60 basamak çıkıyor. Buna göre Burcu'nun hızının Alper'in hızına oranı kaçtır?

Örnek 146 A ve B şehirleri arasındaki mesafe 39 km'dir. Ali, A şehrinden B şehrine giderken, önce yokuş çıkıp, sonra düz gidip, daha sonra da yokuş inerek B şehrine ulaşmaktadır. Ali, A şehrinden B şehrine 12 saatte giderken, 15 saatte geri dönmektedir. Ali'nin Yokuş çıkarken, düz giderken ve yokuş inerken hızları sırasıyla ise 2, 3 ve 5 km/saat olduğuna göre, A ile B şehri arasındaki düz olan yolun uzunluğu kaç km'dir?

Örnek 147 İki araba aynı anda aynı yöne doğru saatte 40 km ve 50 km hızlarla hareket ediyorlar. Üçüncü araba iki araba hareket ettikten yarım saat sonra aynı

yönde hareket edip, ikinci olan arabayı geçtikten 1, 5 saat sonra birinci olan arabaya da yetişiyor. Üçüncü arabanın hızını bulunuz.

2.4 Yüzde Faiz Problemleri

Örnek 148 *Bir sınıftaki öğrencilerin %75'i fizikten, %90'ı da matematikten, %80'i kimyadan ve %95'i de biyolojiden başarılı olmuştur. Buna göre, sınıftaki öğrencilerin en az % kaç tüm dört dersten de başarılı olmuştur?*

Örnek 149 *Bir sınıftaki gözlüklü öğrencilerin %25'i kızdır. Kız öğrencilerin ise yarısı gözlüklüdür. Sınıfın %25'i ise gözlüksüz ve erkektir. Gözlüklü kız öğrenciler sınıfın yüzde kaçındır?*

Örnek 150 *Bir tüccar, metresi 240 TL'den aldığı kumaşı yıkatıp kuruttuktan sonra %20 karla satacaktır. Yıkıatıp kurutma işleminden sonra kumaş %20 kısaldığına göre, kumaşın metresi kaç TL'den satılmalıdır?*

Örnek 151 *Bir pazarcı, domatesten %20 kar elde etmeyi düşünmektedir. Domatesin yarısını bu kar ile sattıktan sonra, geri kalan domateslerin %20'sinin ezildiğini görüyor ve bunları atıyor. Geri kalan domateslerin fiyatını tüm domates satışından %20 kar edecek şekilde değiştiriyor. Buna göre, domatesin kilosunu en son alan müşteriler ilk alan müşterilerden %'de kaç daha pahalı almıştır?*

Örnek 152 *Bir satıcı, bir miktar bardak alıyor. Bardakların 15 tanesini %20 zararına veriyor. Geri kalan bardakları da 2 TL kar ile diğer müşterilerine satıyor. Satış fiyatlarının tamamı tamsayı TL olduğuna ve tüm satıştan, 1000 TL kar ettiğine göre, satıcı en az kaç bardak alıp satmıştır?*

Örnek 153 *İlköğretim ve lise öğrencilerine yapılan bir ankette uzayda hayat olup olmadığına inanıp inanmadıkları sorulmuş ve sadece evet ve hayır yanıtları alınmıştır. Ankete katılan ilköğretim ve lise öğrencilerinin sayısı birbirine eşittir. Evet diyen öğrencilerin %60'ı lise öğrencisi ve hayır diyen öğrencilerin %80'i ilköğretim öğrencisi olduğuna göre, ilköğretim öğrencilerinin yüzde kaç evet demiştir?*

2.5 Karışım Problemleri

Örnek 154 *Şeker oranları %40 ve %60 olan şekerli su karışımları, şeker oranlarıyla ters orantılı bir şekilde karıştırılıyor. oluşan karışımın su yüzdesi ne olur?*

Örnek 155 Bir A musluğu %25 tuzlu su akıtarak $3x$ saatte, aynı havuzu B musluğu %65 tuzlu su akıtarak $5x$ saatte doldurabilmektedir. İki birlikte açılınca havuzu doldurduklarında havuzdaki suyun tuz oranı yüzde kaç olur?

Örnek 156 Alkol oranı %40 olan alkol su karışımından bir miktar alınıp yerine geriye kalan karışımın miktarında su konuluyor. Yeni karışımından bir miktar daha alınıp, yerine geri kalan karışım kadar alkol konuluyor. Son elde edilen karışım 120 litre ise, ne kadarı alkoldür?

2.6 Saat Problemleri

Örnek 157 Günde 4 dk geri kalan dijital olmayan bir saat, zamanı doğru olarak gösterdikten en az kaç gün sonra zamanı tekrar doğru gösterecektir?

Örnek 158 Biri saatte 2 dakika ileri giden, diğeri saatte 3 dakika geri kalan dijital olmayan iki saat, doğru zamanı gösterdikten kaç gün sonra yine doğru zamanı gösterirler?

Örnek 159 Saat 9'dan kaç dakika sonra akreple yelkovan arasındaki açı a) 123° b) 72° olur?

2.7 Sınav Problemleri

Örnek 160 50 soruluk bir sınavda her doğru yanıt için 5 puan verilirken, her yanlış yanıt için 3 puan ve her boş yanıt için de 1 puan kesilmektedir.

a) Bu sınava giren Betül'ün yanlış sayısı doğru sayısından fazla olduğu bilindiğine göre negatif puan almayacak şekilde yapacağı en az doğru için yanlış sayısı en fazla kaç olabilir?

b) Betül'ün yanlış sayısı doğru sayısından fazla ise, kaç değişik şekilde 0 puanı alabilir?

Örnek 161 30 sorudan oluşan bir test sınavında, her doğru yanıt için 5 puan, boş bırakılan her soru için 1 puan ve yanlış bırakılan her soru için ise 0 puan verilmektedir. Bu puanlama sistemiyle 1'den (1 dahil) 150'ye kadar (150 dahil) alınabilecek tüm puanların alınabilmesi için sınıfta en az kaç kişi olmalıdır?

2.8 Tahtadaki Sayı Problemleri

Örnek 162 Tahtada yazılan bir sayı silinip yerine her adımda, ya üç katı, ya küpü, ya da karesi alınıyor. Tahtadaki ilk yazılan sayı 9 ise 3^{1000} sayısına en az kaç adımda ulaşılabilir?

Örnek 163 Tahtada $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ sayıları yazılmıştır. Her adımda ikisi silinip yerine silinen sayıların çarpımları ile toplamalarının toplamı yazılıyor ve tahtada tek sayı kalıncaya kadar bu işleme devam ediliyor. Buna göre tahtada son kalan sayı kaçtır?

Örnek 164 Tahtada $2, 3, 4, \dots, 100$ sayıları yazılıdır. Tahtadaki herhangi iki x ve y sayısı silinip yerine $xy - x - y + 2$ sayısı yazılıyor. Bu işleme tahtada bir

Örnek 165 Tahtaya bir (a_1, a_2, a_3) sayı üçlüsü yazıldıktan sonra, her adımda bu sayılardan herhangi a_i ve a_j , $i \neq j$ ikisini seçerek, bunların yerine,

$$(0, 6a_i - 0, 8a_j) \text{ ve } (0, 8a_i + 0, 6a_j)$$

sayılarını yazıyoruz. $(3, 4, 12)$ sayıları tahtaya yazıldıktan sonra, belirtilen işlemler ile aşağıdaki üçlülerden hangisi elde edilebilir. (Hırvatistan 1999)

A) $(2, 8, 10)$ B) $(1, 3, 9)$ C) $(5, 8, 16)$ D) $(11, 12, 18)$ E) Hiçbiri

Örnek 166 Tahtadaki n sayısı silinip yerine, $n = a + b$ olması şartıyla $a \cdot b$ sayısı yazılabiliyor. Tahtada, başta 25 sayısı var ise, aşağıdakilerden hangisi elde edilemez?

A) 2000 B) 2001 C) 2006 D) 2010 E) Hiçbiri

Örnek 167 Matematik öğretmeni, tahtanın soluna 2, sağına 5 yazıyor. Birinci öğrenci bu sayıların arasına çarpımları olan 10 sayısını yazıyor. İkinci öğrenciden itibaren sırası gelen her öğrenci yine tahtada ardışık yazılı tüm sayı ikilileri için, bunların arasına çarpımlarını yazıyor. Altıncı öğrenci de işlemini bitirdikten sonra, tahtada yazılı tüm sayıların çarpımı hesaplanıyor. Bu çarpımın sonunda kaç 0 vardır?

Örnek 168 Tahtaya 1'den 2010'a kadar olan pozitif tamsayılar yazılmıştır. Bunlardan herhangi n tanesi silindiğinde, geriye kalan $2010 - n$ sayı arasından toplamı da tahta üzerinde olacak şekilde en az iki sayı bulunuyorsa, n en fazla kaç olabilir?

Örnek 169 Alper, tahtadaki (m, n) ikilisini silip bunların yerine, $(m - n, n)$ ikilisini, Mehmet (m, n) ikilisinin silip yerine $(m + n, n)$ ikilisini, Hakan ise,

(m, n) ikilisini silip yerine (n, m) ikilisini yazıyor. Tahtada ilk başta $(10101, 3030)$ ikilisi yazılı olduğuna göre, Alper, Mehmet ve Hakan üçlüsü aşağıdaki ikililerden hangisini elde edemezler?

- A) $(1002, 21)$ B) $(15, 102)$ C) $(99, 3)$ D) $(12, 45)$ E) $(12, 42)$

2.9 Tartı Problemleri

Örnek 170 Bir kuyumcu, yeni aldığı çırağına bir oyun oynuyor. Birbirinin görünüm ve gramaj olarak aynı olan iki altın yüzüğün yanına, bunlardan hafif olan fakat görerek ayırt edilemeyen birbirinin aynı 2 tane yüzük daha koyuyor. Kuyumcu çırağından, denge terazisini kullanarak en az tartıyla bu hafif yüzükleri bulmasını istiyor. Kuyumcu çırağı en az kaç tartıda bu 2 yüzüğü bulabilir?

Örnek 171 Birbirinin aynı görünüme sahip 6 adet bilyeden birinin ağırlığı diğerlerinden farklıdır. Dijital tartı kullanarak farklı olan bilyeyi ve ağırlığını en az kaç adımda hesaplayabiliriz.

Örnek 172 Birbirinin aynı görünen, ağırlıkları birbirinden farklı 1'den 24'e kadar numaralanmış 24 bilyeden, en ağır ikinci bilyeyi, iki kefeli bir terazide en az kaç tartıda kesinlikle bulabilirsiniz?

2.10 Sayı Tablosu ve Sihirli Kare Problemleri

Örnek 174 Yandaki sihirli karede her satırdaki, sütundaki ve köşegenlerdeki sayıların toplamı eşittir. Buna göre x kaçtır?

x	14	53
10		

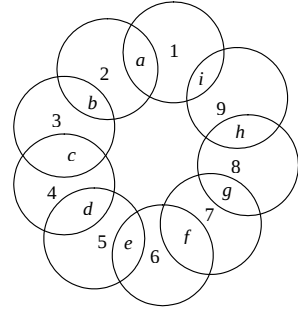
Örnek 175 4×4 tipindeki bir satranç tahtasında, her satır, kolon ve temel köşegenler üzerindeki sayıların toplamının değeri k ise, dört köşedeki sayıların toplamının da k olduğunu gösteriniz. (İsveç M.O)

Örnek 176 Her satırı ve her sütunu aritmetik olarak artan veya azalan pozitif tamsayılardan oluşturulan yandaki tabloda bazı sayılar verilmiştir. Buna göre, x kaçtır? (AIME 1988)

ece, dördüncü sütunda $3a = 150$, $B = 50 + 98 = 148$ olduğundan artış miktarı 2'dir ve $x = 142$ bulunur.

			x	
	74			
				186
		103		
0				

Örnek 177 Yandaki şemada 9 küme gösterilmektedir. Her harf 1,2,3,...,9 rakamlarından birini göstermek üzere, her bir kümenin içindeki sayıların toplamı birbirine eşit ise f kaçtır? $a + f + i$ toplamını bulunuz.



2.11 Mantık Problemleri

Örnek 178 Aşağıdaki diyaloga göre, Mehmet'in en büyük çocuğu kaç yaşındadır?

Ahmet : Kaç çocuğun var?

Mehmet : 3 tane.

Ahmet : Yaşları kaç?

Mehmet : Hepsi 15'den küçük ve yaşlarının çarpımı 90. Bul bakalım.

Ahmet : Bu bilgilerle bulamam, yaşlarının toplamı kaç?

(Mehmet Ahmet'e yaşları toplamını söyler.)

Ahmet : Yine bilemedim.

Mehmet : En küçük çocuğum uyuyor.

Ahmet : Buldum.

Örnek 179 Aşağıdaki diyaloga göre kimler yalancı?

Erkan : Murat ve Kemal doğru söylüyor.

Emre : Hakan ve Murat'ın ikisi de doğru söylüyor.

Kemal : Erkan doğru söylüyor. Emre yalan söylüyor.

Murat : Kemal yalan söylüyor.

Hakan : Erkan ve Kemal yalan söylüyor.

Örnek 180 Antalya'da 2005 ve 2011 yılları arasındaki hava sıcaklıkları ölçülüyor. 15 ve 15 derecenin altındaki günlere SOĞUK, 30 ve 30 derecenin üstündeki günlere SICAK ve 15 ile 30 derece arasındaki günlere de ILIK deniliyor. Ilık günlerin sayısının, sıcak günlerin sayısından 13 gün fazla, sıcak günlerin sayısının da soğuk günlerin sayısından 29 gün fazla olduğu yılı bulunuz.

2.12 Oyun ve Turnuva Problemleri

Örnek 181 Bir turnuvada 10 takım vardır. Galibiyete 3 puan, beraberliğe 1 puan ve mağlubiyete ise 0 puan verilmektedir. Turnuvanın sonunda 10 takımın toplam puanları 130 ise, kaç maç beraberlikle bitmiştir?

Örnek 182 Bir futbol turnuvasında, her takım diğer takımlarla yaptığı maçlardan en az beşini kazanmıştır. Bu turnuvada en az beş maç kaybeden bir takımın olduğunu kanıtlayınız.

Örnek 183 Hacer'le Hayriye birer kez zar atıyorlar. Hayriye'ye gelen sayı, Hacer'e gelen sayı dan küçük değilse, Hayriye'ye 10 puan veriliyor. Aksi takdirde Hacer'e x puan veriliyor. Oyunda haksızlık olmaması için x kaç olmalıdır?

Örnek 184 Bir turnuvada her iki oyuncu birbirleriyle bir kez maç yapıyorlar. Her bir oyuncuya kazandığı her maç için, 1 puan, beraberlik için $1/2$ puan ve kaybettiği her maç için ise 0 puan verilmektedir. S , bu turnuvadaki en az puan alan 10 oyuncunun kümesini gösterebilir. Turnuvadaki her oyuncunun kazandığı puanların yarısını S kümesindeki oyuncularla yaptıkları maçlardan aldıkları bilindiğine göre, turnuvada kaç oyuncu vardır? (AIME - 1985)

Örnek 185 En az 25 yarışmacının katıldığı bir masa tenisi turnuvasında Akdeniz Üniversitesi'nden n , Dokuz Eylül Üniversitesi'nden de $2n$ yarışmacı katılmaktadır. Turnuvada bütün yarışmacılar birbirleriyle birer maç yapmışlardır. Akdeniz Üniversitesi yarışmacılarının kazandığı maçların sayısının, Dokuz Eylül Üniversitesi yarışmacılarının kazandıkları maçların sayısına oranı $1/4$ ise, n en az kaçtır? Bu durumda Akdeniz Üniversitesi yarışmacıları Dokuz Eylül Üniversitesi yarışmacılarını kaç kez yenmiştir?

Örnek 186 Mustafa ve Seyit birlikte bir tenis turnuvasına katılıyorlar ve turnuvada birbirleriyle de maç yapıyorlar. Bu turnuvada, birbiriyle maç yapmayan her iki kişinin ortak maç yaptığı tam 2 kişi vardır. Diğer taraftan, birbiriyle maç yapan her iki kişinin de maç yaptıkları herhangi ortak bir kişi yoktur. Buna göre, Mustafa, bu topluluktaki 11 kişiyle maç yaptıysa, Seyit bu topluluktaki en az kaç kişiyle maç yapmıştır?

2.13 Çember Etrafına Sayı Yerleştirme Problemleri

Örnek 187 1, 2, 3, ..., 12 sayılarını bir çember etrafına dizmek istiyoruz.

a) Herhangi komşu iki sayının toplamı tamkare olacak şekilde bir diziliş mümkün müdür?

b) Herhangi komşu iki sayının toplamı $n(n+1)/2$ formunda olacak şekilde bir diziliş mümkün müdür?

Not : $n(n+1)/2$ formunda yazılabilen sayılara üçgensel sayılar denir.

Örnek 188 Bir çember etrafında, $n \geq 2$ olmak üzere, 1'den n 'ye kadar tüm tam-sayılar yerleştirilecektir. Herhangi iki komşu sayının ortak en az bir rakamı var olacak şekilde en küçük n sayısını bulunuz. (Rusya M.O. 1999)

Örnek 189 Art arda gelen herhangi iki sayının aralarındaki fark 2 veya 3 olacak şekilde 2002 farklı sayı bir çember etrafında diziliyor. Çemberin etrafındaki en büyük sayıyla, en küçük sayı arasındaki fark en fazla kaç olabilir? (Tourn. of Towns M.O. 2002)

Örnek 190 268 sayı bir çember etrafına dizilmiştir. 17'inci sayı 3, 83'üncü sayı 4, 144'üncü sayı 9 ve herhangi ardışık 20 sayının toplamı 72 olduğuna göre, 210'uncu sayı kaçtır? (İsveç M.O. 2002)

Örnek 191 Uzunluğu 999 m olan, elips şeklindeki bir yolda, bir noktadan başla-yarak ağaç dikeceğiz. Herhangi bir ağaca 1 ve 2 metre uzaklığında kesinlikle birer ağaç bulunması koşuluyla, bu yola en az kaç ağaç dikebiliriz?

Örnek 192 Bir çember etrafına 1, 2, ..., n sayıları herhangi sırada dizilecektir. Bu dizilişte, birbirine komşu olan sayıların farklarının mutlak değerleri toplamı en küçük kaç olabilir? (Baltık Way M.O. 1990)

Örnek 193 Birbirinden farklı 16 reel sayı, belirli bir noktadan başlanarak sırasıyla bir çember etrafına yazılmıştır. Ard arda olan herhangi 3 sayının toplamı 2'den küçük değil, art arda gelen herhangi 5 sayının toplamı da 4'ten büyük değildir. Buna göre, çember etrafına yazılan ilk iki sayının farkı en fazla kaç olabilir?

Örnek 194 4 sayı bir çember etrafına yerleştirilmiştir. Her adımda, tüm sayılar için, tek seferde her bir sayı silinip belirlenmiş bir yöne doğru, bu sayı ile bu sayıdan sonra gelen sayının farkı yazılıyor. Örneğin, a, b, c, d yazılı iken, $a - b, b - c, c - d, d - a$ yazılıyor. Bu şekilde, 1996 adımdan sonra elde edilen a, b, c, d sayıları için, $|bc - ad|, |ac - bd|, |ab - cd|$ sayıları asal olabilir mi? (1996 IMO Shortlist)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

2.14 Çözümlü Test 2

1. Alper, 1998 yılında, n^2 yılında n yaşında olacağını dediğine göre, 2008 yılında kaç yaşında olacaktır?

- A) 17 B) 19 C) 32 D) 28 E) 27

2. Bir okul partisine katılan öğrencilerin % 60'ı kız ve %40'ı danstan hoşlanıyor. Partide sonradan tamamı danstan hoşlanan 20 erkek öğrenci daha katılınca, partideki kız öğrenciler % 58 oluyor. Partide danstan hoşlanan kaç öğrenci vardır? (AIME 2008)

- A) 251 B) 580 C) 256 D) 232 E) Hiçbiri

3. Bir grup kız ve erkek öğrenci pizzacıya gidiyorlar. Pizzacıda bir bütün pizza 12 parçaya ayrılarak servis yapılıyor. Erkek öğrencilerin her biri, 6 veya 7 parça, kız öğrencilerin her biri ise 2 veya 3 parça pizza yiyor. 4 tüm pizza az gelirken, 5 tüm pizza fazla geliyor. Buna göre, bu öğrenci grubunda kaç öğrenci vardır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

4. Tahtada $\sqrt{2}$, 2 ve $1/\sqrt{2}$ sayıları yazılmıştır. Bu sayılardan herhangi ikisini silip yerine bu sildiğimiz sayıların toplamının ve farkının $\sqrt{2}$ ile bölümünü yazıyoruz. Bu şekilde devam ederek tahtada aşağıdakilerden hangisini elde edemeyiz.

- A) 1, $\sqrt{2}$ ve $1 + \sqrt{2}$ B) 2, $\frac{3}{2}$ ve $-\frac{1}{2}$ C) 2, $\frac{3}{2}$ ve $\frac{1}{2}$
D) 2, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ve $-\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2}$, $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2}$ ve $1 + \sqrt{2}$

5. Tahtada, $49/1, 49/2, 49/3, \dots, 49/97$ sayıları yazılmıştır. Tahtadaki herhangi iki a ve b sayısını silip yerine $2ab - a - b + 1$ yazalım ve tahtada bir sayı kalıncaya kadar bu şekilde devam edelim. Tahtada kalan son sayı kaçtır? (Avusturya Polonya M.O. 1997)

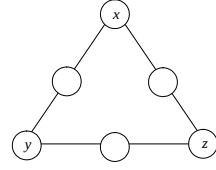
- A) 1 B) 2 C) 101 D) 50 E) 51

6. 3×3 bir satranç tahtasında, her sıradaki, sütundaki ve köşegendeki sayıların çarpımı eşittir. Bu kareye 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ve 256 sayıları yerleştirilecektir. Buna göre, ortadaki karede kaç olmalıdır?

- A) 32 B) 64 C) 16 D) 8 E) 4

7. 5, 7, 11, 13, 15 ve 17 sayıları yandaki üçgendeki her daireye yerleştirilecektir. Her kenar üzerindeki, 3 sayının toplamı 35'e eşit ise, $x + y + z = ?$

- A) 35 B) 36 C) 37 D) 34 E) 39



8.

		x	11			y		3		z
--	--	-----	----	--	--	-----	--	---	--	-----

 tablosu göz önüne alınıyor.

Verilen şekilde, ardışık herhangi üç kare içindeki sayıların toplamı 20 ise, $x + y + z$ kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 3 D) 14 E) 6

9. Bir soruya en fazla 5 puan verilen bir matematik olimpiyatında, erkeklerin ortalaması 4, kızların ortalaması 3,25 ve tüm sınıfın ortalaması ise 3,6'dır. Öğrenci sayısının 30 ile 50 arasında olduğu bilindiğine göre olimpiyata katılan kız ve erkek öğrencilerin sayıları arasındaki fark kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. 8 oyuncu bir turnuvada karşılaşıyorlar. Her bir oyuncu diğer bir oyuncu ile yalnızca bir kez karşılaşıyor. Bir oyuncu kazandığı her maç için 1 puan, beraberlik için, 1/2 puan ve kaybettiği her maç için ise 0 puan alıyor. Turnuva sonunda, tüm oyuncuların puanları farklı ve ikinci olan oyuncunun puanı en alttaki dört oyuncunun puanından daha fazla olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi yanlıştır? (S.S.C.B. M.O. 1963)

- A) 4. sıradaki oyuncu 5. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
B) 3. sıradaki oyuncu 6. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
C) 1. sıradaki oyuncu 2. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
D) 2. oyuncunun puanı 6,5'tir.
E) 1. oyuncunun puanı 7'dir.

11. Dijital olmayan bir saat her 1 saatte 30 saniye geri kalıyor. Bu saat doğru bir zamana ayarlandıktan kaç gün sonra 5'inci kez doğru zamanı gösterir?

- A) 100 B) 200 C) 300 D) 240 E) 180

12. Saat 16.10'dan kaç dakika sonra akreple yelkovan arasındaki açı ikinci kez 45 derece olur?

- A) 22 B) 20 C) 25 D) $\frac{100}{11}$ E) Hiçbiri

13. Bir yarışta 3 atlet sabit hızlarıyla koşmaktadır. Aynı anda koşmaya başlayan en hızlı koşan atlet yarışı bitirdiğinde ikinci atletin bitirmesine 50 m, üçüncü atletin bitirmesine 100 m vardır. İkinci atlet yarışı bitirdiğinde üçüncüsünün bitirmesine 75 m vardır. Buna göre, koşulan pistin uzunluğu kaç m'dir?

- A) 200 B) 300 C) 150 D) 400 E) 250

14. Tamsayılardan oluşan yandaki tabloda herhangi satırdaki, kolondaki ya da köşegendeki üç sayının çarpımı aynı sayıya eşittir. Bu sayının 2008'den küçük olduğu bilindiğine göre bu sayı en fazla kaç olabilir?

a	b	c
d	e	f
g	h	i

- A) 1728 B) 1927 C) 1516 D) 1458 E) 2001

15. Antalyaspor, önemli bir maçı için, Antalya'daki tüm liselerden, her okuldan eşit fakat 45'den az sayıda öğrenciyi maçı izlemeye davet etmiştir. Stadın öğrencilere ayrılan bölümünde her sırada 210 oturma yeri bulunmaktadır. Toplam 2009 öğrencinin maçı izlemesi düşünülen bu maçta, aynı okuldan gelen tüm öğrencilerin aynı sırada oturabilmesi için, stadın öğrencilere ayrılan kısmında en az kaç sıra olmalıdır?

- A) 10 B) 12 C) 11 D) 16 E) 9

16. Temel takasıyla balığa çıkmış ve bir miktar balık yakalamıştır. Balıklardan en ağır olan 2 tanesi, tüm balıkların toplam ağırlığının %25'i kadardır. En hafif 5 balığın toplam ağırlığı ise, tüm balıkların toplam ağırlığının %45'i kadardır. Temel en büyük iki balığı satıp en küçük 5 balığı da yemiştir. Geri kalan tüm balıkları da Dursun'a vermiştir. Temel, Dursun'a kaç balık vermiştir?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 4 E) 3

17. Mehmet'in tatilinin 7 gününde yağmur yağmıştır. Yağmur yağın her gün, ya sabah veya öğleden sonra yağmış ve aynı gün içinde hem sabah hem de öğleden sonra yağmur yağmamıştır. Tatil günlerinin, 5 öğleden sonrası ve 6 sabahında yağmur yağmadığına göre, Mehmet'in tatili kaç gündür?

- A) 9 B) 11 C) 10 D) 5 E) 8

18. 12 kişilik bir sınıftan 3 öğrenci matematik olimpiyat takımına seçilecektir. Takımda en az bir kız, bir de erkek öğrenci olması istenmektedir. Bu 12 öğrenciden istenen şekilde 160 takım seçilebilmektedir. Buna göre, sınıftaki kız öğrencilerin sayısı ile, erkek öğrencilerin sayısının farkı kaçtır?

- A) 6 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. 50 soruluk bir test sınavında, doğru yanıtlara 11 puan, yanlış yanıtlara -5 puan ve boş yanıtlara da 0 puan verilmektedir. Alper 250 puan aldığına göre, doğru sayısı en fazla kaç olabilir?

- A) 19 B) 27 C) 30 D) 33 E) 31

20. Sevda, ilk n sayının çarpımını ve Sinem'de $m > 2$ olmak üzere ilk m tane çift sayının çarpımını hesaplıyor. Her ikisi de aynı sonucu bulduklarına göre, buldukları sayı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) İstenen şekilde sonsuz sayıda sayı bulunabilir.
 B) İkisinden biri hata yapmıştır.
 C) İstenen sayıyı bulabilmek için m sayısının verilmesi gerekir.
 D) İstenen sayıyı bulabilmek için n sayısının verilmesi gerekir.
 E) Hiçbiri

21. Tahtada $2, 2^2, 2^4, 2^8, \dots, 2^{256}$ sayıları yazılıdır. Tahtadaki herhangi iki x ve y sayısı silinip yerine $xy + x + y$ sayısı yazılıyor. Bu işleme tahtada bir tek sayı kalıncaya kadar devam ediliyor. Buna göre, tahtada kalan son sayı kaç olacaktır?

- A) $2^{512} - 4$ B) $2^{512} - 2$ C) $2^{256} + 2$ D) 1 E) $2^{256} - 2$

22. Bir tenis oyuncusu, kazandığı maç sayısını oynadığı toplam maç sayısına bölerek kazanma oranını hesaplıyor. Hafta sonu başında kazanma oranı $0,5$ iken, hafta sonu 4 maç daha yapıyor ve üçünü kazanıp birini kaybediyor. Bu durumda kazanma oranı $0,503$ 'den büyük oluyor. Buna göre, bu oyuncunun hafta sonundan önce kazandığı maçların sayısı en fazla kaç olabilir? (AIME 1992)

- A) 163 B) 165 C) 160 D) 164 E) Hiçbiri

23. Yandaki sihirli karede her satırdaki, sütundaki ve köşegenlerdeki sayıların toplamı eşittir. Buna göre x kaçtır?

- A) 35 B) 21 C) 14 D) 27 E) Hiçbiri

x		
		13
5		19

24. Bir otobüste Almanca ve İngilizce dillerinden en az birini bilen 33 kişi vardır. Otobüsten her durakta biri Almanca ve biri İngilizce bilen 2 kişi veya her iki dili bilen 1 kişi iniyor. 19 durak sonunda otobüste yalnızca İngilizce bilen 5 kişi kaldığına göre, otobüste 2 dili bilen kaç kişi vardır?

- A) 8 B) 11 C) 10 D) 9 E) Hiçbiri

25. 23, 24 ve 25 kg'lık ağırlıklarından üçer tane bulunuyor. Bu ağırlıklardan istediğimiz kadarını istediğimiz kefeye koyarak çift kefeli bir terazide en çok kaç farklı pozitif ağırlığı tartabiliriz?

- A) 141 B) 128 C) 132 D) 171 E) 164

26. 12 kişilik bir sınıfta matematik sınavı yapılıyor. Her problem tam 8 öğrenci tarafından çözülüyor. İlk 11 öğrencinin her birinin 5 problem çözdüğü bilindiğine göre sınavda en fazla kaç problem vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) Hiçbiri

27. Alper yukarı taşıyan yürüyen merdivenlerden yukarı çıkarken aynı anda basamak çıkıyor. Tam 18 basamak çıktığında yukarı ulaşıyor ve bu 80 sn sürüyor. Merve ise aynı yürüyen merdivende daha hızlı olarak basamak çıktığından 25 basamak çıktığında yukarı ulaşıyor ve bu 1 dk sürüyor. Buna göre yürüyen merdivendeki basamak sayısı kaçtır?

- A) 48 B) 43 C) 44 D) 45 E) Hiçbiri

28. Ali, Bilal ve Cüneyt' arabalarıyla, belirledikleri bir yol boyunca yarış yapacaklardır. Aynı anda başlangıç noktasından yarışa başlıyorlar. Ali, yarışı bitirdiği anda, Bilal'in 125, Cüneyt'in ise 185 m'si kalıyor. Bilal yarışı bitirdiğinde ise, Cüneyt'in hala 160 m yolu kalıyor. Buna göre, yarış yaptıkları yol kaç metre'dir?

- A) 200 B) 210 C) 240 D) 300 E) Hiçbiri

29. Bir kuyrukta bulunan Ali ile Mert arasında 9, Ali ile Ayşe arasında 17 kişi vardır. Mert ile Ayşe arasındaki kişi sayısı, Ali'nin hem baştan hem de sondan sıra sayısına eşit olduğuna göre, Mert kaçınıcı sırada olabilir?

- A) 17 veya 29 B) 17 veya 37 C) 19 veya 34 D) 19 veya 29 E) Hiçbiri

30. Ali tahtaya 1 ve 2 sayılarını yazdıktan sonra, her adımda tahta üzerindeki a ve b gibi iki sayıyı belirleyip, tahtaya $ab + a + b$ sayısını da yazıyor. Ali bu şekilde devam ederek aşağıdaki sayılardan hangisini elde edemez?

- A) 431 B) 143 C) 417 D) 863 E) 647

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

2.15 TÜBİTAK Olimpiyat Soruları (Problemler)

1. Üç musluklu bir havuz, birinci ve ikinci musluklar açılırsa 4 saatte, ikinci ve üçüncü musluklar açılırsa 5 saatte, birinci ve üçüncü musluklar açılırsa 6 saatte doluyor. Üçüncü musluk tek başına havuzu kaç saatte doldurur?

A) $\frac{120}{7}$

B) 12

C) 11

D) $\frac{120}{11}$

E) $\frac{7}{2}$

UİMO - 1996

2. A ve B köylerinden birer traktör aynı anda sabit hızlarla birbirlerine doğru hareket ediyor. Traktörlerin karşılaştıkları andan 4 saat sonra A 'dan hareket eden B 'ye ve yine karşılaşma anından 9 saat sonra B 'den hareket eden A 'ya varıyor. Traktörler hareket ettikten kaç saat sonra karşılaşmıştır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

UİMO - 1998

3. Bir sınıftaki her öğrenci gün boyunca 1, 2, 3 ya da 4 elma yemiştir. 2 elma yiyenlerin sayısı, 3 elma yiyenlerinkine eşit olduğuna ve öğrencilerin yedikleri toplam elma sayısı sınıftaki öğrenci sayısından 36 fazla olduğuna göre, en az 3 elma yemiş kaç öğrenci vardır?

A) 12

B) 13

C) 14

D) 15

E) Hiçbiri

UİMO - 2003

4. Bir traktör garajdan tarlaya giderken çeşmeye kadar ön tekerlek n kez, yolun kalanında ise arka tekerlek n^2 kez dönüyor. Aynı yoldan geri gelirken ise, arka tekerlek 50 kez dönüyor. n pozitif bir tamsayı olduğuna göre, arka tekerleğin çapının ön tekerleğinkine oranı en çok kaç olabilir?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

UİMO - 2003

5. Bir sınıftaki öğrencilerin %99'u beyaz gömlek giyiyor. Beyaz gömlek giyen öğrencilerin bazıları sınıftan çıkıyor ve kalan öğrencilerin %96'sının beyaz gömlek giydiği gözleniyor. Sınıftaki öğrencilerin yüzde kaç dışarı çıkmıştır?

A) 3

B) 24

C) 60

D) 75

E) Hiçbiri

UİMO - 2003

6. 3×3 bir satranç tahtasının her karesine, her satır, sütun ve köşegendeki sayıların toplamı 0 olacak biçimde, -10 ile 10 arasında tamsayılar yazılıyor. İki karşı köşedeki sayıların toplamı en çok kaç olabilir?

A) 1

B) 2

C) 4

D) 5

E) Hiçbiri

UİMO - 2003

7. Bir su tankerinin tam doluyken toplam ağırlığı x ton; yarı yarıya doluyken toplam ağırlığı y ton ise, boş tankerin ağırlığı kaç tondur?

- A) $\frac{x-y}{2}$ B) $x-y$ C) $x-2y$ D) $2y-x$ E) $2x-2y$

UİMO - 2004

8. Ayın birinde pazartesilerin sayısı, salı günlerinin sayısından; cumartesilerin sayısı da çarşamba günlerinininkinden çoktur. Bu ayın 7'si, haftanın hangi günüdür?

- A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba D) Perşembe E) Cuma

UİMO - 2004

9. Bir köyde yetişkin erkeklerin $\frac{2}{3}$ 'si, yetişkin kadınların da $\frac{3}{7}$ 'ü evlidir. Evli çiftlerin tümü birlikte köyde yaşıyorsa, bu köydeki yetişkinlerin kaçta kaç evlidir?

- A) $\frac{11}{23}$ B) $\frac{12}{23}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) Hiçbiri

UİMO - 2002

10. Ali ve Betül, bir kutudan sırayla şeker alıyor. Önce Ali 1 şeker, sonra Betül 2 şeker, sonra Ali 3 şeker, sonra Betül 4 şeker biçiminde, sırası gelen çocuk, kutuda yeterince şeker kalmışsa, bir önceki seferde diğer çocuğun aldığı şekerin bir fazlasını alıyor. Kutuda yeterli sayıda şeker kalmamışsa, sırası gelen çocuk kutudaki bütün şekerleri alıyor. Ali sonuçta toplam 101 şeker almışsa, başlangıçta kutudaki şeker sayısı nedir?

- A) 210 B) 211 C) 220 D) 222 E) 233

UİMO - 2004

11. Altı yüzüne 1, 2, 3, 4, 5, 6 sayıları yazılı olan bir küp yüzlerinden biri üstünde dururken, yan yüzlerindeki dört sayının toplamı 14'tür. Aynı küp, başka bir yüzü üstünde dururken, yan yüzlerindeki sayıların toplamı 17 ise, 6'nın bulunduğu yüzün karşısındaki yüzde hangi sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UİMO - 2004

12. Bir grup turist, saat 12:00'da otelden ayrılıp, geziye çıkıyor. Grup, daha önce belirlenmiş yol boyunca sabit hızla yürürken, grubun rehberi, saat 12:30'da, müze giriş kartını otelin resepsiyonunda unuttuğunu fark edip, aynı yoldan ve sabit hızla otele geri koşuyor. Grup, hızını değiştirmeden yoluna devam ederken, rehber otelden kartını alıp, hiç zaman yitirmeksizin aynı hızla ve aynı yoldan gruba doğru koşuyor. Grubu saat 14:00'da müzeye varmadan yakalıyor. Rehber otele saat kaçta ulaşmıştır?

- A) 12:45 B) 12:48 C) 12:50 D) 12:54 E) 13:05

UİMO - 2004

13. Hem % 15'i, hem de % 33'ü tamsayı olan en küçük pozitif sayı nedir?

- A) $\frac{15}{33}$ B) $\frac{20}{33}$ C) $\frac{100}{33}$ D) $\frac{20}{13}$ E) $\frac{100}{3}$

UİMO - 2005

14. Bir okulun kantininde, 1., 2., 3., 4. ve 5. sınıflarda okuyan toplam 30 öğrenci elma yiyor. Her öğrencide en az bir tane olmak üzere, toplam 40 elma vardır. Aynı sınıftaki öğrencilerin aynı sayıda, farklı sınıflardakilerin de farklı sayıda elması varsa, kaç öğrencinin tam olarak üç elması vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UİMO - 2005

15. Bir kentten diğerine giden bir otobüs, yolun ilk yarısını 40 km/saat, ikinci yarısını ise 60 km/saat hızla gittiye, otobüsün ortalama hızı kaç km/saat olmuştur?

- A) 45 B) 48 C) 50 D) 52 E) 55

UİMO - 2005

16. Kenar uzunlukları 1 olan 27 tane küpten her birinde, iki karşılıklı yüz birer nokta, başka iki karşılıklı yüz ikişer nokta, geri kalan iki karşılıklı yüz de üçer nokta ile işaretleniyor. Bu 27 küp ile $3 \times 3 \times 3$ boyutlarında bir küp oluşturursak, bu küpün yüzleri üstünde işaretlenmiş toplam nokta sayısı en az kaç olabilir?

- A) 54 B) 60 C) 72 D) 90 E) 96

UMO - 2006

17. Bir çiftlikteki tavşanların sayısı Mart ayında bir tamkaredir. Tavşanların sayısı Nisan ayında 100 adet artarak bir tamkardan bir fazla hale gelir. Mayıs ayında, tavşan sayısı yine 100 adetlik bir artıştan sonra yeniden tamkare olur. Tavşanların Mart ayındaki sayısı nedir?

- A) 47^2 B) 48^2 C) 49^2 D) 50^2 E) 51^2

UMO - 1994

18. Boy ortalaması 1,68 m olan bir toplulukta kadınların boy ortalaması 1,66 m; erkeklerin ise 1,74 m'dir. Bu toplulukta erkek sayısının kadın sayısına oranı nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) 3 E) 4

UMO - 1994

19. Bir bakkalda 16, 18, 19, 20 ve 31 litrelik 5 tenekeden dördünde çiçek yağı, birinde zeytinyağı vardır. Bakkal bir müşteriye litrenin belli bir tam katı kadar çiçek yağı satar. Başka bir müşteriye de ilkine sattığının iki katı kadar çiçek yağı sattıktan sonra, elinde hiç çiçek yağı kalmadığını görür. Zeytinyağı kaç litrelik tenekededir?

- A) 16 B) 18 C) 19 D) 20 E) 31

UMO - 1995

20. Saat 5 ile 6 arasında, bir saatin akreple yelkovanı iki kez birbirine dik hale gelir. Bu iki an arasındaki süre kaç dakikadır?

- A) $32\frac{8}{11}$ B) $29\frac{1}{2}$ C) $30\frac{1}{2}$ D) $31\frac{3}{4}$ E) 30

UİMO - 2001

21. Elimizde 35, 21 ve 15 kg'lık ağırlıklarından ikişer tane bulunuyor. Bu ağırlıklardan istediğimiz kadarını istediğimiz kefeye koyarak çift kefeli bir terazide en çok kaç farklı pozitif ağırlığı tartabiliriz?

- A) 144 B) 124 C) 100 D) 72 E) 62

UİMO - 1996

22. 12 evli çift yuvarlak bir masanın etrafında, erkeklerin hepsi masanın bir tarafında yan yana, her kadın da eşinin tam karşısında olacak şekilde oturmaktadır. Masada oturanlar, her seferinde yan yana oturan bir kadınla bir erkeğin yer değiştirmesi suretiyle, tüm eşler yan yana gelinceye kadar yer değiştirir. Bunun için en az kaç yer değiştirme işlemi yapılmıştır?

- A) 36 B) 55 C) 60 D) 66 E) Hiçbiri

UMO - 1998

23. 1'den 56'ya kadar doğal sayılar, bir çember etrafına, herhangi ardışık dizili 5 sayının toplamı en az K olacak şekilde dağıtılmıştır. K en çok kaç olabilir?

- A) 15 B) 56 C) 142 D) 143 E) 270

UMO - 1995

24. 50 kişilik bir sınıfta yapılan 4 soruluk bir sınavda, herhangi 40 kişiden en az 1 kişi tam olarak 3 soruyu, en az 2 kişi tam olarak 2 soruyu, en az 3 kişi tam olarak 1 soruyu doğru, en az 4 kişi ise bütün soruları yanlış çözmüştür. Tek sayıda soru çözen öğrencilerin sayısı en az kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 26 D) 28 E) Hiçbiri

UMO - 2008

25. A şehri, B şehrinin 60 km batısındadır. A'dan bir araba ve B'den ikinci bir araba aynı anda doğuya doğru yola çıkıyorlar. Bir süre sonra birinci araba ikinciye yetişiyor. Birinci arabanın hızı 10 km/saat, ikinci arabanın hızı 8 km/saat daha fazla olsaydı, birinci araba, ikinci arabayı aynı yerde fakat 1 saat daha erken yakalayacaktı. Birinci arabanın hızı kaç km/saat'tir?

- A) 46 B) 50 C) 52 D) 60 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

26. Aynı uzunlukta ve sabit hızlarla yanan iki mumdan biri 4 saatte, diğeri de 5 saatte bitiyor. İki mum da aynı anda yakılırsa, yakıldıkları andan kaç saat sonra, yavaş yanan mumun kalan bölümü hızlı yanan mumun kalan kısmının iki katı uzunlukta olur?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{7}{2}$

UİMO - 2007

27. Her birinde farklı bir sayı olmak üzere, üstlerinde 1'den 2007'ye kadar olan tam-sayıların yazılı bulunduğu 2007 top, k kutuya dağıtılıyor. Herhangi bir n tamsayısı için, üstünde n yazılı bir topla n 'nin bir tam katının yazılı bulunduğu bir top aynı kutuya konmuyorsa, k en az kaç olmalıdır?

- A) 10 B) 11 C) 223 D) 1003 E) 1004

UİMO - 2007

28. 2007 kent arasında karşılıklı uçak seferleri düzenleniyor. Herhangi bir kentten bir diğerine en çok bir aktarma yaparak ulaşılmasını olanaklı kılmak için, en az kaç sefer düzenlenmelidir?

- A) 2007 B) 2064 C) 3002 D) 4006 E) Hiçbiri

UİMO - 2007

29. Bir kasa elma, bir odada bulunan çocuklara, en çok elma alan çocukta elmaların $\frac{1}{5}$ 'i, en az elma alan çocukta elmaların $\frac{1}{7}$ 'si olacak şekilde dağıtılıyor. Odada en çok kaç çocuk vardır?

- A) 5 B) 6 C) 21 D) 35 E) Hiçbiri

UİMO - 2007

30. Ali ve Burcu'nun, bazıları siyah, bazıları beyaz olmak üzere toplam 70 topu var. Ali'nin toplarının $\frac{5}{9}$ 'u ve Burcu'nun toplarının $\frac{7}{17}$ 'si siyah ise, Burcu'nun beyaz top sayısı Ali'nin beyaz top sayısından kaç fazladır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

31. On kişiden oluşan bir grupta, herkes, kendi dışındaki dokuz kişinin yaşlarını toplar. Bu toplamaların oluşturduğu küme $\{89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97\}$ olduğuna göre, bu grupta aynı yaşta olan iki kişi kaç yaşındadır?

- A) 7 B) 10 C) 11 D) 13 E) 14

UİMO - 1999

32. 21 sorudan oluşan bir sınavda her doğru yanıtı 4, her yanlış cevaba -1 ve yanıtı bırakılan her soruya da 0 puan verilmektedir. Sınava giren tüm öğrencilerin toplam puanları birbirlerinden farklı ise, sınava en çok kaç öğrenci girmiş olabilir?

- A) 79 B) 85 C) 100 D) 103 E) 106

UİMO - 1998

33. Yazı tahtasında 1, 3, 5, 7, ..., 99, 101 sayıları yazılmıştır. her adımda bu sayılardan ikisini silerek, onların yerine silinen sayıların toplamının 1 eksiği yazılıyor. Sonlu adımdan sonra tahtada tek sayı kalacaktır. Bu sayı kaçtır?

- A) 9600 B) 2555 C) 2551 D) 2505 E) 2501

UİMO - 1993

34. Görünüşleri aynı olan 101 bilyeden 100 tanesinin ağırlığı aynı olup, birinin ağırlığı diğerlerinden farklıdır. İki kefeli bir teraziyle, ağırlığı farklı olan bilyenin diğerlerinden daha mı hafif, yoksa daha mı ağır olduğunu, en az kaç tartıda bulabiliriz?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 11

UİMO - 2002

35. 125 basamaklı bir yürüyen merdiven yukarıya doğru sabit hızla hareket ederken, Ahmet, merdivenden yürüyerek yukarı çıkıyor. İlk seferde merdivenin tepesine varana kadar 45 basamak, ikinci seferde ise 55 basamak çıkıyorsa, Ahmet'in ikinci seferki ortalama hızının ilk seferkine oranı nedir?

- A) $\frac{11}{9}$ B) $\frac{8}{7}$ C) $\frac{25}{16}$ D) $\frac{88}{63}$ E) Hiçbiri

UİMO - 2003

36. Bir oyun aygıtına kırmızı ya da mavi jeton atabiliyoruz. Aygıt, her seferinde attığımız jetonu yutup, diğer renkten 5 jeton geri veriyor. Oyuna bir mavi jetonla başlıyor ve her adımda elimizdeki jetonlardan istediğimizi aygıtta jetona atabiliyoruz. Oyunun sonlu defa oynanması sonucunda, elimizde x tane mavi, y tane kırmızı jeton varsa, aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğru olabilir?

- A) $x = y$ B) $x = 2y$ C) $x = 3y$ D) $5x = y$ E) Hiçbiri

UİMO - 2003

37. Ağırlıkları aynı olması gerekmeyen n tane taş, 3 kişi arasında da, 4 kişi arasında da, herkese düşen taşların toplam ağırlığı aynı olacak şekilde paylaşılabilir. n en az kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

UİMO - 2004

38. Tahtaya soldan sağa doğru yazılı n tane rakamdan, her seferinde üçü hariç diğerlerini silerek tüm üç basamaklı sayılar elde edilebiliyorsa, n en az kaç olabilir?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 36

UİMO - 2005

39. Bir çember üstünde beş renge boyanmış n nokta var. Bu beş renkten hangi farklı ikisini alırsak alalım, bu renklere boyanmış ardışık iki nokta bulunuyorsa, n en az kaç olabilir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

UİMO - 2005

40. Ali, $1 \leq k \leq 50$ olmak üzere, bir k tamsayısı tutuyor. Betül, her seferinde, tutulan tamsayının, kendisinin belirleyip söylediği bir tamsayıya bölünüp bölünmediğini soruyor. Ali, Betül'ün her sorusunu "evet" ya da "hayır" diye yanıtlıyor. Ali'nin tuttuğu sayı ne olursa olsun, Betül, bu sayıyı bulmasını garanti etmek için, en az kaç soru hakkı istemelidir?

- A) 8 B) 15 C) 25 D) 35 E) 50

UİMO - 2005

41. Akıntının hızının sabit olduğu bir nehirde akıntıya kapılmış giden bir sal üstünde bulunan delikanlı, sal tam bir köprünün altından geçerken, nehre atlayıp akıntıya karşı sabit bir hızla yüzmeye başlar. Sal, akıntıyla birlikte hareket etmeye devam eder. Delikanlı, üç dakika yüzdükten sonra, olimpiyat matematik defterini salda unuttuğunu hatırlayıp geri döner. Delikanlı saldan atladığı köprünün 100 metre ilerisinde salı yakalarsa, akıntının hızı nedir?

- A) 1 km/saat B) 1,5 km/saat C) 2 km/saat D) 3 km/saat E) Hiçbiri

UİMO - 2006

42. $m \times n$ bir satranç tahtasının birim karelerinin %1'i işaretlenmiştir. Tahtanın sütunlarının en az %30'unda, satırlarının ise en az %40'ında işaretlenmiş kare bulunuyorsa, mn çarpımının alabileceği en küçük değer nedir?

- A) 100 B) 120 C) 1000 D) 1200 E) 6000

UİMO - 2007

43. Bir satranç turnuvasına katılan her oyuncu, diğer oyuncularından her biriyle tam olarak bir kez karşılaşır. Her oyunda, yenen oyuncu 1, yenilen ise 0 puan kazanırken, beraberlik durumunda her oyuncu 1/2 puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde, oyuncularından her birinin, elde ettiği toplam puanın tam olarak yarısını, en düşük toplam

puanlı üç oyuncuyla yaptığı karşılaşmalardan elde etmiş olduğu gözleniyor. Bu turnuvaya kaç oyuncu katılmıştır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

UİMO - 2002

44. Kenar uzunluğu n birim olan bir kübün yüzleri boyanıyor, ve küp, n^3 adet birim küp oluşacak şekilde parçalanıyor. Kaç $n \geq 2$ değeri için, tek yüzü boyanmış birim küplerin sayısı hiç boyanmamış birim küplerin sayısına eşit olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

45. Ahmet tahtaya, herhangi ikisinin farkı iki eşit rakamdan oluşan bir sayı olmayacak şekilde, en fazla kaç iki basamaklı sayı yazabilir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

46. Farklı n sayı, çember üzerinde, her sayı iki komşusunun çarpımına eşit olacak şekilde dizilebildiğine göre, n en fazla kaç olabilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) Hiçbiri

UİMO - 2008

47. Bir çember etrafına, her sayı bitişiğindeki iki sayının çarpımına eşit olacak şekilde en fazla kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 3 B) 6 C) 15 D) 243 E) Sonsuz sayıda

UMO - 1995

48. Tahtaya 1'den 12'ye kadar olan tamsayıları yazalım. Her adımda bu 12 sayıdan ikisini silerek, ya toplamalarının ya da farklarının mutlak değerini iki kere yazıyoruz. Sonlu sayıda adım sonucunda tahtaya yazılı sayıların hepsi aynı n tamsayısına eşit hale geliyor. n aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 9 B) 24 C) 10 D) 16 E) Hiçbiri

UMO - 1997

49. Her seferinde tam olarak iki karpuzu birlikte tartmak koşuluyla, 13 karpuzun toplam ağırlığı en az kaç tartıda bulunabilir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

UMO - 2002

50. $N \geq 2$ olmak üzere, $1, 2, \dots, N$ sayıları bir çember etrafına diziliyor. Her sayı ondalık gösterimde her komşusuyla bir ortak rakama sahip ise, N en az kaç olmalıdır?

- A) 18 B) 19 C) 28 D) 29 E) Hiçbiri

UMO - 2002

51. Ayşe, masanın üstünde duran farklı renklerdeki dokuz topun ağırlıklarının $1, 2, \dots, 9$ gram olduğunu biliyor, ancak hangi topun hangi ağırlıkta olduğunu bilmiyor. Barış ise, her topun ağırlığını biliyor. Barış, hangi kefenin ağır olduğunu ve kefelerindeki ağırlıkların farkını gösteren bir teraziye en az kaç kez kullanarak bu bilgisini Ayşe'ye kanıtlayabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

UMO - 2003

52. 40 satır ve 7 sütundan oluşan bir satranç tahtasının her birim karesine 0 ve 1 sayılarından birini yazıyoruz. Bu yazım sonucu, farklı herhangi iki satırda oluşan diziler birbirinden farklıysa, en çok kaç tane 1 kullanılmış olabilir?

- A) 198 B) 128 C) 82 D) 40 E) Hiçbiri

UMO - 2004

53. İkisinde 1, sekizinde 2, on ikisinde 3, dördünde 4 ve beşinde 5 yazılı otuz bir taştan otuzu herhangi iki satırdaki sayıların toplamı eşit ve herhangi iki sütundaki sayıların toplamı eşit olacak biçimde 5×6 bir satranç tahtasına yerleştirilmişse, kullanılmayan taştaki sayı nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UMO - 2004

54. Farklı ağırlıktaki dört taş, iki kefeli bir teraziye en az kaç kez kullanarak hafiften ağıra doğru sıralanabilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

UMO - 2004

55. Bir çember üzerine, her biri saat yönünde kendisinden sonra gelen iki sayının farkının mutlak değerine eşit ve hepsinin toplamı 94 olacak biçimde n tane tamsayı yerleştirilmesini olanaklı kılan en büyük n sayısı nedir?

- A) 188 B) 186 C) 141 D) 100 E) 47

UMO - 2004

56. Bir çember etrafında yazılı n tamsayıdan her biri, kendisini saat yönünde izleyen iki sayının farkının mutlak değerine eşit olup, tüm sayıların toplamı 278 ise, n kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 139 E) Hiçbiri

UMO - 2007

57. Ali, 2005 taştan oluşan bir öbekteki taşlardan birini seçip, bu taşı Betül'ün göremeyeceği biçimde işaretliyor ve taşları karıştırıyor. Betül, her hamlede mevcut taşları hiçbirisi boş olmayan üç öbeğe ayırıyor. Ali, işaretlediği taşı içermeyen iki öbekten, varsa daha çok taştan oluşmasını, her ikisi de aynı sayıda taştan oluşuyorsa, herhangi birini oyundan çıkartıyor ve geri kalan taşları yeniden karıştırıyor. Sıra tekrar Betül'e geliyor ve oyun iki taş kalana kadar bu şekilde sürüyor. İki taş kalınca, Ali, Betül'e hangi taşın işaretli olduğunu söylüyor. Betül, işaretli taşı en az kaç hamlede bulmayı garantileyebilir?

- A) 11 B) 13 C) 17 D) 18 E) 19

UMO - 2005

58. n güreşçinin katıldığı bir turnuvada, farklı herhangi iki güreşçi aralarında tam olarak bir kez güreşiyor. Her karşılaşma sonucunda kazanan 2, kaybeden 0 puan alıyor; beraberlik durumunda ise, her iki güreşçiye de 1'er puan veriliyor. Turnuva sonucunda en çok toplam puana sahip olan güreşçi, turnuva boyunca en az galibiyet almış olan güreşçi ise, n en az kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

UMO - 2005

59. n takımın katıldığı bir hentbol turnuvasında, her takım, kendi dışındaki her takımla tam olarak bir maç yapıyor. Her maçta kazanan 2, kaybeden 0 puan alırken, beraberlik durumunda iki takım da 1'er puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde tüm takımların puanları farklı olup, sonuncu olan takım ilk üç sırada yer alan takımların hepsini yenmiş ise, n en az kaç olabilir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) Hiçbiri

UMO - 2006

60. Kare şeklindeki bir arazi, sınırlarına paralel doğrular çizilerek dikdörtgen şeklindeki n tarlaya bölünüyor. Tarlaların çevre uzunluklarının toplamı, arazinin çevre uzunluğunun 100 katıysa, n en çok kaç olabilir?

- A) 10000 B) 20000 C) 50000 D) 100000 E) 200000

UMO - 2007

61. 8×8 bir satranç tahtasının birim karelerinden her birinin merkezine 0 ve 1 sayılarından birini yazıyoruz. Her satır, her sütun ve iki köşegenden birine paralel olup birim karelerin merkezlerinden geçen her doğru üstündeki sayıların toplamı çift ise, tahtaya yazılı bütün sayıların toplamı en fazla kaç olabilir?

- A) 32 B) 48 C) 52 D) 56 E) 64

UMO - 2007

62. 8×8 bir satranç tahtasının bir köşesinden bir birim kare kesilip atıldığında kalan şekli eşit alanlı üçgenlere bölmek için en az kaç üçgen gerekir?

- A) 17 B) 19 C) 20 D) 21 E) Hiçbiri

UMO - 2008

63. Berk, Ayça'nın tuttuğu iki basamaklı bir sayıyı tahmin etmeye çalışıyor. Berk'in her tahminine karşılık, Ayça, doğru bilinen basamakların sayısını söylüyor. Ayça'nın tuttuğu sayı ne olursa olsun, Berk bu sayıyı n tahminde bulmayı garanti ediyorsa, n en az kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 15 E) 20

UMO - 2001

64. Matematik öğretmeni, tahtanın soluna 1, sağına 2 yazıyor. Birinci öğrenci bu sayıların arasına toplamı olan 3 sayısını yazıyor. İkinci öğrenciden itibaren sırası gelen her öğrenci yine tahtada ardışık yazılı tüm sayı ikilileri için, bunların arasına toplamı yazıyor. Yedinci öğrenci de işlemlerini bitirdikten sonra, tahtada yazılı tüm sayıların toplamı kaç olur?

- A) 3192 B) 3216 C) 3282 D) 3312 E) 3366

UİMO - 2006

65. Bir malın fiyatında indirim yapıldıktan sonra, bir günde satılan mal miktarı %50; satışlardan elde edilen gelir ise, %26 arttığına göre, yüzde kaç indirim yapılmıştır?

- A) 16 B) 24 C) 48 D) 12 E) 38

UİMO - 2009

66. Bir kare eşit olması gerekmeyen n kareye bölünüyor. n aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 11 B) 10 C) 8 D) 6 E) Hiçbiri

UMO - 1996

67. Bir kareyi k tane kareye ayırabiliyorsak, k tamsayısına iyi sayı diyelim. 2006'dan büyük olmayan kaç iyi sayı vardır?

- A) 1003 B) 1026 C) 2000 D) 2003 E) 2004

UMO - 2006

68. Beş futbol takımının katıldığı turnuvada herhangi iki takım kendi aralarında tam olarak bir maç yapıyor. Her maçta kazanan takım 3, berabere kalan takımlar birer, kaybeden takım ise 0 puan alıyor. Turnuva sonunda dört takımın puanları 1, 2, 5 ve 8 olduyorsa, beşinci takımın puanı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 8 D) 11 E) Hiçbiri

UİMO - 2009

69. 12 kişinin katıldığı bir satranç turnuvasında, her oyuncu, kendi dışındaki her oyuncuyla tam olarak bir kez karşılaşılıyor. Her karşılaşmada kazanan 1, kaybeden 0 puan alırken, beraberlik durumunda iki oyuncu da 0,5'er puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde en az toplam 8 puan alan oyunculara başarı ödülü veriliyor. En çok kaç oyuncu başarı ödülü alabilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

UİMO - 2006

70. 120 metre uzunluğunda olan ve 60 km/saat hızla hareket eden bir trenin en arkasından sabit hızla trenle aynı yönde hareket eden bir kuşun, trenin en önüne gidip, hiç zaman kaybetmeden aynı hızla tekrar trenin en sonuna geri dönmesi için toplam 21 saniye gerekmektedir. Kuşun hızı kaç km/saat tir?

- A) 96 B) 84 C) 108 D) 72 E) Hiçbiri

UİMO - 2009

71. 1 saat içinde en fazla 3 km yüzen bir balık 15 km lik bir mesafeyi t saatte yüzdüyse,

$$4, \frac{17}{4}, \frac{9}{2}, \frac{23}{5}, \frac{19}{4}, 5$$

değerlerinden kaç t tarafından alınabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(UİMO - 2010)

72. Hızı durgun suda 18 km/saat olan motorlu bir tekne ile nehrin akışına ters yönde 40 dakikada gittiğimiz mesafeyi, dönüşte motoru çalıştırmayıp tekneyi akıntıya bırakarak 50 dakikada geliyorsa, akıntının hızı kaç km/saat tir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

(UİMO - 2010)

73. Bir manav aldığı domateslerin $\frac{1}{6}$ 'sını bozuk çıktığı için çöpe atıp geri kalanları da satıyor. Bu durumda %25 kâr elde ettiğine göre, bozuk domatesleri atmayıp aynı fiyattan satabilseydi, yüzde kaç kâr ederdi?

- A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

(UİMO - 2010)

74. 7 günlük bir yaz kampına katılan 100 öğrencinin her birine dolaşsın diye her gün bir bisiklet veriliyor. Her bisiklet kamp boyunca en çok 6 gün kullanılabiliriyorsa, bu kampta en az kaç bisiklet bulunması gerekir?

- A) 117 B) 115 C) 112 D) 109 E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

75. Bir bardakta bulunan 100 gram şekerli suyun kütlece %98'i sudur. Bir süre sonra suyun buharlaşması sonucu suyun kütlece oranı %96'ya düştüğünde şekerli suyun kütlesi kaç gram olur?

- A) 50 B) 64 C) 95 D) 96 E) Hiçbiri

(UİMO - 2011)

76. Başlangıçta ellerinde 5, 10, 15, 20 ve 25 şeker bulunan beş öğrenciden her adımda biri elindeki şekerlerin bir kısmını diğer öğrenciler arasında eşit olarak paylaşıyor. En az kaç adımda öğrencilerin ellerindeki şekerlerin sayısı eşitlenebilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(UİMO - 2011)

77. Bir küpün köşelerine tam sayılar; en çok kaç köşedeki sayı, bu köşeye bir ayrıtla bağlanan üç köşedeki sayıların aritmetik ortalamasından küçük olacak biçimde yerleştirilebilir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

(UİMO - 2011)

78. Ayşe bir kavanozdan her adımda kavanozdaki bilye sayısının bir fazlasının yarısı sayıda bilyeyi çıkarıyor. Kavanozu boşaltmak için Ayşe'nin bu işlemi beş kez tekrarlaması gerekiyorsa, başlangıçta kavanozda kaç bilye vardır?

- A) 15 B) 16 C) 31 D) 33 E) 37

(UİMO - 2011)

79. x pozitif gerçel sayısının %15'i ve %66'sı tamsayıdır. x sayısının %15'i en az kaç olabilir?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

80. 18 takımın katıldığı bir futbol turnuvasında herhangi iki takım tam olarak bir kez karşılaşılıyor ve kazanan takım 3, berabere kalan takımlar 1'er, kaybeden takım 0 puan alıyor. Turnuva sona erdiğinde oluşan puan sıralamasında ardışık sıralarda yer alan iki takım arasındaki puan farkı en çok kaç olabilir?

- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

81. Bir çember etrafına yazılmış hepsi 0 olmayan n tane sayının her biri iki komşusunun toplamına eşitse, n aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2012 B) 2013 C) 2014 D) 2015 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

82. 0 sayısı ile başlayıp, her adımda bir önceki sayının 1 fazlası veya 2 katı alınarak, aşağıdaki sayılardan hangisi en az sayıda adımda elde edilebilir?

- A) 2011 B) 2009 C) 2008 D) 2010 E) 2007

(UMO - 2010)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

2.16 Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı Soruları (Problemler)

1. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı tüm öğrencilerin sayısının % 50'sinden az, % 40'ından fazladır. Bu sınıfta en az kaç öğrenci vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 13

AÜMO - 1996

2. Ayşe, Bilge, Canan ve Deniz adlı dört kız bir konser verdiler. Konserde her şarkıyı 3 kız birlikte okudular. En çok şarkıyı Ayşe okudu: 8 şarkı. En az şarkıyı Bilge okudu: 5 şarkı. Konserde toplam kaç şarkı okunmuştur?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

AÜMO - 1996

3. Matematik Olimpiyatında 20 soru sorulmuştur. Değerlendirmede, her doğru çözülmüş soru için 8 puan veriliyor, her yanlış çözülmüş soru için 5 puan geri alınıyor ve hiç çözülmemiş soru için de 0 puan veriliyor. Olimpiyada katılan bir öğrenci, bu değerlendirmeye göre 13 puan almışsa, kaç tane problemi (doğru veya yanlış) çözmüştür?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 13 E) 15

AÜMO - 1996

4. 1'den $m \times n$ 'ye kadar olan doğal sayılar, m satırı ve n sütunu olan bir tabloya (matrise), birinci satırdan başlanarak artan sıra ile yazılmıştır. 20 sayısı üçüncü satırda, 41 sayısı beşinci satırda ve 103 sayısı sonuncu satırda yazılmışsa, $m + n$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

AÜMO - 1997

5. Emre, Eren ve Ekin her üçü de aynı kitabı satın almak istiyorlar. Kitabın fiyatı Emre'nin parasından 14 lira; Eren'in parasından 37 lira ve Ekin'in parasından 25 lira daha fazladır. Emre, Eren ve Ekin'in üçünün paraları toplamı da kitabın parasını karşılamamaktadır. Bu kitabın lira olarak fiyatı bir tamsayı olduğuna göre, bu tamsayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

AÜMO - 1997

6. Hızı sabit olan bir gemi, bir nehrin aynı kıyısında bulunan A kentinden B kentine 5 saatte ve B kentinden A kentine 7 saatte gidiyor. Nehre atılan bir tahta parçası A kentinden B kentine kaç saatte ulaşır?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 25 E) 35

AÜMO - 1999

7. Mutlu'nun, hepsi 1 ve 5 milyonluk banknotlardan oluşan A milyon lirası vardır. Mutlu, bu paranın üçte ikisi olan B milyonunu harcadıktan sonra elinde kalan 5 milyonluk banknotların sayısının başlangıçtaki 1 milyonluk banknotlar kadar ve 1 milyonlukların sayısının da başlangıçtaki 5 milyonluklar kadar olduğunu fark ediyor. $110 < A < 150$ olduğuna göre $A - B$ farkının rakamlar toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

AÜMO - 1999

8. 8 şeker kutusunun her birinde farklı sayıda şeker bulunmaktadır. Bu kutulardan rasgele biri boşaltılıp diğer kutulara uygun biçimde dağıtılınca, diğer 7 kutunun her birindeki şeker sayısı aynı oluyor. Başlangıçta en çok şeker bulunan kutuda en az kaç şeker olabilir?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

AÜMO - 2000

9. Saf asitle dolu olan 54 litrelik bir kaptan bir miktar asit alınıp yerine aynı miktarda su konuyor. Sonra, bu kaptaki karışımdan, ilk alınan miktarda karışım alınıp, yerine su konuyor. Bu işlem tamamlandıktan sonra, kaptaki karışımın 24 litresi saf asit olduğuna göre, birinci defada kaptan kaç litre asit alınmıştır?

- A)15 B)16 C)17 D)18 E) 19

AÜMO - 2000

10. İki çocuğu olan Ahmet Bey, oğlunun bugünkü yaşında iken, kızının doğmasına 16 yıl vardı. Oğlu kızının bugünkü yaşında iken, Ahmet Bey'in yaşı oğlunun yaşının 4 katı idi. Ahmet Bey ilk kez kaç yaşında baba olmuştur?

- A) 18 B) 32 C) 24 D) 30 E) 26

AÜMO - 2001

11. Matematik Olimpiyatlarına hazırlanan İlke şöyle bir program uyguluyor: Her gün en fazla 10 problem çözebilen İlke, 7'den fazla problem çözdüğü günden hemen sonraki iki günde en fazla 5'er problem çözüyor. Bu programı titizlikle uygulayan İlke, 29 günde en fazla kaç problem çözebilir?

- A) 206 B) 207 C) 204 D) 203 E) 202

AÜMO - 2003

12. Alper hergün çekmecesindeki şekerlerin $\frac{2}{3}$ 'ünün bir fazlasını yiyerek, şekerleri üç günde bitiriyor. Alper'in yemiş olduğu tüm şekerlerin sayısının rakamları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

AÜMO - 2005

13 30 kişilik bir satranç turnuvasında, şampiyon, "3 kez yenilen elenir" kuralıyla belirlenecektir. Buna göre en az kaç maç yapılmalıdır?

- A) 88 B) 87 C) 86 D) 85 E) 84

AÜMO - 2005

14. Bir kırtasiyede yedi farklı uzunlukta cetvel türü bulunuyor. Herhangi iki cetvel için, uzunlukları toplamı bu iki cetvelin uzunlukları toplamına eşit olan başka iki cetvel daha bulunuyorsa, kırtasiyede en az kaç cetvel vardır?

- A) 12 B) 15 C) 13 D) 14 E) 28

AÜMO - 2006

15. Yazı tahtasında yazılmış bir sayı için, her hamlede bu sayı silinip onun yerine karesi ya da iki katı yazılıyor. Başlangıçta, tahtaya 1 yazılmışsa, 2^{111} sayısını elde etmek için en az kaç hamle yapmak gerekir?

- A) 15 B) 18 C) 10 D) 11 E) 12

AÜMO - 2008

16. Bir toplulukta, en az 3 kişinin yılın aynı ayı, haftanın aynı günü ve günün aynı saatinin içinde doğduğu kesin bilindiğine göre bu topluluk en az kaç kişiden oluşmaktadır?

- A) 4033 B) 2948 C) 3956 D) 4125 E) 2016

AÜMO - 2011

17. Alper ile Burcu, hiç beraberliğin olmadığı bir tür oyun oynuyorlar. **Birinci** oyunda kaybeden diğerine 1 ceviz veriyor. **İkinci** oyunda kaybeden diğerine 2 ceviz, **üçüncü** oyunda kaybeden diğerine 4 ceviz veriyor ve oyunlar bu şekilde sürdürülerek, her oyunda kaybeden oyuncu, diğerine bir önceki oyunda verilen iki katı ceviz veriyor. Alper, başta, 591 cevize sahipken, cevizlerinin tamamını (ne eksik, ne fazla) en az sayıda oyun oynayarak kaybediyor ve oyun bitiyor. Alper hangi oyunları kazanmıştır?

- A) 2,3,7,8 B) 2,6,7,8 C) 3,4,6,9 D) 4,5,7,8 E) Hiçbiri

AÜMO - 2011

18. öğrencinin yarısından fazlası kırtasiyeden her biri eşit sayıda ve 2'den fazla olmak üzere aynı kalemden aldılar. Bir kalemin kuruş cinsinden değeri, bir öğrencinin aldığı kalem sayısından fazladır. Tüm kalemlerin değeri 10 TL 45 Kr ise bir kalemin kuruş cinsinden değerinin rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 10 D) 7 E) 4

AÜMO - 2012

19. 20 kişilik bir sınıfta, bir matematik testi yapılıyor. Herkesin en az bir soru çözdüğü bu sınavda, testteki her bir problem tam 13 öğrenci tarafından çözülüyor. 20 öğrencinin iki tanesi dışında her biri 5'er soru çözüyor. Buna göre, farklı sayıda soru çözen son iki öğrenci arasından az sayıda soru çözen öğrenci, en az kaç soru çözmüş olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

AÜMO - 2013

20. Bir torbada 3 farklı renkte bilye vardır. Mavi bilyelerin sayısı, sarı bilyelerin sayısının 2 katı, beyaz bilyelerin sayısı da sarı bilyelerin sayısının 3 katının 1 fazlası kadardır. Torbadan, her alışıta torbada bulunan bilyelerin sayısının 2 katının 1 fazlasının 3'te biri kadar bilye alınarak, 7 defa bilye alınıyor. 7'inci alıştıan sonra torbada bilye kalmadığına göre, torbada ilk başta kaç tane sarı bilye vardı?

- A) 115 B) 141 C) 176 D) 167 E) 182

AÜMO - 2013

Bu soruların Çözümlerini Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları kitabında bulabilirsiniz.

Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler

Örnek 195 Aşağıdakilerden hangisi $x^{15}+1$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

- A) $x^{14} - x^{13} + \dots - x + 1$ B) $x^4 - x^2 + 1$ C) $x^{10} - x^5 + 1$
D) $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ E) $x^{12} - x^9 + x^6 - x^3 + 1$

Örnek 196 $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{1023}$ ifadesinin n pozitif bir tamsayı olmak üzere x^n+1 formunda en fazla kaç farklı çarpanı bulunabilir?

Örnek 197 Her n pozitif tek tamsayısı için, $3^{6n}-2^{6n}$ sayısının 19 ve 35 'e tam bölünebildiğini gösteriniz.

Örnek 198 $x^2+x+1=0$ olduğuna göre, $\left(\frac{1}{x^{100}}+x^{100}\right)^{100}=?$

Örnek 199 1591 sayısının asal bölenlerinin toplamını bulunuz.

Örnek 200 $111^{11}-1$ sayısının 121'e bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 201 $(3+\sqrt{2})^{100} + (3-\sqrt{2})^{100}$ ifadesi bir tamsayıdır. Bu tamsayının 386'ya tam bölündüğünü gösteriniz.

Örnek 202 $2903^n-803^n-464^n+261^n$ sayısının tüm n pozitif tamsayıları için 1897'ye bölünebildiğini gösteriniz. (Eötvös M. O. 1899)

Örnek 203 $2y - x - 3xy + 6x^2-2$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 204 x^4-4x^2+x+2 ifadesini çarpanlara ayırınız?

Örnek 205 x^2+x+1 ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 206 Kaç tane n tamsayısı için, n^8-3n^4+1 ifadesi bir asal sayıdır?

Örnek 207 n^4+4 asal sayı olacak şekilde kaç pozitif n tamsayısı vardır?

Örnek 208 4^9+9^4 sayısının en büyük asal çarpanı kaçtır?

Örnek 209 $n^{10}+n^5+1$ sayısı asal olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 210 $x^4 > x - \frac{1}{2}$ eşitsizliğini sağlamayan kaç reel sayı vardır?

Örnek 211 $x > 0$ ve $x^2 - 16\sqrt{x} = 12$ olduğuna göre, $x - 2\sqrt{x}$ kaçtır?

Örnek 212 $2^8 + 2^{11} + 2^n$ ifadesi tamkare olacak şekilde sadece 1 tane n pozitif tamsayısının bulunduğunu gösteriniz. (Macaristan M.O. 1981)

Örnek 213 a, b ve c pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} ab - a = b + 119 \\ bc - b = c + 59 \\ ca - c = a + 71 \end{cases}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını hesaplayınız.

Örnek 214 $11x + 7y + 7xy + 6x^2 + 2y^2 + 3$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 215 $x^4 - 5x^2 - x^3 - x - 6$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

3.1 Özdeşlikler

Örnek 216 $2x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4z - 2xy - 4yz - 8x + 31$ ifadesinin minimum değerini bulunuz.

Örnek 217 $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ xy + xz + yz = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 15 \end{cases}$ olduğuna göre, z sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Örnek 218 $k^2(k+1)^2 + (k+1)^2 + k^2 - 1 = 0$ olduğuna göre $k^2 + k = ?$

Örnek 219 x, y ve z reel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz = 4 \\ y^2 + xy + yz = 5 \\ z^2 + zy + xz = 7 \end{cases}$$

ise, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

Örnek 220 a, b ve c pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} a + b^2 + 2ac = 29 \\ b + c^2 + 2ab = 18 \\ c + a^2 + 2bc = 25 \end{cases}$$

ise, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

Örnek 221 $x + y + z = 0$ ve $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ olduğuna göre, $x^4 + y^4 + z^4 = ?$

Örnek 222 $a + b + c + d = 10, (a + b)(c + d) = 16, (a + c)(b + d) = 21$ ve $(a + d)(b + c) = 24$ olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ?$

Örnek 223 $p^4 + p^3 + p^2 + p + 1$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç p asal sayısı vardır?

Örnek 224 $x^8 + 4x^2 + 4$ ifadesini tam katsayılı polinomlardan oluşan çarpanlara ayırınız.

3.1.1 Toplama ve Çarpıma Bağlı Özdeşlikler

Örnek 225 $x^2 - 5x + 2 = 0$ olduğuna göre, $x^3 + \frac{8}{x^3} = ?$

Örnek 226 $x \in \mathbb{R}$ için, $\sqrt[4]{47 - x} + \sqrt[4]{x} = 3$ olduğuna göre, $x^2 - 47x = ?$

Örnek 227 $x + y = 4$ ve $xy = 2$ olduğuna göre, $x^6 + y^6 = ?$

Örnek 228 $x^2 + y^2 = 13$ ve $x + xy + y = -7$ denklemlerini sağlayan kaç (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

Örnek 229 $x^3 + y^3 = 126$ ve $x^2 - xy + y^2 = 21$ ise $x^2 + y^2 = ?$

Örnek 230 $\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10} = a$ ise $\frac{a^3}{10 - 3a} = ?$

Örnek 231 $(\sqrt{52}+5)^{1/3} - (\sqrt{52}-5)^{1/3} = ?$ (İsveç M. O. 2001)

Örnek 232 $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = k$ ise $k^3 - 6k = ?$ (Doğuş Üniv. Mat. Yarış. 2008)

Örnek 233 x ve y reel sayıları için,

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 5 \\ x^2 + y^2 = 3 \\ x + y = m \end{cases}$$

olduğuna göre, m reel sayısının alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

Örnek 234 $\sqrt[3]{2+\sqrt{a}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{a}}$ ifadesinin bir tamsayı olması için, a gerçel sayısı kaç farklı değer alabilir?

3.1.2 Toplamların küpüyle ilgili özdeşlikler

Örnek 235 $(a + b + c)^3 - (a^3 + b^3 + c^3) = 3(a + b)(a + c)(b + c)$ olduğunu gösteriniz.

Örnek 236 $8\left(a + b + c + \frac{3}{2}\right)^3 - (a + b + 1)^3 - (a + c + 1)^3 - (b + c + 1)^3$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 237 $x + y + z = 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ve $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ ise $xyz = ?$

Örnek 238 a , b ve c birbirinden ve sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere

$$\frac{1 - a^3}{a} = \frac{1 - b^3}{b} = \frac{1 - c^3}{c}$$

ise $a^3 + b^3 + c^3 = ?$

Örnek 239 $\frac{a^3}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^3}{(b - a)(b - c)} + \frac{c^3}{(c - a)(c - b)}$ ifadesini sadeleştiriniz.

Örnek 240 $x^4 + 2x^2 - x - 6\sqrt{x} = 8$ olduğuna göre, $x^2 - \sqrt{x} = ?$

Örnek 241 $x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek 242 $x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek 243 $x^2 - x + 1$, $6x^2 - 17x + 12$, $3x^2 - 3x + 5$, $x^2 - 2x - 1$ ifadelerinden hangileri reel katsayılı çarpanlara ayrılabilir?

Örnek 244 $\frac{x - 1}{x} + \frac{3}{x - 1} = 3$ denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek 245 $x^4 - 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

3.1.3 Vieta Formülleri

İkinci, Üçüncü ve daha büyük mertebeden denklemlerin çözümlerini, Vieta formüllerini en geniş şekilde ve farklı sorularla **Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık 4** kitabında bulabilirsiniz. Burada, temel bilgi olacak şekilde kısaca verilmiştir.

Örnek 246 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 olduğuna göre, $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2}$ toplamını hesaplayınız.

Örnek 247 $\frac{11x-1}{x^2+2x-15}$ ifadesini kesirlere ayırınız.

3.1.4 Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Çalışma Soruları

1. $(a+b+c)(ab+bc+ca) - abc = (a+b)(a+c)(b+c)$ olduğunu gösteriniz.
2. $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = (a+b)(a+c)(b+c)$ olduğunu gösteriniz.
3. $(x+y)(y+z)(z+x) + xyz = (xy+xz+yz)(x+y+z)$ olduğunu gösteriniz.
4. $x(y+z)^2 + y(z+x)^2 + z(x+y)^2 - 3xyz = (xy+xz+yz)(x+y+z)$ olduğunu gösteriniz.
5. $a(b^3 - c^3) + b(c^3 - a^3) + c(a^3 - b^3) = (b-a)(c-a)(c-b)(a+b+c)$ olduğunu gösteriniz.
6. $a^3(b-c)^3 + b^3(c-a)^3 + c^3(a-b)^3 = 3cba(b-a)(c-a)(c-b)$ olduğunu gösteriniz.
7. $\frac{(a-b)}{(x-a)(x-b)} + \frac{(b-c)}{(x-b)(x-c)} + \frac{(c-a)}{(x-a)(x-c)} = 0$ olduğunu gösteriniz.
8. $\sqrt{(a+b)(a+b+c)(a+b+2c)(a+b+3c) + c^4}$ ifadesinin $(2ab+3ac+3bc+a^2+b^2+c^2)$ ifadesine eşit olduğunu gösteriniz.
9. $\sqrt{(x^2+xy+yz+xz)(x+z)(y+z)(xy+xz+yz+y^2)}$ ifadesinin $(x+y)(y+z)(x+z)$ ifadesine eşit olduğunu gösteriniz.
10. $\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}} = \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} \right)$ olduğunu gösteriniz.
11. $\frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (a-c)^2}{(a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a-b)^2}{(b+c)^2 - a^2} = 1$ olduğunu gösteriniz.
12. $\frac{xy}{(y-z)(x-z)} + \frac{yz}{(x-y)(x-z)} + \frac{xz}{(x-y)(z-y)} = 1$ olduğunu gösteriniz.

3.2 Karışık Örnekler

Örnek 248 $a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0$ ve $b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$ olduğuna göre, $a + b = ?$ (İrlanda M.O. 1993)

Örnek 249 $x^2 + xy + y^2 = 3$ ve $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 12$ eşitlikleri sağlanıyorsa, $x^6 + x^3y^3 + y^6$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

Örnek 250 $1^n + 2^n + \dots + n^n$ sayısının her n tek tamsayısı için, n ile bölündüğünü gösteriniz.

Örnek 251 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w} = 1$ ve $\left(1 + \frac{x}{yz}\right) \left(1 + \frac{y}{xz}\right) \left(1 + \frac{z}{yx}\right) = \frac{1}{w^2}$ eşitlikleri sağlanıyorsa, $x + y + z$ kaçtır?

Örnek 252 $\sqrt{7x-8} + \sqrt[3]{9-7x} = 1$ denkleminin reel çözümlerinin toplamını bulunuz. (UAMO - 2009)

Örnek 253 x, y ve z reel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ -x^3 + y^3 + z^3 = -1 \end{cases}$$

denklem sisteminin kaç tane reel çözümü vardır? (Iberoamerikan M.O 1989)

Örnek 254 a sayısı 17'den büyük bir tek sayı ve $3a - 2$ sayısı bir tamkare olduğuna göre, $b \neq c$ pozitif tamsayıları için,

$$a + b, a + c, b + c \text{ ve } a + b + c$$

ifadelerinden en fazla kaç tanesi tamkare olarak seçilebilir?

(Iberoamerikan M.O 1992)

Örnek 255 a ve b rasyonel sayıları, $a^5 + b^5 = 2a^2 b^2$ eşitliğini sağlıyorlar ise, $1 - ab$ sayısının da bir rasyonel sayının karesi olduğunu ispatlayınız. (British M.O.)

Örnek 256 $\sqrt[3]{x + (x+8)\sqrt{\frac{x-1}{27}}} - \sqrt[3]{x - (x+8)\sqrt{\frac{x-1}{27}}}$ sayısı rasyonel olacak şekilde 2010'dan küçük kaç pozitif x tamsayısı vardır?

Örnek 257 x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$xy + x + y = 71 \text{ ve } xy^2 + x^2 y = 880$$

olduğuna göre $x^2 + y^2 = ?$ (AIME 1991)

Örnek 258 $a, b, x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax + by = 3$, $ax^2 + by^2 = 7$, $ax^3 + by^3 = 16$ ve $ax^4 + by^4 = 42$ ise, $ax^5 + by^5$ kaçtır? (AIME 1990)

Örnek 259 $a^2 + b^2 + (a + b)^2 = c^2 + d^2 + (c + d)^2$ olduğuna göre, $a^4 + b^4 + (a + b)^4 = c^4 + d^4 + (c + d)^4$

olduğunu gösteriniz.

Örnek 260 n pozitif bir tamsayı olmak üzere, $x^{1001} + 1$ sayısı 2^n ile bölünecek şekilde en küçük x pozitif tamsayısını bulunuz.

Örnek 261 x, y ve z , sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x + y + z}$$

ise, n tek tamsayısı için, $x^n + y^n + z^n = (x + y + z)^n$ olduğunu kanıtlayınız.

Örnek 262 n pozitif bir tamsayı ve

$$0 < k < \frac{1}{1000}$$

olmak üzere, küpkökü $n + k$ olan en küçük pozitif tamsayı m olsun. n sayısı kaçtır? (AIME 1987)

Örnek 263 $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(-\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})$ çarpımı tamsayı olacak şekilde kaç farklı (a, b, c) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

Örnek 264 1'den başka ortak böleni olmayan a, b ve c pozitif tamsayıları için, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ sayısı tamkare olacak şekilde, sonsuz sayıda (a, b, c) üçlüsü bulunabileceğini gösteriniz.

Örnek 265 a, b ve c sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$a + b + c \text{ ve } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

ifadelerinin ikisi birden 0 olamaz. Gösteriniz.

Örnek 266 Verilen 3 tek sayı için, öyle dördüncü bir tek sayı bulunabilir ki, bu dört tek sayının kareleri toplamı da bir tamkare olur. Kanıtlayınız.

Örnek 267 $[1, \infty)$ aralığından alınmış kaç tane x için

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x}} < \sqrt{x + 1} - 1$$

eşitsizliği sağlanmaz? (UAMO - 2009)

Örnek 268 x ve y tamsayılar olmak üzere, $x + x^2 + x^8 = y + y^2 + y^8$ ise, $x = y$ olduğunu kanıtlayınız.

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

3.3 Çözümlü Test 3

1. $17(3^4 + 2^6) = \frac{3^x - 2^{24}}{9^4 + 8^4}$ olduğuna göre x kaçtır?
 A) 6 B) 21 C) 13 D) 14 E) 16
2. n pozitif bir tamsayı olmak üzere $2^{5n+1} + 5^{n+k}$ sayısı 27'ye tam bölündüğüne göre k aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7
3. Aşağıdakilerden hangisi $1 + x + x^2 + \dots + x^{80}$ ifadesinin bir çarpanı değildir?
 A) $1 + x + x^2$ B) $1 + x^3 + x^6$ C) $1 + x^{27} + x^{54}$
 D) $1 + x^9 + x^{18}$ E) $1 + x^{18} + x^{36}$
4. n pozitif bir tamsayı olmak üzere, $20^{2n} + 16^{2n} - 3^{2n} - 1$ sayısı aşağıdakilerden hangisiyle daima tam bölünür?
 A) 57 B) 85 C) 323 D) 18 E) 441
5. $1002^{k+1} - 1$ sayısı 1001^2 sayısı ile kalansız bölünebildiğine göre, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) 2003 B) 5004 C) 2008 D) 6020 E) 5124
6. $x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x + 1$ B) $x^2 - x - 1$ C) $x^2 + 1$ D) $x^2 + x + 1$ E) $x^2 + x - 1$
7. $n^4 + 4^n$ asal sayı olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0
8. $n^2 - 11n + 63$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç tane n tamsayısı vardır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

9. $\sqrt{(56786)(56787)(56788)(56789) + 1}$ sayısının son iki basamağı kaçtır?

- A) 45 B) 55 C) 65 D) 15 E) 75

10. $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ xy + yz + xz = 3 \end{cases}$ olduğuna göre, $(x - \frac{1}{3})^2 + (y - \frac{1}{3})^2 + (z - \frac{1}{3})^2 = ?$

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

11. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \\ x^3 + y^3 = 3 \end{cases}$ denkleminin kaç tane reel çözümü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

12. $\frac{(\sqrt[3]{2} - 1)^{1/3}}{\sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}} = ?$

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 4 E) $\sqrt{2}$

13. $\sqrt{x} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ olduğuna göre, $x^3 - \frac{27}{8x^3}$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{19}{2}\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ B) $\frac{99}{2}\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ C) $\frac{99}{2}\sqrt{15} - \sqrt{10}$
D) $\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ E) $\frac{119}{2}(\sqrt{15} - \sqrt{10})$

14. $(\sqrt{5} + 2)^{1/3} - (\sqrt{5} - 2)^{1/3} = ?$

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 4 E) $\sqrt{2}$

15. $\begin{cases} x^3 + y = 3x + 4 \\ 2y^3 + z = 6y + 6 \\ 3z^3 + x = 9z + 8 \end{cases}$ denklem sisteminin kaç tane reel çözümü vardır? (Avusturya Polonya M.O. 1993)

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

16. $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = k$ ise, $\frac{x^8 + y^8}{x^8 - y^8} + \frac{x^8 - y^8}{x^8 + y^8}$ ifadesinin k türünden değerini bulunuz. (Junior Balkan M.O.1997)

- A) $\frac{k^4 + 24k^2 + 16}{4k^3 + 7k}$ B) $\frac{k^4 + 4k^2 + 6}{k^3 + 4k}$ C) $\frac{k^4 + 12k^2 + 14}{4k^3 + 16k}$
 D) $\frac{k^4 + 24k^2 + 16}{4k^3 + 16k}$ E) $\frac{k^4 + 24k^2 + 14}{4k^3 + 16k}$

17. $xy = n$, $x + y = t$, $x^{2007} + y^{2007} = a$ ve $x^{2008} + y^{2008} = u$ olduğuna göre, $x^{2009} + y^{2009}$ ifadesi n , a , t ve u cinsinden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $au + nt$ B) $tn - ua$ C) $tu - na$ D) $au - tn$ E) $ta - nu$

18. x , y ve z tamsayılar olmak üzere, $xyz = 8$ ve

$$(-x + y + z)^3 + (x - y + z)^3 + (x + y - z)^3 = 24$$

olduğuna göre, $x + y + z = ?$

- A) 3 B) $\sqrt[3]{3}$ C) 6 D) 12 E) 1

19. 1'den 10^8 'e kadar olan sayılardan ardışık dördünün çarpımı tamkare olan kaç dörtlülüdür?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 2 E) 5

20. $a + b = c + 1$ eşitliğini sağlayan ve herhangi biri diğer ikisinin çarpımını bölen kaç (a, b, c) pozitif tamsayı üçlüsü vardır? (S.S.C.B. M.O. 1988)

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 2 E) Sonsuz Sayıda

21. $x^4 + 2x + 2 > x^2$ eşitsizliğini sağlamayan kaç tane reel sayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 2 E) 5

22. $abc \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 4$ ve $\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = 5$ eşitlikleri sağlanıyorsa,

$\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 12 E) 13

23. x, y ve z , 1'den farklı gerçel sayıları için, $\frac{yz - x^2}{1 - x} = \frac{xz - y^2}{1 - y}$ ve $x \neq y$

olduğuna göre, $\frac{yz - x^2}{1 - x}$ aşağıdakilerden hangisidir? (Iberoamerikan M.O 1985)

- A) $x + y + z$ B) $x + y - z$ C) $x - y + z$ D) z E) $-x + y + z$

24. Hangi n pozitif tamsayıları için, $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ ifadesi bileşik sayıdır? (SSCB M.O 1990)

- A) $\mathbb{Z}^+ - \{1\}$ B) $\mathbb{Z}^+ - \{1, 11\}$ C) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 6k + 1\}$
D) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 10k + 1\}$ E) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 3k + 1\}$

25. $x = \frac{4}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt[4]{5} + 1)(\sqrt[8]{5} + 1)(\sqrt[16]{5} + 1)}$ ise $(x + 1)^{48} = ?$ (AIME 2005)

- A) 5 B) 25 C) 10 D) 100 E) Hiçbiri

26. x, y ve z farklı tamsayılar olduğuna göre, $(x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ sayısı, $(x + y + z)$, 5, $(x - y)$, $(y - z)$ ve $(z - x)$ ifadelerinden kaç tanesiyle daima tam bölünür? (SSCB M.O 1962)

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

27. $m = (10^4 + 324)(22^4 + 324)(34^4 + 324)(46^4 + 324)(58^4 + 324)$ ve
 $n = (4^4 + 324)(16^4 + 324)(28^4 + 324)(40^4 + 324)(52^4 + 324)$

olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ aşağıdakilerden hangisidir? (AIME 1987)

- A) 345 B) 415 C) 375 D) 360 E) Hiçbiri

28. m ve n tamsayılar olmak üzere, $m^2 + 3m^2n^2 = 30n^2 + 517$ olduğuna göre, $3m^2n^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir? (AIME 1987)

- A) 399 B) 525 C) 546 D) 591 E) Hiçbiri

29. A, B, C, D pozitif tamsayıları için $A^5 = B^4$, $C^3 = D^2$ ve $C = A + 19$ olduğuna göre $D - B$ ifadesinin değeri kaçtır? (AIME 1985)

- A) 569 B) 179 C) 768 D) 757 E) 547

30. x, y ve z reel sayılar olmak üzere, $xyz = 1$, $x + \frac{1}{z} = 5$ ve $y + \frac{1}{x} = 29$ olsun. $z + \frac{1}{y}$ kaçtır? (AIME 2000)

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{8}$

D) $\frac{2}{3}$

E) Hiçbiri

31. $n^2 + 19n + 96$ ifadesini tamkare yapan kaç n tamsayısı vardır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 4

E) Sonsuz Sayıda

32. $\left\lfloor \frac{101^3}{99 \cdot 100} - \frac{99^3}{100 \cdot 101} \right\rfloor$ tamdeğerini hesaplayınız.

A) 10

B) 11

C) 9

D) 12

E) Hiçbiri

33. $n^3 + 2n^2 + 9n + 8$ ifadesi bir tamküp olacak şekilde, kaç n pozitif tamsayısı vardır. (Harvard MIT Math. Tournament 2009)

A) 0

B) 1

C) 2

D) 4

E) Sonsuz Sayıda

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

3.4 TÜBİTAK Olimpiyat Soruları (Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler)

1. Kaç farklı k gerçel sayısı için $\sqrt{k-11}$ ve $\sqrt{k+64}$ sayılarının her ikisi de tamsayı olur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

UİMO - 1999

2. $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$ eşitliğini sağlayan x ve y gerçel sayıları için $19y^2 + 99x$ toplamı kaçtır?

- A) 199 B) 200 C) 203 D) 207 E) 201

UİMO - 1999

3. Aşağıdaki sayılardan hangisi, m ve n tamsayılar olmak üzere, $m^2 + 3mn - 4n^2$ şeklinde ifade edilemez?

- A) 69 B) 76 C) 91 D) 94 E) Hiçbiri

UMO - 1999

4. n tamsayısının aşağıdaki değerlerinden hangisi için $2^{10} + 2^{13} + 2^n$ bir tamkareye eşit olur?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

UMO - 1993

5. x ve y tamsayı olmak üzere, $x^2 - y^2 = 1996$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) sıralı ikilisi vardır?

- A) 12 B) 6 C) 4 D) 0 E) Sonsuz sayıda

UMO - 1996

6. x ve y gerçel sayıları için, $x^2 + y^2 = 6$ ve $x^3 + y^3 = 14$ ise, $x^4 + y^4$ toplamının alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{17\}$ B) $\{3, 4\}$ C) $\{17, 10\sqrt{15} - 22\}$

- D) $\{34, 20\sqrt{15} - 44\}$ E) Hiçbiri

UMO - 1996

7. m ve n pozitif tamsayılar olmak üzere, $2n^2 - 36 = m^2 - mn$ denklemini sağlayan kaç (m, n) sıralı ikilisi vardır?

- A) 2 B) 0 C) 4 D) 3 E) Sonsuz Çoklukta

UMO - 1997

8. x, y, z sayıları, $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 15 \\ x + y + z^2 = 27 \\ xy + yz + zx = 7 \end{cases}$ denklem sistemini sağlıyorsa, aşağıdaki-
lerden hangisi doğrudur?

- A) $9 \leq |x + y + z| \leq 10$ B) $7 \leq |x + y + z| \leq 8$ C) $5 \leq |x + y + z| \leq 6$
D) $3 \leq |x + y + z| \leq 4$ E) Hiçbiri

UMO - 1998

9. x, y, z gerçel sayılar olmak üzere, $2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 2xy - 4yz - 6zx + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) -3 C) 3 D) 0 E) Hiçbiri

UMO - 1998

10. $y = \sqrt{x^2 + \frac{1}{1999}}$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) rasyonel sayı ikilisi vardır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

UMO - 1999

11. $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$ olduğuna göre $x + y$ nedir?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) -1 D) 0 E) 2

UMO - 1995

12. $x^{60} - 1$ polinomu aşağıdaki polinomlardan hangisi ile bölünmez?

- A) $x^2 + x + 1$ B) $x^4 - 1$ C) $x^5 - 1$ D) $x^{15} - 1$ E) Hiçbiri

UMO - 2002

13. a, b, c gerçel sayıları $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ eşitliğini sağlıyorsa, $ab + bc + ac$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$ E) 0

UMO - 2002

14. $3a = 1 + \sqrt{2}$ ise, $9a^4 - 6a^3 + 8a^2 - 6a + 9$ 'u aşmayan en büyük tamsayı nedir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) Hiçbiri

UMO - 2003

15. $2n^2 + 5nm - 12m^2 = 28$ eşitliğini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz çoklukta

UMO - 2006

16. A sayısının aşağıdaki değerlerinden hangisi için, $2x - 3y = 1$, $xy = 7$ ve $x^2 + y^2 = A$ eşitliklerinin hepsini birden sağlayan x, y gerçel sayıları bulunur?

- A) $\frac{65}{4}$ B) 10 C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 1

UMO - 2005

17. Birbirinden farklı x ve y gerçel sayıları $x^2 - 2008x = y^2 - 2008y$ eşitliğini sağlıyorsa $x + y$ kaçtır?

- A) 16 B) 20 C) 486 D) 2008 E) Hiçbiri

UMO - 2008

18. $a = -\frac{9}{10}$ ve $b = (a + 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1)$ ise $19b + 10a^8$ kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 18 D) 14 E) 16

UMO - 2008

19. n 'nin aşağıdaki değerlerinden hangisi için $a^2 + ab - 6b^2 = n$ eşitliğini sağlayan a, b tamsayıları bulunur?

- A) 17 B) 19 C) 29 D) 31 E) 37

UMO - 2004

20. x bir gerçel sayı olmak üzere $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ çarpımının alabileceği en küçük değer nedir?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

UMO - 2004

21. $xyz = 510510$ ve $x^2y + y^2z + z^2x = xy^2 + yz^2 + zx^2$ eşitliklerini sağlayan kaç (x, y, z) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) 8 E) Hiçbiri

UMO - 2005

22. a, b, c, d gerçel sayıları $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - d + \frac{2}{5} = 0$ eşitliğini sağlıyorsa a kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{5}$ E) Hiçbiri

UMO - 2008

23. $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ sayısının ondalık yazımında, virgülden sonra üçüncü basamaktaki rakam nedir?

- A) 8 B) 5 C) 3 D) 1 E) Hiçbiri

UMO - 2007

24. n tamsayısının kaç farklı değeri için, $n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n + 7$ sayısı asaldır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Sonsuz Çoklukta

UMO - 2009

25. x bir gerçel sayı olmak üzere, $x(x + 4)(x + 8)(x + 12)$ çarpımının alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -240 B) -252 C) -260 D) -280 E) -256

UMO - 2009

26. x ve y gerçel sayıları $2x^2 - 3y = -17/2$ ve $y^2 - 4x = 7$ eşitliklerini sağlıyorsa $x + y$ kaçtır?

- A) $5/4$ B) $7/2$ C) $3/2$ D) $1/4$ E) Hiçbiri

UİMO - 2009

27. $x = \sqrt[3]{11 + \sqrt{337}} + \sqrt[3]{11 - \sqrt{337}}$ olduğuna göre, $x^3 + 18x$ kaçtır?

- A) 22 B) 20 C) 11 D) 10 E) 24

UMO - 2009

28. $1 \leq a, b, c \leq 100$ koşulunu ve

$$(a + b)c = 10a^2 \text{ ve } c^2 = ab$$

denklemlerini sağlayan kaç (a, b, c) tamsayı üçlüsü vardır?

A) 100

B) 45

C) 25

D) 20

E) 10

(UİMO - 2010)

29. $2x^2 + 17xy + 35y^2 = 315$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) tam sayı ikilisi vardır?

A) 0

B) 2

C) 4

D) 6

E) 8

(UİMO - 2010)

30. $x^2 + xy = 2y^2$ ve $y^2 - xy = 1$ denklemlerini sağlayan kaç (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

A) 3

B) 2

C) 1

D) 0

E) Hiçbiri

(UİMO - 2010)

31. Aşağıdaki hangi (A, B) ikilisi için, $2x + y = A$ ve $x^2 + y^2 = B$ eşitliklerini sağlayan hiçbir (x, y) gerçel sayı ikilisi yoktur?

A) $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{7}\right)$ B) $\left(1, \frac{2}{9}\right)$ C) $\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$ D) $\left(\frac{9}{5}, \frac{2}{3}\right)$ E) $\left(2, \frac{6}{7}\right)$

(UİMO - 2011)

32. Kaç n tamsayısı için, $|n^3 - 6n^2 + 5|$ sayı asaldır?

A) 4

B) 3

C) 2

D) 1

E) 0

(UİMO - 2011)

33. x, y, z, t gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - xy - yz - zt - 10t$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

A) -34

B) -37

C) -40

D) -42

E) Hiçbiri

(UİMO - 2011)

34. A gerçel sabitinin kaç farklı değeri için, $x^3 + y^3 = 5xy$ ve $x + y = A$ eşitliklerinin her ikisini de sağlayan tam olarak bir (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(UİMO - 2012)

35. x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = 18$$

ise, $\frac{(x-y)^2}{xy}$ kaçtır?

- A) 8 B) 5 C) 6 D) 4 E) 2

(UİMO - 2012)

36. $a^2 + a + 34 = b^2$ eşitliğini sağlayan kaç (a, b) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

(UİMO - 2012)

37. $2x^2 - 4xy + 5y^2 = 4x + 2y - 5$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

38. $y^2 - x^2 = 2y + 7x + 4$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Hiçbiri

(UMO - 2010)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

3.5 Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı Soruları (Çarpanlara Ayırma)

1. $\begin{cases} 2y = 4 - x^2 \\ 2x = 4 - y^2 \end{cases}$ denklem sisteminin çözümü olan kaç tane (x, y) reel sayı ikilisi vardır?

- A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) Sonsuz Çoklukta
AÜMO - 2001

2. $5^n - 1$ sayısı 2^{2001} sayısının bir katı olacak şekilde en küçük n doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{1001} B) 2^{1999} C) 2^{2002} D) 2^{2001} E) 2^{2000}
AÜMO - 2001

3. x ve y reel sayıları $x^3 - 3xy^2 = 10$ ve $y^3 - 3yx^2 = 5$ eşitliklerini sağlarsa, $x^2 + y^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 18 B) 10 C) 8 D) 13 E) 5
AÜMO - 2001

4. x ve y reel sayıları $x + \frac{x}{y} + y = 8$ ve $x \cdot \frac{x+y}{y} = 15$ denklemlerini sağlıyorsa, $x + y$ toplamının alabileceği en küçük değer nedir?

- A) 2 B) 3 C) $\sqrt{8}$ D) 5 E) $\sqrt{15}$
AÜMO - 2003

5. $n + 1$ ve $16n + 1$ ifadelerinin ikisini de tamkare yapan $n \geq 1$ tamsayılarının sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 3'ten çok, ama sonlu çoklukta E) Sonsuz çoklukta
AÜMO - 2003

6. $x^4 - x^3 - 24x^2 + 2x + 4 = 0$ denklemini sağlayan x reel sayıları için $x - \frac{2}{x}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) -4 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8
AÜMO - 2006

7. $x > 1$ reel sayısı için $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$ olduğuna göre, $x^5 - \frac{1}{x^5}$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 369 B) 336 C) 363 D) 339 E) 393
AÜMO - 2006

8. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 24$ ve $x^2 - xy + y^2 = 6$ eşitliklerini sağlayan x ve y reel sayıları için $|x^3 + y^3|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $6\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{2}$

AÜMO - 2007

9. $(y - x)(y + x) = 51 + 6y$ denkleminin tamsayılarda kaç tane (x, y) çözümü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

AÜMO - 2007

10. $(x + x^2 + x^3) + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = 28$ eşitliğini sağlayan x reel sayısı için $(2x - 3)^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

AÜMO - 2008

11. $A = 2^{1001} + 3^{1001} + 4^{1001} + \dots + 2000^{1001} + 2001^{1001}$ sayısının 77'ye bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 75 E) 76

AÜMO - 2008

Bu soruların Çözümlerini Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları kitabında bulabilirsiniz

Çözümleme ve Taban Aritmetiği

Örnek 269 $\sqrt[3]{1006012008}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

Örnek 270 $(104, 32)_5$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

Örnek 271 $\frac{441}{4}$ kesrini 6 tabanında yazınız.

Örnek 272 $100!$ sayısı 6 tabanında yazılırsa sondan kaç basamağı 0 olur?

Örnek 273 1330 sayısı hangi taban yada tabanlar için üç basamaklıdır ve sayının basamaklarındaki rakamlar toplamı 17'dir?

4.1 Çözümleme

Örnek 274 Kendisi ile rakamlarının çarpımı arasındaki fark 12 olan kaç tane iki basamaklı sayı vardır?

Örnek 275 Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı herhangi üç basamaklı bir sayının rakamları toplamına bölümünden elde edilebilecek en küçük sayı kaçtır?

Örnek 276 Alper kendi yaşını ve sonrada kendi yaşının sağ tarafına babasının yaşını yazarak dört basamaklı bir sayı elde ediyor. Bu sayıya babasıyla olan yaş farkının 16 katını ekleyince 2007 sayısını elde ediyor. Buna göre Alper ve babasının yaşları toplamı kaçtır?

Örnek 277 $\underbrace{111\dots1}_{2n \text{ tane } 1} - \underbrace{222\dots2}_{n \text{ tane } 2}$ sayısının karekökünü bulunuz.

Örnek 278 $\underbrace{111\dots1}_{112 \text{ tane } 1}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünmez?

A) $\underbrace{1000\dots01}_{13 \text{ tane } 0}$ B) $\underbrace{1000\dots01}_{6 \text{ tane } 0}$ C) $\underbrace{1000\dots01}_{27 \text{ tane } 0}$ D) $\underbrace{1000\dots01}_{55 \text{ tane } 0}$ E) $\underbrace{1000\dots01}_{32 \text{ tane } 0}$

Örnek 279 İki basamaklı sayılar içerisinde karesi rakamlarının toplamının küpüne eşit olan kaç sayı vardır?

Örnek 280 Rakamları toplamının dördüncü kuvvetine eşit olan dört basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 281 $\sqrt{\underbrace{444\dots44}_{n \text{ tane}} \underbrace{88\dots88}_{n-1 \text{ tane}} 9}$ ifadesinin rakamları toplamı 1000'den küçük ise n en fazla kaç olabilir?

Örnek 282 2008 rakamlı $n = 99\dots99$ sayısının karesinin rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 283 0'ların sayısı çift olmak üzere, $100\dots001$ formunda yazılabilen kaç asal sayı vardır?

Örnek 284 $S(n)$, n sayısının rakamlarının toplamını göstermek üzere,

$$n + S(n) = 10^6$$

olacak şekilde kaç tane n pozitif tamsayı vardır?

4.2 Rakam Değiştirme veya Silme

Örnek 285 İlk rakamı 8 olan ve sayının ilk rakamı silindiğinde $\frac{1}{35}$ 'i elde edilen kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 286 6 ile başlayan, ve 6 silindiğinde $\frac{1}{126}$ 'sı elde edilen en fazla 100 basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 287 Üç basamaklı bir sayının birler ve onlar basamağı yer değiştirince sayının değeri 36 artıyor, yüzler ve birler basamağı yer değiştirirse de sayının değeri 198 azalıyor. Buna göre, eğer sayının onlar ve yüzler basamağı yer değiştirseydi sayının değeri nasıl değişirdi?

Örnek 288 N aşağıdaki üç özelliği sağlayan bir pozitif tamsayı olsun.

i) N bir sayının küpüdür.

ii) N 'nin son üç basamağı sıfırdan farklıdır.

iii) N 'nin son üç basamağı silinirse elde edilen sayı yine bir sayının küpüdür.

Buna göre, koşulları sağlayan en büyük N sayısı kaçtır?

Örnek 289 n basamaklı bir sayının m 'inci kuvvetinin basamak sayısının en az ve en fazla kaç olabileceğini m ve n cinsinden bulunuz.

Örnek 290 $f(x)$ fonksiyonu, x sayısının basamak sayısını göstermek üzere,

$$f(a) + f(a^2) + f(a^3) + f(a^4) + \dots + f(a^{20})$$

toplamı en fazla 2730 olabiliyorsa, a sayısı kaç basamaklıdır?

4.3 Karışık Örnekler

Örnek 291 2000'den itibaren sayıları art arda yazarak, 200020012002... şeklinde bir sayı dizisi oluşturuluyor. Bu sayı dizisinde 1999 dördlüsünün üçüncü kez yan yana bulunduğu anda, yani, 200020012002...1999...1999...1999 sayı dizisinde kaç rakam vardır? b) Bu sayı dizisinde, 0 rakamı kaç kez kullanılmıştır?

Örnek 292 $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 999^{999} + 1000^{1000}$ sayısının en soldaki üç rakamı kaçtır?

Örnek 293 $P(n)$, n sayısının rakamların çarpımını göstermek üzere,

$$P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(1000)$$
 toplamını hesaplayınız.

Örnek 294 S kümesi, a , b ve c farklı olması gerekmeyen rakamlar olmak üzere, 0 ile 1 arasındaki tüm $0,abc$ formundaki devirli ondalık sayıların kümesini gösterebilir. Bu formdaki tüm ondalık sayılar, kesir olarak yazılıp, en sadeleşmiş hale getirilirse, elde edilen kesirlerin farklı paylarının sayısı kaç olur? (AIME 1992)

Örnek 295 Soldaki ilk iki rakamı, sağdaki iki rakamından 1 fazla olan dört basamaklı sayılardan kaç tanesi tamkaredir?

Örnek 296 Bir doğal sayının karesi olan ve ilk 99 basamağı 9 olan 200 basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 297 Tamkare olmayan ve karekökünde virgülden sonra en az dört tane 0 olan en küçük pozitif tamsayı n olsun. $\llbracket a \rrbracket$ sayısı, a 'dan küçük en büyük tamsayıyı gösterdiğine göre, $\llbracket \sqrt{n} \rrbracket$ kaçtır?

Örnek 298 k , $a_k = 1,66\dots67$ ondalık sayısındaki 6'ların sayısını belirtmek üzere, $n \cdot a_k$ sayısı 1000'e en yakın tamsayı olacak şekilde seçilen n pozitif tamsayısı kaçtır?

Örnek 299 $A = \{9^k : k \in \mathbb{Z} \text{ ve } 0 \leq k \leq 4000\}$ kümesi veriliyor. 9^{4000} sayısı 3817 basamaklı ve en soldaki basamağı 9 ise, A kümesinin kaç elemanının en soldaki basamağı 9'dur? (AIME 1990)

Örnek 300 n^2+1 tabanında, $n^2(n^2+2)^2$ ve $n^4(n^2+2)^2$ sayılarının aynı rakama sahip fakat ters sırada dizilmiş sayılar olduğunu gösteriniz.

Örnek 301 5 tabanında basamaklarından birini 2, birini 3, diğer üçünü de a , b ve c rakamlarının oluşturduğu ve onluk tabandaki değeri $125(13a + 5b + c)$ 'ye eşit, beş tabanına göre beş basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 302 $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $x^2 + xy + y^2$ sayısının birler basamağı 0 ise, onlar basamağının da 0 olacağını kanıtlayınız.

Örnek 303 $n = \overline{abcabc}$ altı basamaklı bir sayı ve $m = \overline{d00d}$ dört basamaklı bir sayı olmak üzere,

a) $\sqrt{n}$ tamsayı olamaz. gösteriniz.

b) $\sqrt{n+m}$ tamsayı olacak şekilde tüm n ve m tamsayılarını bulunuz.

c) $\sqrt{nm}$ en büyük tamsayı olacak şekildeki (n, m) çiftini bulunuz.

Örnek 304 En soldaki rakamı, en sağa geçtiğinde $\frac{3}{2}$ 'si elde edilen en küçük sayı kaç basamaklıdır?

Örnek 305 $f(m)$, m sayısının rakamlarının toplamını gösterebilir. $m < n$ ise,

$$(f(m))^2 = n \text{ ve } (f(n))^2 = m$$

eşitliklerini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı çifti vardır?

Örnek 306 Ondalık gösteriminde rakamlarının çarpımı $x^2 - 10x - 22$ olan tüm x doğal sayılarını bulunuz. (IMO 1968)

Örnek 307 111...1222...2 sayısı 2000 tane 1 ve 2000 tane 2'den oluşmuştur. Bu sayının, 1'den büyük dört sayının çarpımı olarak yazılabileceğini gösteriniz.

Örnek 308 $n+1$ basamaklı $x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ sayısı için,

$$a_n \leq a_{n-1} \leq \dots \leq a_1 \leq a_0 = 5$$

ise, x sayısına güzel sayı diyelim. x ve x^2 sayılarının her ikisi de güzel sayı olacak şekilde sonsuz sayıda güzel sayı bulunduğunu gösteriniz.

Örnek 309 Bir pozitif tamsayının ondalık yazılımında, yanyana gelen herhangi iki rakamın oluşturduğu iki basamaklı sayı 17 veya 23'e bölünecek şekilde 100 basamaklı kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 310 $9n$ sayısı, n sayısının rakamlarının tersten sıralanmış halidir. En fazla bir basamağı 0 olacak şekilde tüm n sayılarını bulunuz. (IMO Shortlist 1977)

Örnek 311 Herhangi x pozitif tamsayısı için, $S(x)$, x sayısının rakamlarının toplamını göstermektedir. $T(x) = |S(x+2) - S(x)|$ olduğuna göre, $T(x) \leq 199$ 9 olacak şekilde kaç $T(x)$ değeri vardır? (AIME 1999)

Örnek 312 2^{2004} sayısı 1 ile başlayan 604 basamaklı bir sayıdır.

$$\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{2003}\}$$

kümesinde 4 ile başlayan kaç sayı vardır? (American Math. Contest 12 - 2004)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

16. $\overline{abc}$, $\overline{cba}$ ve $\overline{efg}$ üç basamaklı sayıları için, $a \geq c + 2$ ve $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{efg}$ eşitliği sağlandığına göre, $\overline{efg} + \overline{gfe}$ toplamını hesaplayınız.

- A) 1845 B) 1089 C) 1827 D) 1053 E) Hiçbiri

17. n tane 4 ve 1 tane 1'den oluşan $144\dots44$ sayısının tamkare olması için n kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 4 E) Hiçbiri

18. $\begin{cases} \overline{cda} - \overline{abc} = 297 \\ a + b + c = 23 \end{cases}$ olduğuna göre d kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 6 E) 4

19. İki tane iki basamaklı sayının çarpımı, sayıların tersten yazılışının çarpımına eşit ise bu sayı çiftine iki yüzlü sayı çifti diyelim. Örneğin, 12 ile 63 sayıları iki yüzlü sayı çiftidir. $12 \cdot 63 = 21 \cdot 36$ 'dır. Sayılardan biri 20 ile 30 arasında, diğerinin ise birler basamağı tek asal olacak şekilde kaç tane iki yüzlü sayı çifti vardır.

- A) 8 B) 5 C) 4 D) 3 E) Hiçbiri

20. $A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{100 \text{ tane}}$ sayısının rakamları toplamını bulunuz.

- A) 821 B) 435 C) 184 D) 344 E) Hiçbiri

21. $A = \underbrace{333\dots3}_n 4$ olduğuna göre, $9A^3$ sayısındaki 3'lerin sayısı kaçtır?

- A) $3n$ B) $3n + 1$ C) $3n + 2$ D) $3n - 1$ E) Hiçbiri

22. Verilen bir n pozitif tamsayısı için, $d(n)$, n sayısının sıfırdan farklı olan rakamlarının çarpımını gösterebilir. Buna göre, $S = d(1) + d(2) + \dots + d(999)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir? (AIME 1994)

- A) 97334 B) 97335 C) 97336 D) 97337 E) 97338

23. Bir sayının karesinin son iki basamağı kaç farklı sayı olabilir?

- A) 15 B) 21 C) 19 D) 18 E) 22

24. Rakamları birbirinden farklı, iki basamaklı bir sayının, rakamlarının toplamı, farkı, büyüğünün küçüğüne bölümü ve çarpımları toplanarak 36 bulunuyor. Bu şekilde kaç tane sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

25. Onluk gösteriminde son rakamı 6 olan ve son rakamı 6 silinip geri kalan rakamların en başına yazıldığında orjinal sayının 4 katı elde edilen en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır? (IMO - 1962)

- A) 27 B) 29 C) 21 D) 31 E) 25

26. Pozitif tamsayıları bir sırada 1234567891011121314115... şeklinde yazarak bir sayı elde ediliyor. Bu sayının 1000'inci rakamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 7

27. Bir sayı rakamları toplamından 666 daha büyükse bu sayıya şeytan sayı denilsin. Kaç tane şeytan sayı vardır?

- A) 9 B) 0 C) 1 D) 10 E) 13

28. $\sqrt{\underbrace{111...1}_{2m \text{ tane}} + \underbrace{444...4}_{m \text{ tane}} + 1}$ sayısının 9'a bölümünden elde edilebilecek farklı kalanların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 10 B) 12 C) 11 D) 15 E) 13

29. Bir beş basamaklı sayının ortadaki rakamı silinirse, elde edilen sayı, orjinal sayıyı bölmektedir. Bu koşulu sağlayan kaç tane beş basamaklı sayı vardır? (KANADA M.O. 1971)

- A) 100 B) 120 C) 110 D) 90 E) 75

30. n sayısı, dört basamaklı ve tüm rakamları 7'den küçük olan bir tamkaredir. Her bir rakamı 3 arttırsak elde edilen sayı yine bir tamkare oluyor. Buna göre n sayısının rakamları toplamını bulunuz.

- A) 10 B) 12 C) 11 D) 15 E) 13

39. N sayısının soldan itibaren her ardışık iki rakamının oluşturduğu sayı bir tamkare olsun. Buna göre, en büyük N sayısının en solundaki üç rakam kaçtır? (AIME 2001)

- A) 818 B) 649 C) 164 D) 364 E) Hiçbiri

40. Her bir rakamına bölünebilen tüm iki basamaklı sayıların toplamını hesaplayınız. (AIME 2001)

- A) 521 B) 630 C) 484 D) 712 E) Hiçbiri

41. $S(n)$, n sayısının rakamlarının toplamını göstermek üzere, $n + S(n) = 10^9$ olacak şekilde kaç tane n pozitif tamsayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) Hiçbiri

42. Nedim, bir işlem sırasında üç basamaklı iki sayıyı çarpmak isterken, aradaki çarpmayı unutuyor ve sayıyı 6 basamaklı olarak yazarak bulması gereken sayının 7 katını buluyor. Bu sayıların toplamını bulunuz.

- A) 281 B) 425 C) 284 D) 286 E) Hiçbiri

43. A sayısı n basamaklı ve A^3 sayısı da m basamaklıdır. $n+m$ sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2007 B) 2010 C) 2009 D) 2008 E) Hiçbiri

44. Rakamları toplamının karesine eşit olan kaç sayı vardır?

- A) 1 B) 4 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

45. Basamakları toplamına eşit olan kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 8 B) 9 C) 18 D) 0 E) Sonsuz sayıda

46. $P(n)$, n sayısının 4 tabanına göre yazılışındaki rakamların çarpımını göstermek üzere, $P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(255)$ toplamını hesaplayınız. (Örneğin, $22 = (112)$ için $P(22) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$ 'dir.)

- A) 1821 B) 1435 C) 1814 D) 1554 E) Hiçbiri

47. Rakamlarının karelerinin toplamından 1 fazla olan kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 1 B) 0 C) 2 D) 4 E) Sonsuz sayıda

48. Herhangi komşu iki rakamı 17 veya 23'ün katı olan 1011 basamaklı n sayısının rakamları toplamı 4852 olduğuna göre, sayının birler basamağı kaç farklı rakam olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) Hiçbiri

49. Rakamlarının yer değişmesiyle elde edilecek tüm üç basamaklı sayıların aritmetik ortalamasına eşit olan üç basamaklı kaç sayı vardır?

- A) 21 B) 15 C) 14 D) 24 E) Hiçbiri

50. 10 ile bölünemeyen bir sayının karesinin son iki rakamı atıldığında geri kalan sayı bir tamkare olacak şekildeki en büyük pozitif tamsayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 11 C) 12 D) 13 E) Hiçbiri

51. $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $3^{3a} + 3^{4b} + 3^{5c} = 3^{7d}$ ise $a + b + c + d$ toplamı en küçük kaç olabilir? (Doğuş Ün. Mat. Yarışması)

- A) 265 B) 267 C) 276 D) 278 E) Hiçbiri

52. n basamaklı a sayısının küpünün, beşinci kuvvetinin ve yedinci kuvvetinin basamak sayılarının toplamının alabileceği en büyük değer; m basamaklı b sayısının küpünün ve beşinci kuvvetinin basamak sayılarının toplamının alabileceği en küçük değerden 157 fazladır. Buna göre, a ve b sayılarının yanyana yazılmasıyla elde edilen sayı en az kaç basamaklıdır?

- A) 26 B) 32 C) 29 D) 30 E) Hiçbiri

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

4.5 TÜBİTAK Olimpiyat Soruları (Çözümleme)

1. 8 tabanına göre yazılımları $(abc)_8$ ve $(cba)_8$ olan üç basamaklı sayılardan ikincisi ilkinin iki katı ise, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $b = 7$ B) $a \in \{1, 2\}$ C) $c \in \{3, 5\}$
 D) İstenen özelliğe sahip bir sayı yoktur E) Hiçbiri

UİMO - 1996

2. $1997 + 1998n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) aritmetik dizisinde ondalık yazılımlarındaki rakamlarının toplamı aynı olan en çok kaç terim vardır?

- A) 1 B) 2 C) 1997 D) 1998 E) Sonsuz Çoklukta

UİMO - 1998

3. $x = 0,99999999$ ise, $\sqrt[3]{x}$ sayısının ondalık açılımında virgülden sonraki ilk dokuz basamaktan kaç tanesi 9 olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) Hiçbiri

UİMO - 1998

4. On tabanına göre iki basamaklı iki sayının rakamlarının çarpımı 360 olduğuna göre, böyle iki sayının toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 117 B) 136 C) 140 D) 146 E) Hiçbiri

UİMO - 1999

5. $T(n)$ ile n pozitif tamsayısının rakamlarının toplamı gösterilsin.

$$T(n) + 3n = 2000$$

eşitliğini sağlayan kaç tane üç basamaklı n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3'ten çok

UİMO - 2000

6. Bir pozitif tamsayısının 9 katının rakamlarının toplamına bu sayının "özsayı" diyelim. Tüm iki basamaklı sayıların özsayılarının toplamı nedir?

- A) 2115 B) 1125 C) 1918 D) 1215 E) 1999

UİMO - 2000

7. Kendisiyle, ondalık gösterimindeki basamakların ters sırada yazılmasıyla elde edilen sayının toplamı bir tamkareye eşit olan kaç tane iki basamaklı pozitif tamsayı vardır?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 8 E) 10

UİMO - 2002

8. $a, b, c \in \{0, 1, \dots, 9\}$ ve abc , ab , a üç sayının ondalık yazılımları olmak üzere, $abc \cdot ab \cdot a = 2002$ ise, b kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

UİMO - 2002

9. İki basamaklı bir sayının rakamları toplamına bölümünden kalan en çok kaç olabilir?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

UİMO - 2003

10. Üç basamaklı bir sayının, basamakları toplamına oranı en çok kaç olabilir?

- A) 99 B) 100 C) 101 D) 110 E) 111

UİMO - 2003

11. On tabanında basamaklarından birini 4, birini 6, diğer ikisini de istenilen herhangi iki a ve b rakamlarının oluşturduğu ve değeri $46(10a + b)$ 'ye eşit olan kaç tane dört basamaklı sayı vardır?

- A) 6 B) 3 C) 12 D) 0 E) 1

UİMO - 2004

12. Kendisinden ondalık yazılımındaki basamaklarının toplamını çıkardığımızda basamaklarının çarpımını elde ettiğimiz kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

UİMO - 2006

13. Her harf sıfırdan farklı bir rakamı göstermek üzere,

$AAA + BBB + CCC = ABBC$ ise, $A + B + C$ kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 23 E) 24

UİMO - 2006

14. Kare kökü, birler basamağındaki rakamın kare kökü ile onlar basamağındaki rakamın toplamına eşit olan iki basamaklı kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

UİMO - 2007

15. $n = 9 + 99 + 999 + \dots + \overbrace{999\dots 9}^{100 \text{ tane}}$ ise, n sayısının ondalık yazımında kaç tane sıfır rakamı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

UİMO - 2007

16. Kendisinden, basamaklarının toplamı çıkarıldığında 2007 elde edilen kaç pozitif tamsayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 6 D) 9 E) 10

UİMO - 2007

17. $i, o, p, t, y \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ olmak üzere, $top^2 = iyyitop$ ise, $y - i$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) Hiçbiri

UMO - 2004

18. $(ABC)_7 = (CBA)_9$ olduğuna göre, C aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UMO - 1995

19. b , pozitif bir tamsayı ve $(\dots)_b$ sayıların b tabanına göre gösterimi olmak üzere,

$$(12)_b \cdot (15)_b \cdot (16)_b = (3146)_b$$

ise $(12)_b + (15)_b + (16)_b$ sayısının 10 tabanındaki karşılığı nedir?

- A) 37 B) 40 C) 43 D) 48 E) 54

UMO - 1994

20. 101, 10101, 1010101, ..., $\overbrace{10101\dots 101}^{100 \text{ tane } 1}$ dizisinde kaç tane asal sayı vardır?

- A) 0 B) 49 C) 1 D) 12 E) 33

UMO - 1993

21. m ve n tamsayı olmak üzere, $m^2 + n^2 < 10001$ ise, $3m + 4n$ 'nin alabileceği en büyük değer ne olur?

- A) 403 B) 480 C) 490 D) 500 E) Hiçbiri

UMO - 1993

22. Aşağıdakilerden hangisi $b > 1$ doğal sayısı ne olursa olsun asal değildir?

- A) $(11)_b$ B) $(111)_b$ C) $(1111)_b$ D) $(11111)_b$ E) Hiçbiri

UMO - 1995

23. N sayısının ondalık yazımında birler basamağındaki rakam 2'dir. Bu rakamı bulunduğu yerden kaldırıp en başa yazdığımızda elde ettiğimiz sayı N sayısının iki katı ise, N 'nin basamak sayısı en az kaçtır?

- A) 12 B) 36 C) 4 D) 18 E) 6

UMO - 1997

24. 2^{1998} sayısının ondalık yazılımı ile 5^{1998} sayısının ondalık yazılımını art arda yazarsak, oluşan yeni sayı kaç basamaklı olur?

- A) 3998 B) 3996 C) 2000 D) 1999 E) 1998

UMO - 1998

25. $m = (abab)$ ve $n = (cdcd)$ ondalık sisteminde dört basamaklı iki tamsayının gösterimi olsun. $m+n$ sayısının tamkare olmasını sağlayan (m, n) çiftleri için, $a \cdot b \cdot c \cdot d$ çarpımı en çok kaç olabilir?

- A) 750 B) 600 C) 588 D) 420 E) 392

UMO - 1998

26. $(x_1x_2x_3...x_{1998})$ ondalık sistemde 1998 basamaklı bir sayının gösterimi olmak üzere,

$$(x_1x_2x_3...x_{1998}) = 7 \cdot 10^{1996} (x_1 + x_2 + ... + x_{1998})$$

denklemini sağlayan kaç $(x_1x_2x_3...x_{1998})$ sayısı vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

UMO - 1998

27. 2^n sayısının ondalık yazılımı 7 ile başlıyorsa, 5^n sayısının ondalık yazılımı hangi rakam ile başlar?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

UMO - 2001

28. Ondalık yazılımı beş basamaklı bir sayının binler basamağı 3 olup, bu sayı 37 ve 173'e bölünüyorsa, bu sayının yüzler basamağı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

UMO - 2002

29. Bir A sayısının ondalık gösteriminin sağına üç rakam yazarak, $1 + 2 + \dots + A$ toplamına eşit bir sayı elde edilmesini olanaklı kılan kaç tane A pozitif tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 2002 E) Hiçbiri

UMO - 2002

30. $n, n + 1, n + 2, n + 3$ sayılarından her birinin kendi ondalık yazılımındaki basamaklar toplamı ile bölünmesini sağlayan ve ondalık yazılımının birler basamağı 8 olan n tamsayılarının onlar basamağı kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

UMO - 2003

31. n pozitif tamsayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı 111, $7002 \cdot n$ sayısınınki de 990 ise, $2003 \cdot n$ sayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 309 B) 330 C) 550 D) 555 E) Hiçbiri

UMO - 2003

32. m ve n pozitif tamsayılar olmak üzere, $m, m + 1, \dots, m + n$ sayılarından yalnızca m ve $m + n$ 'nin ondalık yazılımlarındaki basamakların toplamı 8'e bölünüyorsa, n en çok kaç olabilir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) Hiçbiri

UMO - 2003

33. $10^3 < n < 10^6$ koşulunu sağlayan bir n tamsayısına, son üç basamağındaki rakamların toplamı, daha önceki basamaklarındaki rakamların toplamına eşitse, dengeli sayı diyoruz. Tüm dengeli sayıların toplamı 13 moduna göre aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 5 C) 7 D) 11 E) 12

UMO - 2005

34. n ve $n + 1$ pozitif tamsayılarının her ikisinin de rakamlarının toplamı 53'e bölünüyorsa, n en az kaç basamaklıdır?

- A) 6 B) 7 C) 12 D) 13 E) 17

UİMO - 2008

35. $A, B \in \{1, 2, \dots, 9\}$ olmak üzere, on tabanındaki yazılımı $AABB$ şeklinde olan sayılardan kaç tanesi tamkaredir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Hiçbiri

UMO - 2006

36. Ondalık yazılımında 0'dan farklı olan tüm rakamlarına bölünen pozitif bir tam-sayıya "özel sayı" diyelim. En fazla kaç ardışık özel sayı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

UMO - 2008

37. İlk terimi pozitif tamsayı olan bir dizide, her terime en büyük rakamı eklenerek bir sonraki terim elde ediliyor. Bu dizinin en çok kaç ardışık terimi tek sayı olabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

UMO - 2008

38. Tüm pozitif tam sayı kuvvetlerinin on tabanına göre yazılımının son iki basamağı aynı olan kaç tane iki basamaklı sayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

(UİMO - 2012)

39. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $2^n + 3^n + 4^n$ sayısının on tabanına göre yazılımının sondan en çok kaç basamağı 9 olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(UİMO - 2012)

40. Bir pozitif tam sayının basamak sayısı ile küpünün basamak sayısının toplamı 2012'den büyük olmayan kaç farklı değer alabilir?

- A) 1509 B) 1342 C) 1006 D) 671 E) 503

(UİMO - 2012)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**
Mustafa Özdemir

4.6 Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı Soruları (Çözümleme)

1. Üç basamaklı bir sayının orta rakamı silinince elde edilen iki basamaklı sayı verilen sayıdan 7 defa daha küçük oluyor. Verilen sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 10 D) 13 E) 17

AÜMO- 1997

2. Rakamlarının yerleri değiştirilince elde edilen sayı ile kendisinin toplamı tamkare olan kaç tane iki basamaklı sayı vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

AÜMO - 1997

3. Bir 4 basamaklı sayının rakamlarının ters sırada dizilmesinden elde edilen 4 basamaklı sayı ilk verilen sayının 4 katı olmaktadır. Bu sayının rakamlar toplamı nedir?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 20

AÜMO - 1998

4. $A = \underbrace{999\dots99}_{81 \text{ tane } 9}$ sayısı için, A^2 'nin rakamları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 639 B) 729 C) 819 D) 873 E) 981

AÜMO - 1999

5. x ve y , iki basamaklı sayılar olup, $x < y$ 'dir. $x \cdot y$ çarpımı 2 ile başlayan dört basamaklı bir sayıdır. Eğer bu 2'yi silersek, geriye kalan üç basamaklı sayı $x + y$ 'ye eşit oluyor. Bu özelliğe sahip kaç tane (x, y) ikilisi vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

AÜMO - 1999

6. Cahit öğretmen ve öğrencisi Kemal tanıştıklarında her ikisinin de yaşları doğum yıllarının rakamlarının toplamına eşit idi. Cahit öğretmen ve Kemal aynı binyılda doğduklarına göre aralarındaki yaş farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) 9 C) 10 D) 18 E) 30

AÜMO - 1999

7. Hiç bir basamağında sıfır bulunmayan üç basamaklı tamsayılar içinde, basamaklarından biri diğer iki basamağının toplamına eşit olan kaç sayı vardır?

- A) 66 B) 75 C) 87 D) 96 E) 108

AÜMO - 2000

8. $a, b \cdot c = a + b + c$ eşitliğini sağlayan sıfırdan farklı a, b ve c rakamları için $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı neye eşittir? (Burada a, b ifadesi " a tam onda b " kesrini belirtmektedir.)

A) 55

B) 70

C) 65

D) 60

E) 75

AÜMO - 2002

9. Altı basamaklı $x = abcabc$ ve dört basamaklı $y = d00d$ sayıları için, $\sqrt{x+y}$ tamsayı olacak biçimde kaç tane (x, y) ikilisi vardır?

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

AÜMO - 2008

Bu soruların çözümlerini Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları kitabında bulabilirsiniz.

Eşitsizliklere Giriş

Örnek 313 İçinde 68 sayısı da olan pozitif tamsayılardan oluşan bir sayı kümesindeki sayıların aritmetik ortalaması 56'dır. Bu diziden 68 sayısı silinirse geriye kalan sayıların aritmetik ortalaması 55 olmaktadır. Bu sayı kümesindeki en büyük eleman en çok kaç olabilir? (AIME 1984)

Örnek 314 $0 < x < y < 10^6$ olmak üzere, (x, y) sıralı ikililerinden kaç tanesinde x ve y 'nin aritmetik ortalaması, x ve y 'nin geometrik ortalamasından 2 fazladır? (AIME 2000)

Örnek 315 Reel sayılardan oluşan sonlu bir S kümesi için, $S \cup \{1\}$ kümesinin aritmetik ortalaması, S kümesinin aritmetik ortalamasından 13 daha azdır. Ayrıca, $S \cup \{2001\}$ kümesinin aritmetik ortalaması da, S kümesinin aritmetik ortalamasından 27 daha fazladır. Buna göre, S kümesinin aritmetik ortalamasını bulunuz. (AIME 2001)

Örnek 316 $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{u^2} + \frac{u^2}{x^2} = 2$ denklemini sağlayan kaç (x, y, z, u) reel sayı dördlüsü vardır?

Örnek 317 a, b, c ve d pozitif sayıları için, $abcd = 4$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{2}{3c} + \frac{3}{4d}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Örnek 318 n bir pozitif tamsayı ve x pozitif bir reel sayı olmak üzere, $nx + \frac{1}{x^n}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir? (UIMO - 2002)

Örnek 319 x pozitif bir reel sayı olmak üzere, $x^2 + \frac{1}{4x}$ ifadesi aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz? (UMO - 2002)

- A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{5} - 1$ C) 1 D) $2\sqrt{2} - 2$ E) Hiçbiri

Örnek 320 $x^4 + y^4 + z^4 + 1 = 4xyz$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) reel sayı üçlüsü vardır? (UMO - 2006)

Örnek 321 a ve b reel sayılar ve $ab(a - b) = 1$ ise, $a^2 + b^2$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir? (UMO - 2001)

- A) $\sqrt{11}$ B) 1 C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) Hiçbiri

Örnek 322 $x, y, z > 0$ ve $36x + 9y + 4z = 84$ olmak üzere, $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Örnek 323 $x, y, z > 0$ ve $x + y + z = 60$ olmak üzere, $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} + \frac{25}{z}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Örnek 324 n pozitif tam sayısının kaç farklı değeri için $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 3$ ve $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = 3$ eşitliklerini sağlayan pozitif $x_1, x_2, \dots, x_n$ gerçel sayıları bulunur? (UMO - 2006)

Örnek 325 $x^3 3^{1/x^3} + \frac{3^{x^3}}{x^3} = 6$ denkleminin kaç farklı reel çözümü vardır? (UMO - 1998)

Örnek 326 $3 < n, m \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $3n + m^2 - 2m + 6 = mn$ denklemini sağlayan en küçük n sayısı kaçtır?

Örnek 327 Negatif olmayan $x_1, x_2, \dots, x_9$ sayıları

$$x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 8$$

eşitliğini sağlasın. $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + \dots + x_8 x_9$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

Örnek 328 $(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3)$ sayıları 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sayılarının herhangi bir sıralanışı olsun. Buna göre,

$$S = a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3 + c_1 c_2 c_3$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır? (Belarus M.O. - 2002)

Örnek 329 x, y, z pozitif reel sayılar olmak üzere, $\frac{xy^3z}{x^4 + y^6 + z^4}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

Örnek 330 $3x + 2y + z = 12$ koşulunu sağlayan x, y, z negatif olmayan gerçel sayıları için, $x^3 + y^2 + z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir? (UIMO - 2012)

Örnek 331 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$S = \left\lfloor \frac{a+b}{c} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b+c}{a} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c+a}{b} \right\rfloor$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulunuz. (Harvard MIT Math. Tournament 2005)

Örnek 332 x, y ve z pozitif reel sayılar olmak üzere, $7x - y + 4z = 7$ ise, olmak üzere, $2x^2 + x^3 + z^2 - y + 1071$ ifadesinin alabileceği minimum değeri bulunuz. (AÜMO- 2013)

5.1 Cauchy - Schwarz Eşitsizliği

Örnek 333 x, y, z sayıları için $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ ise, $x + y + z$ ifadesi en büyük kaç olabilir?

Örnek 334 $x + y + z + t = 1$ eşitliğini sağlayan, reel sayılar için, $x^2 + y^2 + z^2 + t^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

Örnek 335 $x + y + z = 1$ eşitliğini sağlayan, reel sayılar için, $2x^2 + 3y^2 + 6z^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

Örnek 336 $x^2 + y^2 \leq 16$ ise, $3x + 4y$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

Örnek 337 $a + b + c + d + e = 15$ ve $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 45$ eşitliklerini sağlayan a, b, c, d, e reel sayıları için $|a - b + c - d + e|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

Örnek 338 $x, y, z \in \mathbb{R}$ olsun. $3x + 4y = 5z^2$ ve $x^2 + y^2 = 64z$ olmak üzere, z 'nin alabileceği en büyük değer nedir?

Örnek 339 $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25}$ ve $\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{15}$ sayılarından hangisi daha büyüktür?

Örnek 340 $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{7}\right), \left(1, \frac{2}{9}\right), \left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{9}{5}, \frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{6}{7}\right)$ biçiminde verilen (A, B) ikililerinden hangisi için, $2x + y = A$ ve $x^2 + y^2 = B$ eşitliklerini sağlayan hiçbir (x, y) gerçel sayı ikilisi yoktur? (UİMO - 2011)

Örnek 341 a, b pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(\frac{4}{a} + b\right)$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Örnek 342 x, y, z pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\left(5a + \frac{4}{b} + \frac{1}{3c}\right) \left(\frac{20}{a} + 100b + 12c\right)$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

5.2 Karışık Örnekler

Örnek 343 Verilen bir n pozitif tamsayısı için, x ve y sayıları $xy = nx + ny$ eşitliğini sağlayan pozitif tamsayılar ise, x 'in en küçük ve en büyük değerini bulunuz.

Örnek 344 $xy = 1$ koşulunu sağlayan her x, y gerçel sayıları için

$$((x + y)^2 + 4)((x + y)^2 - 2) \geq A \cdot (x - y)^2$$

eşitsizliği sağlanıyorsa, A sayısının alabileceği en büyük değer aşağıdakilerden hangisidir? (UMO - 2008)

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Örnek 345 $x > 0$ olmak üzere $x - \frac{\sqrt{x^4 + 9} - 3}{x}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır? (Akd. Ün. Ulusal Antalya Mat. Olimp. 2010)

Örnek 346 x, y gerçel sayıları $4x^2 + 9y^2 = 8$ eşitliğini sağlıyorsa,

$$8x^2 + 9xy + 18y^2 + 2x + 3y$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir? (UMO - 2004)

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**

Mustafa Özdemir

5.3 Çözümlü Test 5

1. $x > 0$ olmak üzere,

$$\frac{x^6}{8} + 6 \cdot \frac{2^{11}}{x}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^7 B) $8 \cdot 2^8$ C) $8 \cdot 2^8$ D) $7 \cdot 2^9$ E) $7 \cdot 2^8$

2. $x > 0, y > 0, z > 0$ olmak üzere, $\frac{5x^3yz}{x^5 + y^5 + z^5}$ ifadesi aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt[4]{2}$ D) $\sqrt[5]{25}$ E) $\sqrt[4]{9}$

3. $2 < x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $2x + y^2 - y - 1 = xy$ denklemini sağlayan en küçük x sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 5 D) $\sqrt{8}$ E) $\sqrt{7}$

4. x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere, $xy = \sqrt[3]{8}$ ise $\frac{1}{4x^4} + \frac{2}{y^4} + x + y$ ifadesinin minimum değerini bulunuz.

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

5. x, y reel sayıları için, $x > y > 0$ ve $xy = 2$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2 + y^2}{x - y}$$

ifadesinin alabileceği minimum değer kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

6. x, y pozitif reel sayılar olmak üzere, $x + y = 1$ ise,

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$$

ifadesinin alabileceği minimum değer kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{25}{2}$ D) $\frac{25}{4}$ E) $\frac{25}{9}$

7. $a_1, a_2, \dots, a_{100} > 0$ olmak üzere,

$$S = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_4} + \dots + \frac{a_{99}}{a_{100}} + \frac{a_{100}}{a_1}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 25 B) 100 C) 50 D) 80 E) 75

8. 101 pozitif tamsayısı için, x ve y sayıları $xy = 101(x + y)$ eşitliğini sağlayan pozitif tamsayılar ise, x 'in en küçük ve en büyük değerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 102^2 B) 101^2 C) $101 \cdot 102$ D) 102 E) $101 \cdot 103$

9. $x + y + z = 1$ eşitliğini sağlayan, reel sayılar için, $\sqrt{3x^2 + 4y^2 + 9z^2}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{2}{3}$

10. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ise, $x + 2y + 2z$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 20 E) 10

11. $a, b, c \in \mathbb{R}$ sayıları için, $|a| \geq |b + c|$, $|b| \geq |c + a|$ ve $|c| \geq |a + b|$ eşitsizlikleri sağlandığına göre, $|a + b + c|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) 10 D) 100 E) Hiçbiri

12. $101 - 3x^2y^2 + x^2y^2(x^2 + y^2)$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 60 B) 100 C) 50 D) 80 E) 75

13. x, y, z pozitif reel sayılar ve $x + y + z = 6$ olduğuna göre,

$$A = \frac{1}{1 + x + y} + \frac{1}{2 + y + z} + \frac{1}{3 + z + x}$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

UMO - 1993

**BU SORULARIN ÇÖZÜMLERİNİ MATEMATİK OLİMPİYATLARINA
HAZIRLIK 1 (Temel Bilgiler) KİTABINDA BULABİLİRSİNİZ.**
Mustafa Özdemir

5.4 Akdeniz Üniversitesi Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatı Soruları (Eşitsizlikler)

1. Her $x \in [-1, 1]$ için $|2x^2 + ax + b| \leq 1$ eşitsizliğinin sağlanmasını garanti eden reel a ve b sayıları için $a^2 + b^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

AÜMO- 2000

2. $x > 0, y > 0, z > 0$ ve $x + y + z = 1$ olmak üzere $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} + \frac{25}{z}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 75 B) 73 C) 105 D) 83 E) 81

AÜMO- 2001

3. $x > 0, y > 0, z > 0$ olmak üzere, $\frac{xy^2z}{x^4 + y^4 + z^4}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

AÜMO- 2002

4. $x + y + z \leq a$ eşitsizliğini sağlayan her pozitif gerçel x, y, z sayıları için $xyz \leq a$ eşitsizliği de sağlanıyorsa, a gerçel sayısına bir "iyi sayı" diyelim. En büyük "iyi sayının" karesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 36

AÜMO- 2003

5. $x > 0, y > 0, z > 0$ olmak üzere, $\frac{xz + zy}{x^2 + y^2 + 18z^2}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) $\frac{\sqrt{18}}{27}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{6}$

AÜMO- 2003

6. $(x + 6)(\sqrt{x + 1} - 1)^2 \geq x^2$ eşitsizliğini sağlayan x sayılarının bulunduğu en geniş aralığın uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

AÜMO- 2005

7. $2 \leq |x| + |3y| \leq 9$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane (x, y) tamsayı ikilisi vardır?

- A) 64 B) 62 C) 56 D) 60 E) 58

AÜMO- 2006

8. $x > 0$ olmak üzere,

$$x^7 + 7 \cdot \frac{a^{88}}{x}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7 \cdot a^{88}$ B) $8 \cdot a^{88}$ C) $8 \cdot a^{77}$ D) $7 \cdot a^{77}$ E) $8 \cdot a^{44}$

AÜMO- 2006

9. $x+y = 2(\sqrt{x+3} + \sqrt{y+4})$ eşitliğini sağlayan reel x ve y sayıları için, $\sqrt{x+3} + \sqrt{y+4}$ toplamının alabileceği en büyük değer nedir?

- A) $2 + 3\sqrt{2}$ B) $8 - 5\sqrt{3}$ C) $2 + 4\sqrt{6}$ D) $5 - 2\sqrt{3}$ E) $3 + 3\sqrt{2}$

AÜMO- 2007

10. $a > 0, b > 0$ ve $c \in [0, 7]$ için,

$$(a+b) \left(\frac{1}{ca+b} + \frac{1}{cb+a} \right)$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

AÜMO- 2008

11. n doğal sayısının kaç tane değeri için,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 9 \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} = 1 \end{cases}$$

denklem sisteminin pozitif reel sayılarda çözümü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) Sonsuz çoklukta

AÜMO- 2008

12. $[1, \infty)$ aralığından alınmış kaç tane x için

$$\sqrt{x+1} - 1 > \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$$

eşitsizliği sağlanmaz?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Sonsuz çoklukta

AÜMO- 2009

13. $x > 0$ ve $y > 0$ olmak üzere,

$$9x + 64y + \frac{1}{x^2y}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 22 E) 30

AÜMO- 2009

14. $x > 0$ olmak üzere,

$$x - \frac{\sqrt{x^4 + 9} - 3}{x}$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) $\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)$ B) $\sqrt{6}(\sqrt{2}+1)$ C) $\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$ D) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ E) $\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

AÜMO- 2010

15. x, y, z pozitif reel sayılar olmak üzere, $xyz(x+y+z-4)$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -1 B) -2 C) 0 D) -4 E) -3

AÜMO- 2011

16. x, y, z pozitif reel sayıları için,

$$\sqrt[3]{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{4z}$$

toplamının alabileceği minimum değer kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) 3 D) 2 E) $2\sqrt{3}$

AÜMO- 2012

17. Yazı tahtasında yanyana 11 pozitif sayı yazılmıştır. Bu sayılar içinde yanyana yazılmış herhangi (x, y, z) üçlüsü alınırsa, $y = \frac{2xz}{x+z}$ eşitliği sağlanır. İlk sayı $\frac{1}{13}$ ve son sayı $\frac{1}{31}$ ise, 6'ncı sayı kaçtır?

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{1}{18}$

C) $\frac{1}{21}$

D) $\frac{1}{22}$

E) $\frac{1}{27}$

AÜMO- 2012

18. $x^3 + ax^2 + bx + 2 = 0$ denkleminin x_1, x_2 ve x_3 köklerinin üçü de negatif reel sayılardır.

$$3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -18$$

olduğuna göre, $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{79}{36}$

B) $\sqrt{13} + 4$

C) $13 + \sqrt{13}$

D) $\frac{7}{4}$

E)

$$\frac{9}{36} + \sqrt{13}$$

AÜMO- 2013

19. x pozitif reel sayı olmak üzere,

$$\frac{x^3 + x}{x^4 + 3x^3 + 11x^2 + 3x + 1}$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{9}$

D) $\frac{1}{7}$

E) $\frac{1}{11}$

AÜMO- 2013

Kaynaklar

1. Aliyev İ., Özdemir M., Şihaliyeva D., *Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları Sorular ve Çözümler*, Altın Nokta Yayınları, 2011.
2. Alizade R., Ufuktepe Ü., Altın Nokta Yayınları, 2011.
3. Andreescu T.; Feng Z., *101 Problems in Algebra from The Training of The USA IMO Team*, Australian Mathematics Trust, 2001.
4. Andreescu T., Feng Z., *102 Combinatorial Problems from The Training of The USA IMO Team*, Birkhäuser, 2002.
5. Andreescu T., Feng Z., *103 Trigonometry Problems from The Training of The USA IMO Team*, Birkhäuser, 2005.
6. Andreescu T., Andrica D., Feng Z., *104 Number Theory Problems from The Training Of The USA IMO Team*, Birkhäuser 2007.
7. Andreescu T., Enescu B., *Mathematical Olympiad Treasures*, Birkhäuser, 2006.
8. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads, 1996-1997: Problems and Solutions From Around The World*, The Math. Association of America, 1998.
9. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads, 1997-1998: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 1999.
10. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads: Problems and Solutions from Around The World 1998-1999*, The Math. Association of America, 2000.
11. Andreescu T, Feng Z., George L., *Mathematical Olympiads, 1999-2000: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 2002.
12. Andreescu T, Feng Z., George L., *Mathematical Olympiads, 2000-2001: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 2003.
13. Arthur E., *Problem - Solving Strategies*, 1999, Springer.
14. Balcı M., *Matematik Analiz*, Cilt 1., Balcı Yayınları, 2008.
15. Bin X., Peng Yee L., *Mathematical Olympiad in China Problems and Solutions*, East China Normal University Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2007.
16. Don R., *Number Theory, An Introduction*, Marcel Dekker, Newyork, 1996.
17. Dickson L. E., *First Course in The Theory of Equations*, J.Wiley & Sons, 1922.
18. Doob M., *The Canadian Mathematical Olympiad 1969–1993*, University of Toronto Press, 1993.
19. Felda Darjo, (by Translated), *40 National Math. Olymp. in Slovenia*, Soc. of Math., Phy. and Astr. of Slovenia, 1996.
20. Fomin D., Kirichenko A., *Leningrad Mathematical Olympiads 1987–1991*, Math-Pro Press, 1994.

21. Fomin D., Genkin S., Itenberg I., *Mathematical Circles*, American Mathematical Society, 1996.
22. Gerald L. A., Klosinski L. F., Larson L. C., *The William Lowell Putnam Mathematical Competition Problems and Solutions: 1965-1984, 1985*, The Mathematical Association of America.
23. Gözükızıl Ö. F., Yaman M., *Olasılık Problemleri*, Sakarya Kitabevi, 2005.
24. Greitzer S. L., *Uluslararası Matematik Olimpiyatları 1959 - 1977*, TÜBİTAK Yayınları, 1984.
25. Gürlü Ö., *Meraklısına Geometri*, Zambak Yayınları, 2005.
26. Honsberger R., *From Erdos to Kiev Problems of Olympiad Caliber*, The Mathematical Association of America, 1996.
27. Honsberger R., *In Polya's Footsteps, Miscellaneous Problems And Essays*, The Mathematical Association of America, 1997.
28. Honsberger R., *Mathematical Diamonds*, The Mathematical Association of America, 2003.
29. Karakaş H. İ., Aliyev İ., *Sayılar Teorisinde İlginç Olimpiyat Problemleri ve Çözümleri*, TÜBİTAK Yayınları 1999.
30. Karakaş H. İ., Aliyev İ., *Analiz ve Cebirde ilginç olimpiyat problemleri ve Çözümleri*, TÜBİTAK Yayınları 1999.
31. Kazarinoff N. D., *Geometric Inequalities*, New Mathematical Library, Vol. 4, Random House, 1961.
32. Klamkin M., *USA Mathematical Olympiads 1972-1986 Problems And Solutions*, Mathematical Association of America, 1989.
33. Klamkin M., *International Mathematical Olympiads, 1978-1985*, New Mathematical Library, Vol. 31, Mathematical Association of America, 1986.
34. Kızılırmak A., Akbulut F., *Cevdet Bilsay'dan Bir Demet*, Ege Ün. Yay., Bornova, 1975.
35. Kuczma M., *144 Problems of The Austrian-Polish Mathematics Competition 1978-1993*, The Academic Distribution Center, 1994.
36. Larson L. C., *Problem - Solving Through Problems*, Springer - Verlag, 1992.
37. Lidsky V., Ovsyannikov L., Tulaikov A., and Shabunin M., *Problems in Elementary Mathematics*, Mir, Moscow: 1973
38. Nesin A., *Matematiğe Giriş III, Sayma*, Nesin Yayıncılık, 2009.
39. Nesin A., *Matematiğe Giriş 1, Sezgisel Kümeler Kuramı*, Nesin Yayıncılık, 2008.
40. Salkind C. T., *The Contest Problem Book*, Random Hause, 1961.
41. Shanks D., *Solved and Unsolved Problems in Number Theory*, 1978, Chelsea Pub. Company, New York.
42. Shklarsky D. O., Chentzov N. N., Yaglom I. M., *The USSR Olympiad Problem Book*, Dover Pub. 1994.

43. Yücesan R., *Meraklısına Matematik*, Zambak Yayınları, 2005.
44. Terzioğlu N., İçen O., Saban G., Şahinci H., *Analiz Problemleri*, Şirketi Müret-tibiye Basımevi, 1962.
45. Töngemen M., *TÜBİTAK Ulusal Matematik Olimpiyat Soru ve Çözümleri*, 1993-2006, Altın Nokta Yayınları, 2006.
46. TÜBİTAK, *Liselerarası Mat. Yarışması Soruları ve Çözümleri*, 1969-1983, TÜBİTAK Yayınları, 1983.
47. Türk Matematik Derneği, *Matematik Dünyası Dergileri*, 2000 - 2008.
48. Özdeğer A., Özdeğer N., *Çözümlü Analiz Problemleri Cilt 1*, Kuşak Ofset, 1995.
49. Öztunç M. K., *Trigonometri Problemleri*, İrem Yayınevi, 1965.

WEB KAYNAKLARI

1. The art of problem solving, <http://www.artofproblemsolving.com>.
2. Estonian Math Competitions,
<http://www.math.olympiaadid.ut.ee/eng/html/index.php>
3. Mathematical Excalibur Journal, <http://www.math.ust.hk/excalibur/>.
4. Crux Mathematicorum with Math. Mayhem, Canadian Math. Society,
<http://journals.cms.math.ca/CRUX/>.
5. Bulgarian Competitions in Mathematics and Informatics,
<http://www.math.bas.bg/bcni/index.html>.
6. Problems from Olympiads,
<http://www.imomath.com/index.php?option=oth|other&p=0>.
7. Canadian Math. Olympiads, <http://www.math.ca/Competitions/CMO/>
8. Wisconsin Math. Engineering and Science Talent Search Problem Page,
<http://www.math.wisc.edu/~talent/problems.html>.
9. Kalva Math.Problems , John Scholes, <http://www.kalva.demon.co.uk/>.
10. William Lowell Putnam Mathematics Competition Problems,
<http://www.unl.edu/amc/a-activities/a7-problems/putnamindex.shtml>.
11. AMC USAMO/MOSP/IMO & Others Problems,
<http://www.unl.edu/amc/a-activities/a7-problems/problemUSAMO-IMOarchive.shtml>.
12. Problems in Elementary Number Theory, <http://www.problem-solving.be/pen/>.
13. Lecture Notes of Dr.David A. Santos, <http://faculty.ccp.edu/faculty/dsantos/>.
14. The Harvard MIT Mathematic Tournament, <http://web.mit.edu/hmmt/www/>.