

FİZİK II ELEKTRİK VE MANYETİZMA DERS NOTLARI:

Bu ders notlarını Akdeniz Üniversitesi Fen Fakültesi ve Mühendislik Fakültesi öğrencileri için aşağıda sıraladığım kaynak kitaplardan derleyerek hazırladım. Bu notlar sadece

Öğretim amaçlıdır ve başka amaçlar için ÇÖĞALTILMASI YASAKTIR.

- "Sears ve Zemansky'nin Üniversite Fiziği Cilt II" Yazarlar: Young, Freedman. Yayınevi: Pearson
- "Fiziğin Temelleri Cilt II" Yazarlar: Halliday, Resnick.
- "Fiziğin Temelleri Cilt II Çözümleri" Yazarlar: Cengiz Yalçın, Erdoğan Apaydın.
- "Temel Fizik Cilt II" Yazarlar: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Yayınevi: Arkadaş.
- "Temel Fizik Cilt II Çözümleri" Yazarlar: Cengiz Yalçın, Ordal Demokan, Yayınevi: Arkadaş.
- "Üniversiteler için Fizik I ve II Cilt Bir Arada" Yazar: Bekir Karaoğlu. Yayınevi: Seçkin

Dilerseniz bu kaynak kitaplardan daha derinlemesine çalışabilir ve örnek problemlere ve çözümlerine ulaşabilirsiniz.

Derleyen: Yrd. Doç. Dr. Bekir Can LÜTFÜOĞLU
 AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ FEN FAKÜLTESİ FİZİK BÖLÜMÜ
 bclutfuoglu@akdeniz.edu.tr
<http://bekircanlutfuoglu.blogspot.com>

Contents

1	BİRİMLER, VEKTÖRLER VE TEMEL MATEMATİK	9
1.1	Birimler	9
1.2	Vektörler	10
1.2.1	Matematiksel Altyapı	10
1.2.2	Vektörel Özellikler	10
1.2.3	Kartezyen Koordinat Sisteminde Vektörler	10
1.2.4	Vektörün Bileşenleri Nasıl Bulunur?	11
1.2.5	Vektörün Bileşenleri Kullanılarak Vektör Nasıl Bulunur?	11
1.2.6	Birim Vektör	12
1.2.7	Birim Vektör Nasıl Bulunur?	12
1.2.8	Vektörlerle Toplama, Çıkarma ve Çarpma	12
1.2.9	Vektörlerin SKALER ve VEKTÖREL ÇARPIMLARI	13
1.3	İhtiyaç Duyacağınız Temel İntegraller	16
2	ELEKTROSTATİK ve COULOMB YASASI	17
2.1	Elektrostatik	17
2.1.1	Elektrostatik'in Tarihsel Gelişimi	18
2.1.2	Maddenin Yapısı	19
2.1.3	İletkenler, Yalıtkanlar ve Süperİletkenler	19
2.2	Coulomb Yasası	20
2.3	Süreksiz Noktasal Yük Dağılımları İçin Elektriksel Kuvvet	20
2.3.1	İki Noktasal Yükün Etkileşmesi	20
2.3.2	Çok Sayıda Noktasal Yükün Etkileşmesi	21
2.4	Sürekli Yük Dağılımları İçin Elektriksel Kuvvet	24
2.4.1	Çizgisel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi	24
2.4.2	Yüzeysel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi	26
2.4.3	Hacimsel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi	28
3	ELEKTRİK ALANI	35
3.1	Elektrik Alan Tanımı	35
3.2	Noktasal bir yükün Elektrik Alanı	36
3.2.1	Elektrik Alanın Getirdikleri	36
3.3	Birden Fazla Noktasal Yükün Oluşturduğu Net Elektriksel Alan	38
3.4	Elektriksel Yük Çiftlenimi, ELEKTRİK DİPOL	41

3.4.1	Elektrik Dipol Momenti	43
3.4.2	Elektrik Dipolün Önemi	44
3.5	Sürekli Yük Dağılımlarının Oluşturduğu Elektrik Alanları	44
3.5.1	Çizgisel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan .	45
3.5.2	Yüzeysel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan	47
3.5.3	Hacimsel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan	49
3.6	Elektrik Alan Çizgileri	50
3.7	Yükün Elektrik Alan İçindeki Hareketi	50
3.7.1	Düzgün Dağılmış Zıt İki Yüklü Düzlem Arasındaki Elektrik Alan	50
3.7.2	İki sonsuz büyük elektriksel levha arasındaki yükün hareketi	53
3.7.3	Hareket Eden Yüklü Parçacıklarda Sapma	57
3.8	Bir Dış Elektrik Alan İçindeki Dipol	59
3.8.1	Dış Elektrik Alan İçindeki Dipolün Enerjisi	61
3.8.2	Mikrodalga	62
4	GAUSS YASASI	63
4.1	Akı	63
4.1.1	Akışkan Akısı	64
4.1.2	Elektrik ve Manyetik Alanların Akısı	65
4.2	Yük ve Elektrik Alan Akısı	65
4.3	Elektrik Akısı	66
4.4	Gauss Yasası	67
4.4.1	Gauss yasası ile Coulomb yasası	67
4.5	Gauss Yasası Örnekleri	68
5	ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ENERJİ ve ELEKTRİK POTANSİYEL	71
5.1	İş-Enerji Teoremi	71
5.1.1	Elektriksel kuvvetler Korunumlu Kuvvetler midir? . . .	72
5.2	Elektriksel Potansiyel Enerji	72
5.2.1	Elektrik Potansiyel Enerjisinin Yorumu	74
5.3	Elektrik Potansiyel	75
5.3.1	Nokta Yükün Elektrik Potansiyeli	75
5.3.2	Nokta Yükün Elektrik Potansiyel Farkı	75
5.3.3	Birden Fazla Noktasal Yükün Elektrik Potansiyeli	76
5.3.4	Sürekli Yük Dağılımının Elektrik Potansiyeli	76
5.3.5	Noktasal Yük Dağılımının Elektriksel Potansiyel Enerjisi	77
5.3.6	ElektronVolt ne demektir?	79
5.4	Dipolün Elektrik Potansiyeli	80
5.5	Eşpotansiyel	81
5.6	Elektrik Alan ve Potansiyel	81
5.6.1	Fiziksel Anlamı	82
5.6.2	Farklı Koordinat sistemlerinde Gradyent	82

6	Kondansatör ve Dielektrik	97
6.1	Kondansatör	97
6.2	Sığa	98
6.2.1	Sığanın Ölçülmesi	98
6.2.2	Boşluk için Sayısal Hesap	99
6.3	Sığa Uygulamaları	100
6.4	Kondansatördeki Enerji	102
6.4.1	Elektrik Alan ve Enerji yoğunluğu***** düzeltilecek	103
6.5	Birden Fazla Kondansatörlü Yapılar	105
6.5.1	Seri Bağlı Kondansatörler	106
6.5.2	Paralel Bağlı Kondansatörler	106
6.6	Dielektrik Maddeler	107
6.6.1	Faraday'ın Gözlemleri	108
6.6.2	Dielektrik Maddelerde Fiziksel olarak ne olmaktadır? . . .	108
6.6.3	Elektrik geçirgenlik	109
6.7	Gauss Yasasının Dielektrikli maddelerdeki uygulaması	109
6.7.1	Dielektrik Sertlik	110
6.7.2	Yıldırım	111
6.8	Örnekler	111
7	ELEKTRİK AKIMI ve DİRENÇ	117
7.1	Elektrik Akımı	117
7.1.1	Alternatif Akım (AC)	118
7.1.2	Doğrusal Akım (DC)	118
7.1.3	Akımın Yönü	118
7.1.4	Akım Yoğunluğu	119
7.2	Hareketli Parçacıkların Akım Yoğunluğu	119
7.3	Madde İçindeki Akım Yoğunluğu	120
7.3.1	Akım ve Yüklerin Korunumu	121
7.4	Direnç	122
7.5	Özdirenç	122
7.5.1	Özdirencin sıcaklık ile değişimi	123
7.6	İletkenlik	124
7.6.1	İletkenlik, Elektrik Alan ve Akım Yoğunluğu	124
7.6.2	Tablo	125
7.7	Güç	125
7.7.1	Omik Malzemeler için Güç	125
8	DOĞRUAKIM DEVRELERİ	127
8.1	Elektrik Devre	127
8.2	Elektromotor Kuvvet(εmk)	128
8.2.1	İdeal εmk Kaynağı	128
8.2.2	Açık Devre Durumu	128
8.2.3	Kapalı Devre Durumu	129
8.3	İç Direnç	129
8.4	Elektrik Ölçü Aletleri	129

8.5	Devre Sembolleri	130
8.6	Elektrik Devrelerinde Enerji ve Güç	130
8.6.1	Direnç Üzerinde Güç	131
9	MANYETİK KUVVET ve ETKİLERİ	133
9.1	Manyetik kuvvet nedir?	133
9.2	Manyetik alan nedir?	133
9.3	Tarihçe ve Mıknatıslanma	133
9.4	Manyetik Kutuplar	134
9.4.1	Coğrafik Kutuplar	134
9.5	Manyetik Kuvvet	134
9.5.1	Manyetik Kuvvetin Yönü	134
9.6	Yüklü Noktasal Parçacığa Etki Eden Toplam Kuvvet	135
9.7	Elektrik ve Manyetik Kuvvetlerin Yaptığı İş	135
9.7.1	Manyetik Kuvvetin Yaptığı İş	136
9.7.2	Lorentz kuvvetinin yaptığı iş	136
9.8	Yüklü Parçacığın Düzgün Manyetik Alandaki Hareketi	136
9.8.1	Sikletronik Hareket ve Frekansı	136
9.8.2	Helisoidal Hareket	139
9.9	Yüklü Parçacığın Düzgün Olmayan Manyetik Alandaki Hareketi	140
9.10	Sürekli Yüklere Etkiyen Toplam Manyetik Kuvvet	141
9.10.1	Akım Taşıyan Bir İletken Üzerindeki Manyetik Kuvvet	141
9.11	Akım Halkasına Etkiyen Kuvvet ve Tork	145
9.11.1	Kapalı Halkaya Etkiyen Toplam Kuvvet	145
9.11.2	Kapalı Halkaya Etkiyen Toplam Tork	146
9.12	Manyetik Dipol	148
9.12.1	Torkun manyetik dipol momenti cinsinden ifadesi	149
9.13	Manyetik Potansiyel Enerji	150
9.14	"N" sarımlı kapalı halkalar	151
10	MANYETİK ALAN ve KAYNAKLARI	153
10.1	Noktasal Parçacığın Manyetik Alanı	153
10.2	Sürekli Yüklerin Manyetik Alanı	155
10.3	Manyetik Alan ile ilgili Örnekler	155
10.4	Paralel İletkenler Arasındaki Kuvvet	161
10.5	Manyetik Alan Çizgileri	161
11	AMPER YASASI	163
11.1	Manyetik Akı	163
11.2	Manyetizma için Gauss Yasası	163
11.3	Amper Yasası	164
11.3.1	Amper Yasasının Uygulamaları	166
11.3.2	Solenoid	168
11.3.3	Toroid	169

12 ELEKTROMANYETİK ETKİLEME	171
12.1 Etkileme Deneyleri	171
12.1.1 Solenoide Yaklaşan Mıknatıs	171
12.1.2 Mıknatısa Yaklaşan Solenoid	172
12.1.3 Solenoide Yaklaşan Diğer Solenoid	172
12.1.4 Solenoide Yaklaşan Diğer Solenoid	172
12.2 Etkileme Akımı	172
12.3 Etkileme ε_{mk} 'sı	172
12.4 Etkilemenin Fiziksel Süreci	172
12.5 Faraday Yasası	174
12.6 Lenz Yasası	174
12.7 Etkileme ε_{mk} 'sının Yönü	175
12.7.1 Bobinin Etkileme Elektromotor Kuvveti	178
12.7.2 Basit Alternatör; Alternatif Akım Üretici	179
12.7.3 Doğru Akım Üretici	181
12.8 Jenaratör ve Transformatörler	183
12.9 Hareketli ε_{mk}	184
12.10 Hareketli ε_{mk} 'nın Genel İfadesi	186
13 ETKİLENME ve ÖZETKİLENME	191
13.1 Etkilenme	191
13.1.1 Etkilenme katsayısının birimi nedir?	192
13.2 Özetkilenme	193
13.3 Devre Elemanı Olarak Etkileç	195
13.3.1 Kirchhoff Kuralı	196
13.4 LR Devresi	196
13.5 Etkileğin Enerjisi	200
13.5.1 Manyetik Potansiyel Enerji Yoğunluğu	201

Chapter 1

BİRİMLER, VEKTÖRLER VE TEMEL MATEMATİK

1.1 Birimler

Bir denklem birimsel olarak tutarlı olmalıdır. Elma ile armut toplanamaz.

Örnek 1. *3 (saat) kaç saniyedir?*

$$3(sa) = 3(sa) \left(\frac{60(dak)}{1(sa)} \right) \left(\frac{60(sn)}{1(dak)} \right) = 10800(sn)$$

Örnek 2. *15 Ekim 1997’de dünya kara sürat rekoru, jet motorlu bir araç ile $1228 \left(\frac{km}{sa} \right)$ olarak kırılmıştır. Sürati $\left(\frac{m}{sn} \right)$ cinsine çeviriniz.*

$$\begin{aligned} 1228 \frac{(km)}{(sa)} &= 1228 \frac{(km)}{(sa)} \left(\frac{10^3(m)}{1(km)} \right) \left(\frac{1(sa)}{60(dak)} \right) \left(\frac{1(dak)}{60(sn)} \right) \\ &= \frac{12280}{36} \left(\frac{m}{sn} \right) \\ &= \frac{3070}{9} \left(\frac{m}{sn} \right). \end{aligned}$$

Ev ödevi 1. *Dünyanın en büyük işlenmiş elması Afrikanın birinci yıldızı’dır. Hacmi $1,84inch^3$ ’tür. Hacmini m^3 ve cm^3 olarak ayrı ayrı bulunuz.*

1.2 Vektörler

- Tek bir sayı ile tanımlanabilen fiziksel niceliklere *Skaler Nicelikler* denir. **Zaman, sıcaklık, kütle, yoğunluk** bazı örnekleridir.
- Tek bir sayı ile tanımlanamayan fiziksel nicelikler de vardır. Bunlara *Vektörel Nicelikler* denir. Bir uçağın süratini ve yönünü belirleyen nicelik bir **hız vektörüdür**. Diğer örnekler **kuvvet, yerdeğiştirme, ivme, açısal ivme, tork, açısal momentum, momentum** vb.

1.2.1 Matematiksel Altyapı

3-boyutlu kartezyen koordinat sistemindeki herhangi bir nokta 3 adet reel ile belirtilir. $(1, 2, -2)$ Bu sayının anlamlı olabilmesi için bir başlangıç noktası kabul edilmelidir. Bu noktayı $(0, 0, 0)$ ile gösteririz ve *Merkez (Orijin)* ismi ile anarız.

En genel olarak bir P_1 noktasını (x_1, y_1, z_1) ile gösterelim. Bir başka P_2 noktasını da (x_2, y_2, z_2) ile gösterelim. P_1 'den P_2 'ye çizilen vektör şöyle ifade edilebilir:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1). \quad (1.1)$$

1.2.2 Vektörel Özellikler

- Herhangi iki vektörün yönleri aynı ise *vektörler paraleldir*.
- Yönleri aynı olan vektörlerin şiddetleri de aynı ise *vektörler eşittir*.
- Şiddetleri aynı olan vektörlerin yönleri ters ise *vektörler negatif (zıt) vektörlerdir*.
- Şiddetleri farklı olan vektörlerin yönleri ters ise *vektörler anti-paraleldir*.

Bir $\overrightarrow{P_1P_2}$ vektörün şiddeti (büyüklüğü) aşağıdaki gibidir ve daima pozitifdir.

$$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (1.2)$$

1.2.3 Kartezyen Koordinat Sisteminde Vektörler

Dik açılı koordinat sistemine Kartezyen Koordinatlar denir. Herhangi bir $\vec{A}$ 'ünü farklı vektörlerin toplamı cinsinden

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z \quad (1.3)$$

yazabiliriz. $\vec{A}_x$, $\vec{A}_y$ ve $\vec{A}_z$ vektörlerine **bileşen vektörler** denir. Her bileşen vektörü kartezyen koordinat sisteminde bir eksen boyunca seçebiliriz. Böylelikle o eksen boyunca sadece bir tek sayı ile ifade edilebilen vektörler olurlar.

$$|\vec{A}_x| = A_x, \quad (1.4)$$

$$|\vec{A}_y| = A_y, \quad (1.5)$$

$$|\vec{A}_z| = A_z. \quad (1.6)$$

1.2.4 Vektörün Bileşenleri Nasıl Bulunur?

Kolaylık olsun diye iki boyutlu bir düzlemde çalışalım. Herhangi bir $\vec{A}$ 'nın büyüklüğü ve yönünü kartezyen koordinatlarla bildiğimizi varsayalım. Bileşen Vektörün büyüklükleri şöyle bulunur.

$$|\vec{A}_x| = |\vec{A}| \cos \theta, \quad (1.7)$$

$$|\vec{A}_y| = |\vec{A}| \sin \theta. \quad (1.8)$$

Buradaki θ açısı Vektörün x -ekseniyle yaptığı açıdır.

Örnek 3. *Dördüncü bölgeye yönelmiş bir vektörün şiddeti $3(m)$ ve x eksenine yaptığı açı 45° ise, vektörü bulunuz.*

$$\begin{aligned} |\vec{A}_x| &= 3(m) \cos(315) = 3(m) \cos(45), \\ |\vec{A}_y| &= 3(m) \sin(315) = -3(m) \sin(45). \\ \vec{A} &= \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}(m), -\frac{3\sqrt{2}}{2}(m) \right). \end{aligned}$$

Ev ödevi 2. *3-boyutlu bir vektör için nasıl genelleme yapılmalıdır. Bulunuz.*

1.2.5 Vektörün Bileşenleri Kullanılarak Vektör Nasıl Bulunur?

Kolaylık olsun diye yine 2-boyutta kalalım. Kartezyen Koordinatlardaki herhangi bir $\vec{A}$ 'ünü bileşen vektörlerini kullanarak şöyle buluruz.

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad (1.9)$$

yön ise

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \quad (1.10)$$

veya

$$\theta = \arctan \frac{A_y}{A_x} \quad (1.11)$$

Burada **dikkat** edilmesi gereken bir nokta vardır. Tanjant fonksiyonunun periyodu 180 derecedir. Dolayısıyla vektörü negatif vektör ile karıştırmamak için bileşenlerine dikkat etmek gerekir.

Ev ödevi 3. *3-boyutlu bir vektör için nasıl genelleme yapılmalıdır. Bulunuz.*

1.2.6 Birim Vektör

Büyüklüğü 1 olan birimsiz vektöre **Birim Vektör** denir. Uzayda sadece bir yönü tanımlamak için kullanılır. Herhangi bir vektörden ayırmak için üzerine *OK* değil *ŞAPKA* kullanılır.

Kartezyen koordinatlarda x -yönü $\hat{i}$, y -yönü $\hat{j}$ ve z -yönü $\hat{k}$ ile belirtilir. Böylece herhangi bir $\vec{A}$ 'ün bileşen vektörler cinsinden

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (1.12)$$

Şeklinde ifade ederiz. Bundan sonraki gösterimlerimizde

$$\vec{A} \equiv (A_x, A_y, A_z) \equiv A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (1.13)$$

birim vektörleri kullanacağız.

1.2.7 Birim Vektör Nasıl Bulunur?

Herhangi bir vektörden birim vektör elde etmek için, Vektörü şiddetine böleriz.

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}. \quad (1.14)$$

Örnek 4. $\vec{A} = 5(m)\hat{i} - 3(m)\hat{j} + 2(m)\hat{k}$ vektörünün birim vektörünü bulunuz.

$$\begin{aligned} \vec{A} &= 5(m)\hat{i} - 3(m)\hat{j} + 2(m)\hat{k} \\ |\vec{A}| &= \sqrt{(5)^2 + (-3)^2 + (2)^2}(m) \\ &= \sqrt{38}(m) \\ \hat{A} &= \frac{5(m)\hat{i} - 3(m)\hat{j} + 2(m)\hat{k}}{\sqrt{38}(m)} \\ &= \frac{5}{\sqrt{38}}\hat{i} - \frac{3}{\sqrt{38}}\hat{j} + \frac{2}{\sqrt{38}}\hat{k}. \end{aligned}$$

Birim vektörün birimsiz kaldığına dikkat ediniz.

1.2.8 Vektörlerle Toplama, Çıkarma ve Çarpma

- Çarpma, toplamının hızlı yapılışıdır. Bütün bileşenler aynı skaler sayı ile çarpılırsa, Vektörün de aynı skalerle çarpıldığını biliriz. α bir skaler sayı olmak üzere herhangi bir $\vec{A}$ ile çarpımı yeni bir vektör verir.

$$\alpha \vec{A} = \alpha[A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}] \quad (1.15)$$

$$= \alpha A_x \hat{i} + \alpha A_y \hat{j} + \alpha A_z \hat{k} \quad (1.16)$$

$$= \vec{B}. \quad (1.17)$$

- Herhangi iki vektörün toplamı yeni bir vektör verir.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}, \quad (1.18)$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}, \quad (1.19)$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}. \quad (1.20)$$

- Herhangi iki vektörün çıkarma işlemi, vektörün -1 skaler sayısı ile çarpımından sonra toplama işlemi yapılarak gerçekleştirilir. Örnek için $\vec{C} = 3\vec{A} - 2\vec{B}$ olsun, o halde sonuç vektörü

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}, \quad (1.21)$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}, \quad (1.22)$$

$$\vec{C} = (3A_x - 2B_x)\hat{i} + (3A_y - 2B_y)\hat{j} + (3A_z - 2B_z)\hat{k}. \quad (1.23)$$

olarak bulunur.

Ev ödevi 4. $\vec{D} = 6(cm)\hat{i} + 3(cm)\hat{j} - 1(cm)\hat{k}$, $\vec{E} = 4(cm)\hat{i} - 5(cm)\hat{j} + 8(cm)\hat{k}$ olsun. $\vec{R} = 2\vec{D} - \vec{E}$ olmak üzere $\vec{R}$ 'yi bulunuz.

1.2.9 Vektörlerin SKALER ve VEKTÖREL ÇARPIMLARI

Bir önceki bölümde vektörlerin skaler sayılarla çarpılmasını gördük. Bu işlemlerden farklı yeni işlemler tanımlanabilir. Bunlardan en önemlileri *SKALER ve VEKTÖREL ÇARPIMDIR*. Bunların *Matematiksel ve Fiziksel Anlamları* Fizik I ve Fizik II dersinin **KİLİT**'idir.

İki vektörün Skaler Çarpımı(Noktasal Çarpım)

İki vektörün skaler çarpımı, birbirlerine olan izdüşümleridir. $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ile gösterilir ve skaler bir değerdir.

- Birim vektörlerin skaler çarpımı: Birim vektörler uzunlukları bir olan birimsiz vektörler olduklarından kendilerine izdüşümleri her zaman kendi boyları yani "1" 'dir. Birbirinden lineer bağımsız birim vektörlerin birbirlerine iz düşümleri sıfır olmaktadır. Bir başka deyişle lineer bağımsızlık bir vektörü diğeri cinsinden farklı yazabilmenin ölçütüdür. Buna göre

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1, \quad (1.24)$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0. \quad (1.25)$$

- Genel anlamda herhangi 3 boyutta kartezyan koordinat sisteminde tanımlı iki vektörün skaler çarpımını, $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ herhangi iki vektör olmak üzere

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}, \quad (1.26)$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}, \quad (1.27)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z, \quad (1.28)$$

$$= \sum_{i=x,y,z} A_iB_i, \quad (1.29)$$

$$= |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta. \quad (1.30)$$

ile tanımlarız. İki vektör arasındaki açı θ 'dır. Böylelikle iki vektör arasındaki açıyı bulmak için skaler çarpımı kullanabileceğimizi bulmuş olduk.

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} \quad (1.31)$$

1. İki vektör birbirine dik ise skaler çarpımları sıfır oluyordu yani birbirlerine izdüşümleri yoktu. $\cos 90 = 0$
2. İki vektör birbirleriyle aynı doğrultuda ise skaler çarpımları maksimum değer verir. $\cos 0 = 1$
3. İki vektör birbirleriyle zıt doğrultuda ise skaler çarpımları minimum değer verir. $\cos 180 = -1$

Örnek 5. $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ve $\vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ verilmiş olsun. İki vektör arasındaki açı nedir?

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{[2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}] \cdot [-4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}]}{|2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}| \cdot |-4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}|}, \\ &= \frac{(2)(-4) + (3)(2) + (1)(-1)}{\sqrt{4+9+1}\sqrt{16+4+1}}, \\ &= \frac{-8+6-1}{\sqrt{(14)(21)}}, \\ &= -\frac{\sqrt{6}}{14}. \end{aligned}$$

$\theta = \arccos\left(-\frac{\sqrt{6}}{14}\right)$ Sınavda bu sayıyı hesaplamanıza gerek olmayacak ama ben değerinin yaklaşık 100 derece olduğunu söyleyeyim.

İki vektörün Vektörel Çarpımı(Kros Çarpım)

İki vektör ile bir düzlem oluşturabilirsiniz. Vektörel çarpım bu düzlem dik vektörü bize verir. Bir başka değişle oluşabilecek düzlemin normal

doğrultusundaki vektörü bize verir. $\vec{A} \times \vec{B}$ ile gösterilir ve vektörel bir değerdir.

- İki vektörle bir düzlem oluşturabilmek için iki vektörün birbirine paralel ve/veya antiparalel olmaması gerekir.
- Bu şartlarda oluşabilecek düzlemin aslında iki adet normal vektörü vardır. Bunlar birbirine zıt vektörlerdir.
- Bir seçim yapıyoruz ve **SAĞ EL KURALINA** göre olan NORMAL VEKTÖRÜ veya buna karşılık gelen Vektörel çarpımı kabul ediyoruz.

SAĞ EL KURALI: *Vektörel çarpığımız ilk vektör yönüne sağ elinizin dört parmağını uzatın, ikinci vektör yönüne sağ parmaklarınızı döndürün. BAŞ PARMAĞINIZ size VEKTÖR ÇARPIMI SONUCU ELDE EDİLECEK VEKTÖRÜN YÖNÜNÜ GÖSTERECEKTİR.*

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ olmak üzere normal vektörünün şiddeti $|\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$ ile bulunur.

1. İki vektör birbirine paralel ve/veya antiparalel ise aralarındaki açı 0 ve/veya 180 derece olur. Dolayısıyla vektörel çarpım bize 0 değerini verir. Bunu az önce bu tip vektörlerin bir düzlem oluşturmadığını dolayısıyla oluşmayan düzlemin normal doğrultusunda bir vektör olamayacağını söylerekek ifade etmiştik.
2. Vektörel çarpım antisimetriktir, yani vektörlerin yazılış yerine göre işaret değiştirir. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$.
3. Birim vektörleri kullanırsak sağ el kuralına göre xy -düzlemine dik olan z doğrultusunu nasıl tanımlayacağımızı buluruz.

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -(\hat{j} \times \hat{i}), \quad (1.32)$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} = -(\hat{i} \times \hat{k}), \quad (1.33)$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} = -(\hat{k} \times \hat{j}), \quad (1.34)$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0. \quad (1.35)$$

Bu ayrıca bir çevrim kuralı olarak da görülebilir.

Ev ödevi 5. *En genel olarak iki vektörün vektörel çarpımının $\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$ olduğunu ispatlayın.*

Örnek 6. $\vec{A}$ büyüklüğü $6(m)$ 'dir. Pozitif- x eksenine yönündedir. $x-y$ düzleminde bulunan bir $\vec{B}$ 'nin büyüklüğü $4(m)$ 'dir ve pozitif x doğrultusu ile 30° açı yapmaktadır. $\vec{A} \times \vec{B} = ?$

$$\vec{A} = 6(m)\hat{i},$$

$$\vec{B} = 4(m)\cos(30^\circ)\hat{i} + 4(m)\sin(30^\circ)\hat{j},$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= 24(m^2)\cos(30^\circ)\hat{i} \times \hat{i} + 24(24m^2)\sin(30^\circ)\hat{i} \times \hat{j}, \\ &= 12(m^2)\hat{k}. \end{aligned}$$

1.3 İhtiyaç Duyacağınız Temel İntegraller

Bütün bir dönem boyunca ihtiyaç duyacağınız temel integraller sınırlı sayıdadır. Bu bölümde sizlere bu integralleri ve sonuçlarını vereceğim. Her seferinde bunları çözmeye çalışmayacak direk benzetme yaparak sonuçlarını kullanacaksınız.

$$\int \frac{dt}{(a^2 + t^2)^{(3/2)}} = \frac{1}{a^2} \frac{t}{\sqrt{a^2 + t^2}} \quad (1.36)$$

$$\int \frac{tdt}{(a^2 + t^2)^{(3/2)}} = -\frac{1}{\sqrt{a^2 + t^2}}. \quad (1.37)$$

Örnek 7.

$$\int_0^\infty \frac{dz}{(m^2 + z^2)^{(3/2)}} = ?$$

Sıklıkla karşımıza çıkabilecek bir sorudur. Hemen yukarıda denklem (1.36) verdiğimiz sonuç kullanılacaktır ve integral sınırları eklencektir.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{dz}{(m^2 + z^2)^{(3/2)}} &= \frac{1}{m^2} \frac{z}{\sqrt{m^2 + z^2}} \Big|_0^\infty \\ &= \frac{1}{m^2} \left[\frac{\infty}{\sqrt{m^2 + \infty^2}} - \frac{0}{\sqrt{m^2 + 0^2}} \right] \\ &= \frac{1}{m^2} \frac{z}{|z| \sqrt{1 + \frac{m^2}{z^2}}} \Big|_0^\infty \\ &= \frac{1}{m^2} \frac{z}{z \sqrt{1 + \frac{m^2}{z^2}}} \Big|_0^\infty \\ &= \frac{1}{m^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{z^2}}} \Big|_0^\infty \\ &= \frac{1}{m^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{\infty^2}}} \\ &= \frac{1}{m^2} \end{aligned}$$

Ev ödevi 6. Aşağıdaki integrallerin sonuçlarını elde ediniz.

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{dz}{(m^2 + z^2)^{(3/2)}} = ?$$

$$\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{(a^2 + x^2)^{(3/2)}} = ?$$

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{ydy}{(c^2 + y^2)^{(3/2)}} = ?$$

Chapter 2

ELEKTROSTATİK ve COULOMB YASASI

Elektrik ve Manyetizma fiziğin önemli iki ilgi alanıdır. Elektromanyetizma olarak da adlandırılır ve çok iyi anlaşıldığı düşünülmektedir. Bütün bu fiziksel süreçlerin sebebi nedir?

- Elektrik yükü, atomu oluşturan parçacıkların taşıdığı **TEMEL** bir özelliktir. Yüklerin durgun veya hareketli olduğu fiziksel süreçleri çalışacağız.

2.1 Elektrostatik

Durgun yüklerin incelenmesine denir. Yükler durgun halde bulunursa aralarındaki etkileşmeyi *Coulomb Yasası* ile ifade ederiz. Coulomb yasası, Evrensel kütle çekim kanuna benzer temel bir yasadır.

$$\vec{F}_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}, \quad (2.1)$$

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}. \quad (2.2)$$

- **Benzerlikleri**, uzaklığın karesi ile ters orantılı olması ve yüklerle(kütleler ile) doğru orantılı olmasıdır.
- **Farklılığı**, Kütleçekim etkileşmesi *sadece ÇEKİCİ*'dir. Coulomb yasasına göre ise elektriksel yükler *hem ÇEKİCİ hemde İTİCİ* etkileşirler.

2.1.1 Elektrostatik'in Tarihsel Gelişimi

Elektrik sözcüğünün kökeni, eski yunanca "Amber" anlamına gelen "elektrum" kelimesine dayanır. M.Ö. 5 yüzyılda Thales tarafından yazılmış bazı belgelerde, nedenini açıklayamadıkları bir olay yazılıdır: "kumaşa sürülmüş amberin saman parçasını çekmektedir." Ayrıca aynı belgelerde, bazı cisimlerin çırtırtı veya kıvılcım çıkarttığından bahsedilmiştir.

O dönem ile 18. Yüzyıl arasında gözlemler dışında herhangi bir bilimsel gelişme olmamıştır. *Stephan Gray*, *Charles du Fay* ve *Benjamin Franklin* ilk ciddi katkıları veren bilim insanları olmuşlardır.

- S. Gray (1666-1736) "Elektrik'in iletilebileceğini" kanıtlayan ilk deneyleri yapmıştır. Elektriklendirilmiş bir şişede elektrik, şişenin mantar kapağına da geçtiğini gözlemleyerek ipek, cam, metal, çubuk ve benzeri cisimleri art arda iliştip elektrik bu cisimler aracılığı ile iletilebileceğini kanıtlamıştır. Çalışmalarından elde ettiği bilgiler ile çeşitli maddeleri **iletken** ve **yalıtkan** olarak ilk kez sınıflandıran Gray olmuştur.
- F. du Fay (1698-1739) Elektriksel yüklerin iki tip olduğunu keşfetmiş ve bunları **camsı** ve **reçinemsı** olarak adlandırmıştır. Daha sonraları bu sınıflandırma "**pozitif**" ve "**negatif**" elektrik yükü değiştirilmiştir. Zıt yüklü cisimlerin birbirini çektiğini aynı yüklü cisimlerinse birbirini ittiğini keşfetmiştir.
- B. Franklin (1706-1790) Elektriksel olayları "**madde içindeki bir sıvının varlığı**" ile açıklamaya çalışmıştır. Franklin'e göre "**cisimlerin birbirlerini itme çekmesi içindeki sıvı miktarına bağlıdır.**" Aslında bu fikir "**elektriksel yük korunumunun**" temelini oluşturur. Sıvı madde dışına akarsa geride bir eksiklik bırakır. Bu eksiklik iki farklı cins yük tanımı oluşturur: "+" ve "-". Franklin madde içinde hareket eden bu yapıya "negatif" ismini vermiştir. Franklin'in bir başka önemli buluşu ise "**Şimşegin elektrik kökenli bir doğa olayı olduğu**" dur.

Henry Cavendish (1731-1810) ve *Joseph Priestly* (1733-1804) elektrik yükleri arasındaki kuvvetin, kütle çekim kuvveti gibi yükler arası yüklerin uzaklıklarının karesi ile ters orantılı olduğu fikrini ilk kez ortaya atmışlardır. Elektrostatik'in bu temel yasası daha sonra Fransız fizikçi C.A. Coulomb tarafından geliştirilmiştir.

Charles Coulomb (1736-1806), 1785 yılında elektrik ve manyetizma üzerine üç adet yayın yapmıştır. Bunlardan birisi hareketsiz yükler arasında geçerli olan Elektriksel kuvvet yasasıdır. Üç yıl sonra ise, *H. Cavendish*'in genel çekim sabitini ölçmek için kullandığı "Burulma Terazisi" nin bir benzerini kullanarak kendi adıyla da anılacak olan **Coulomb Yasasını** ispat etmiştir.

Daha sonraki yıllarda durgun elektriksel yüklerin hareket etmesi halinde manyetik kuvvetler ve etkiler oluşturacakları gözlemlenmiş ve teorileri yapılmıştır. Bunları Manyetizma ya geçince tarihsel gelişim alt başlığında yeniden çalışacağız.

2.1.2 Maddenin Yapısı

Bir atom çekirdek ve elektronlardan oluşur. Çekirdek, atomun merkezidir ve atoma göre çok küçük ve yoğundur. Çekirdek elektriksel olarak **pozitif yüklü** proton ve elektriksel olarak **nötr** yüklü nötronlardan oluşur. Proton ve nötronlar, **kuark** adı verilen daha küçük yapıtaşlarından oluşurken, elektriksel açıdan **negatif yüklü** elektronlar bölünmeyen temel yapıtaşlardır. Kendi başlarına gözlemlenemeyen kuarkların elektriksel açıdan yükleri elektron yükünün $\pm \frac{2}{3}$ ve $\pm \frac{1}{3}$ 'dür.

Aşağıda ileride lazım olabilecek elektron, proton ve nötron kütlelerini bulabilirsiniz.

$$m_e = 9,1083826(16) * 10^{-31}(kg) \quad (2.3)$$

$$m_p = 1,67262171(29) * 10^{-27}(kg) \quad (2.4)$$

$$m_n = 1,67262171(29) * 10^{-27}(kg). \quad (2.5)$$

Elektronun eksi yükünün büyüklüğü deneysel hata payı içinde protonun pozitif yükünün büyüklüğüne tam tamına eşittir. Nötr bir atomdaki elektron sayısı proton sayısına eşittir. Dolayısıyla **nötr** bir cisim demek yüksüz bir cisim anlamı taşımamadığı gibi, tam aksine pozitif ve negatif yükleri eşit bir cisim anlamını taşımaktadır.

2.1.3 İletkenler, Yalıtkanlar ve Süperİletkenler

Bazı maddelerde elektriksel yükler bir bölgeden diğer bir bölgeye son derece kolay hareket eder. Bu maddelere **iletken maddeler** denir. İletken maddelerde yükler birbirinden en uzak olacak şekilde yerleşmek isterler. Dolayısıyla nötr bir iletken küreyi pozitif yüklerseniz, pozitif yükler kürenin dış yüzeyine saniyenin onbinlerde biri aralığında toplanır ve durgun hale geçerler. İletken maddelere örnek olarak metalik özellik gösteren tüm atomları gösterebiliriz.

Bazı maddelerde ise elektriksel yükler senaryo tam tersi şeklinde gerçekleşir. Yükler hareket etmekte zorlanırlar ve iletkenlik kaybolur. Bu maddelere **yalıtkan maddeler** denir. Dolayısıyla nötr bir yalıtkan küreyi nasıl yüklerseniz, aynı şekilde yükler yerinde hareketsiz kalacaktır. Bir başka deyişle içi dolu iletken bir kürenin iç kısmında net yük bulunmazken, içi dolu yalıtkan bir kürenin iç kısmında net yük vardır. Yalıtkan maddelere örnek olarak ametalik özellik gösteren tüm atomları gösterebiliriz.

Maddelerin iletkenlikleri sıcaklığa bağlı olarak artıp azabilir. Bazı element ve alaşımların belirli bir sıcaklıkta (kritik sıcaklık da denir) elektriksel iletkenleri sonsuza ulaşır. Bu maddelere üstün iletken anlamına gelen **süperiletkenler** denir.

2.2 Coulomb Yasası

Yaklaşık olarak $10^{-10}(m)$ çapındaki bir atomun çekirdeğinin çapı yaklaşık olarak $10^{-15}(m)$ 'dir. Klasik olarak bir tenis topu büyüklüğündeki çekirdeğin bir kilometre uzağında bulunan elektronu yörüngesinde tutması **Coulomb yasası** ile açıklanabilmektedir.

İki elektriksel yükün etkileşmesi nelere bağlıdır?

- yüklerin çarpımı ile doğru orantılıdır,
- yüklerin arasındaki uzaklığın karesi ile ters orantılıdır,
- Ortamın elektriksel geçirgenliği ile ters orantılıdır.

ϵ_0 ortamın elektriksel geçirgenlik katsayısıdır ve boşluk için değeri yaklaşık olarak aşağıdaki gibidir.

$$\epsilon_0 = 8,854 * 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \quad (2.6)$$

Durgun elektrik yüklerin nasıl etkileştiklerini açıklayan bu yasaya iki şekilde yaklaşacağız. Bunlardan birincisi yüklerin SÜREKSİZ noktasal yükler olduğu durum, ikincisi ise SÜREKLİ noktasal yüklerin olduğu durumdur.

2.3 Süreksiz Noktasal Yük Dağılımları İçin Elektriksel Kuvvet

Bu duruma ait en basit örnek iki noktasal yüküdür.

2.3.1 İki Noktasal Yükün Etkileşmesi

- $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}(t_1)$: Belirli bir anda belirli bir konumda bulunan yük q_1 ,
- $\vec{r}_2 \equiv \vec{r}(t_2)$: belirli o andaki diğer belirli bir konumda bulunan diğer yük q_2 ve
- $\vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ olmak üzere

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12} \quad (2.7)$$

Burada $\hat{r}_{12}$ birim vektörü iki yükün arasındaki vektör doğrultusudur.

Örnek 8. Aralarında $2(cm)$ mesafe bulunan durgun iki eşdeğer pozitif noktasal yük $2(\mu C)$ yüklüdür. Aralarındaki etkileşme kuvvetini bulunuz.

2.3. SÜREKSİZ NOKTASAL YÜK DAĞILIMLARI İÇİN ELEKTRİKSEL KUVVET21

- *Yüklerin birini merkeze diğerini de doğru yönünde (pozitif x-ekseni) yerleştirdiğini düşünelim. Orijindeki yükün diğerine etkidiği elektriksel kuvveti şöyle buluruz.*

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_1 &= 0(m)\hat{i} \\
 \vec{r}_2 &= 2 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 \vec{r}_{12} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\
 &= [2 * 10^{-2}(m)\hat{i}] - [0(m)\hat{i}] \\
 \vec{r}_{12} &= 2 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 |\vec{r}_{12}| &= 2 * 10^{-2}(m) \\
 \hat{r}_{12} &= \frac{2 * 10^{-2}(m)\hat{i}}{2 * 10^{-2}(m)} \\
 \hat{r}_{12} &= \hat{i}
 \end{aligned}$$

Elektriksel kuvvet

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12} \\
 &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{[2 * 10^{-6}(C)] * [2 * 10^{-6}(C)]}{[2 * 10^{-2}(m)]^2} (\hat{i}) \\
 \vec{F}_{12} &= 90(N)\hat{i}.
 \end{aligned}$$

Ev ödevi 7. *Aynı soruda ikinci yükün ilk yüke etkidiği elektriksel kuvveti de hesaplayınız. Bu kuvvetler Newton'un üçüncü yasasına uyumlu mudur?*

2.3.2 Çok Sayıda Noktasal Yükün Etkileşmesi

Sistemimizde N tane noktasal yük olsun, bunların aralarındaki herhangi bir yüke etkidiği elektriksel toplam kuvveti nasıl bulacağız?

$$\vec{F}_{i-net} = \vec{F}_{1i} + \vec{F}_{2i} + \cdots + \vec{F}_{i-1i} + \underbrace{\vec{F}_{ii}}_0 + \vec{F}_{i+1i} + \cdots + \vec{F}_{Ni} \quad (2.8)$$

$$= \sum_{j=1}^N \vec{F}_{ji} \quad (2.9)$$

$$= \sum_{j=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j q_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} \hat{r}_{ij} \quad j \neq i \quad (2.10)$$

$$\vec{F}_{i-net} = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} \hat{r}_{ij} \quad j \neq i. \quad (2.11)$$

Bu yönteme fizikte **Üst Üste Bindirme Yöntemi** de denir.

Örnek 9. $2(\text{cm})$ arayla konulmuş yüklere sırasıyla q_3 , q_1 ve q_2 isimini verelim. Bu yükler $q_1 = 2 * 10^{-9}(C)$, $q_2 = -3 * 10^{-9}(C)$ ve $q_3 = 5 * 10^{-9}(C)$ yüklerine sahip olsun. q_1 ve q_2 yükünün q_3 yüküne etkidiği toplam elektriksel kuvveti bulunuz.

- Kolaylık olsun diye yükleri simetrik olarak $x - \text{eksenine}$ yerleştirelim. Buna göre q_3 yükünün konumu $-2 * 10^{-2}(m)$, q_1 yükünün konumu $0(m)$ ve q_2 yükünün konumu $2 * 10^{-2}(m)$ olur. Vektörel olarak

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_3 &= -2 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 \vec{r}_1 &= 0(m)\hat{i} \\
 \vec{r}_2 &= 2 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 \vec{r}_{13} &= \vec{r}_3 - \vec{r}_1 \\
 &= -2 * 10^{-2}(m)\hat{i} - 0(m)\hat{i} \\
 &= -2 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 |\vec{r}_{13}| &= 2 * 10^{-2}(m) \\
 \hat{r}_{13} &= \frac{\vec{r}_{13}}{|\vec{r}_{13}|} \\
 &= \frac{-2 * 10^{-2}(m)\hat{i}}{2 * 10^{-2}(m)} \\
 \hat{r}_{13} &= -\hat{i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \vec{F}_{13} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{|\vec{r}_{13}|^2} \hat{r}_{13} \\
 &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{[2 * 10^{-9}(C)] * [5 * 10^{-9}(C)]}{[2 * 10^{-2}(m)]^2} (-\hat{i}) \\
 \Rightarrow \vec{F}_{13} &= -\frac{45}{2} * 10^{-5}(N)\hat{i}
 \end{aligned}$$

Vektör ve birim vektörü elde ettikten sonra kuvveti yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{23} &= \vec{r}_3 - \vec{r}_2 \\
 &= [-2 * 10^{-2}(m)\hat{i}] - [2 * 10^{-2}(m)\hat{i}] \\
 &= -4 * 10^{-2}(m)\hat{i} \\
 |\vec{r}_{23}| &= 4 * 10^{-2}(m) \\
 \hat{r}_{23} &= \frac{\vec{r}_{23}}{|\vec{r}_{23}|} \\
 &= \frac{-4 * 10^{-2}(m)\hat{i}}{4 * 10^{-2}(m)} \\
 \hat{r}_{23} &= -\hat{i}
 \end{aligned}$$

2.3. SÜREKSİZ NOKTASAL YÜK DAĞILIMLARI İÇİN ELEKTRİKSEL KUVVET23

Vektör ve birim vektörü elde ettikten sonra kuvveti yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \vec{F}_{23} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{|\vec{r}_{23}|^2} \hat{r}_{23} \\
 &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{[-3 * 10^{-9}(C)] * [5 * 10^{-9}(C)]}{[4 * 10^{-2}(m)]^2} (-\hat{i}) \\
 \Rightarrow \vec{F}_{23} &= \frac{135}{16} * 10^{-5}(N) \hat{i}
 \end{aligned}$$

Toplam kuvvet

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \vec{F}_{net} &= \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \\
 &= -\frac{45}{2} * 10^{-5}(N) \hat{i} + \frac{135}{16} * 10^{-5}(N) \hat{i} \\
 \Rightarrow \vec{F}_{net} &= -\frac{225}{16} * 10^{-5}(N) \hat{i}.
 \end{aligned}$$

Ev ödevi 8. Diğer iki durumu yani q_1 , ve q_3 yüklerinin q_2 yüküne ve q_2 ile q_3 yüklerinin q_1 yüküne etkidiği toplam elektriksel kuvveti de siz hesaplayın.

Örnek 10. Eşit ve pozitif iki yük sırasıyla $(0; 0, 3(m))$ ve $(0; -0, 3(m))$ noktalarına yerleştirilmiştir. Bu iki yükün $(0, 4(m); 0)$ noktasına yerleştirilmiş $q_3 = 4\mu(C)$ yüküne uyguladığı net elektriksel kuvveti bulunuz. $q_1 = q_2 = 2\mu(C)$ alınız.

- İki boyutta birden fazla yükü inceliyoruz. Öncelikle vektörleri ve birim vektörlerini elde edeceğiz.

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{13} &= \vec{r}_3 - \vec{r}_1 \\
 &= [4 * 10^{-1}(m) - 0(m)]\hat{i} + [0(m) - 3 * 10^{-1}(m)]\hat{j} \\
 &= 4 * 10^{-1}(m)\hat{i} - 3 * 10^{-1}(m)\hat{j} \\
 |\vec{r}_{13}| &= \sqrt{(4 * 10^{-1}(m))^2 + (-3 * 10^{-1}(m))^2} \\
 &= 5 * 10^{-1}(m) \\
 \hat{r}_{13} &= \frac{4 * 10^{-1}(m)\hat{i} - 3 * 10^{-1}(m)\hat{j}}{5 * 10^{-1}(m)} \\
 &= \frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}
 \end{aligned}$$

Vektör ve birim vektörü elde ettikten sonra kuvveti yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{13} &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{[2 * 10^{-6}(C)] * [2 * 10^{-6}(C)]}{[5 * 10^{-1}(m)]^2} \left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j} \right) \\
&= 144 * 10^{-3}(N) \left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j} \right) \\
\vec{r}_{23} &= \vec{r}_3 - \vec{r}_2 \\
&= [4 * 10^{-1}(m) - 0(m)]\hat{i} + [0(m) + 3 * 10^{-1}(m)]\hat{j} \\
&= 4 * 10^{-1}(m)\hat{i} + 3 * 10^{-1}(m)\hat{j} \\
|\vec{r}_{23}| &= \sqrt{(4 * 10^{-1}(m))^2 + (3 * 10^{-1}(m))^2} \\
&= 5 * 10^{-1}(m) \\
\hat{r}_{23} &= \frac{4 * 10^{-1}(m)\hat{i} + 3 * 10^{-1}(m)\hat{j}}{5 * 10^{-1}(m)} \\
&= \frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}
\end{aligned}$$

Vektör ve birim vektörü elde ettikten sonra kuvveti yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{23} &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{[2 * 10^{-6}(C)] * [2 * 10^{-6}(C)]}{[5 * 10^{-1}(m)]^2} \left(\frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j} \right) \\
&= 144 * 10^{-3}(N) \left(\frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j} \right) \\
\vec{F}_{net} &= \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \\
&= 144 * 10^{-3}(N) \left(\frac{8}{5}\hat{i} \right) \\
\Rightarrow \vec{F}_{net} &= 0,2304(N)\hat{i}.
\end{aligned}$$

2.4 Sürekli Yük Dağılımları İçin Elektriksel Kuvvet

Bu duruma ait en basit örnek tek boyutlu sürekli bir yük dağılımının ayrı bir noktada bulunan Q noktasal yüke etkimesidir.

2.4.1 Çizgisel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi

$\lambda(x)$ 'na çizgisel yük yoğunluğu da denir. Birim uzunluk başına düşen yük miktarıdır.

$dq(x)$, dx kadar küçük bir uzunluktaki toplam yük miktarıdır. Diferansiyel yük olarak da adlandırılır ve aşağıdaki gibi birim uzunluktaki yük miktarı ile küçük uzunluğun çarpımı olarak tanımlanır.

$$dq(x) = \lambda(x)dx \quad (2.12)$$

$\vec{r}$ vektörü bu diferansiyel yükün, etkileştiği Q yüküne olan uzaklık vektörüdür. Sürekli yük boyunca bu vektör farklılık gösterir. Aynı şekilde birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı toplam kuvveti üst üste bindirme teoreminin integral yardımıyla elde edebiliriz.

Çizgisel yük yoğunluğu için Coulomb yasası

$$\vec{F}_{net} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq(x)Q}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.13)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(x)dx}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.14)$$

gibi yazarız.

Örnek 11. q yükü uzunluğu $2a$ olan $(0, a)$ ile $(0, -a)$ arasına yerleştirilmiş bir iletken çubuğa homojen olarak dağıtılmıştır.

- Düzlemde çubuktan farklı herhangi bir noktada bulunan Q yükü üzerine etkileyen net elektriksel kuvveti bulunuz.

$$\begin{aligned} \lambda(y) &= \frac{q}{2a} \\ dq(y) &= \frac{q}{2a} dy \end{aligned}$$

$(0, y)$ noktasında bulunan bu seçili diferansiyel yükten, farklı herhangi bir (x, y) noktasında bulunan Q yüküne bir vektör yazacağız ve birim vektörü bulacağız.

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x - 0)\hat{i} + (y - y)\hat{j} \\ &= x\hat{i} + (y - y)\hat{j} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{(x)^2 + (y - y)^2} \\ \hat{r} &= \frac{x\hat{i} + (y - y)\hat{j}}{\sqrt{(x)^2 + (y - y)^2}} \end{aligned}$$

Diferansiyel kuvvet

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \frac{dy}{[(x)^2 + (y - y)^2]} \frac{x\hat{i} + (y - y)\hat{j}}{\sqrt{(x)^2 + (y - y)^2}} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \frac{x\hat{i} + (y - y)\hat{j}}{[(x)^2 + (y - y)^2]^{3/2}} dy \\ \Rightarrow \vec{F}_{net}(x, y) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \int_{-a}^a \frac{x\hat{i} + (y - y)\hat{j}}{[(x)^2 + (y - y)^2]^{3/2}} dy \end{aligned}$$

Amacım bu integrali çözdürmek değil onun için bu noktada durarak daha kolay olacak bir özel durumla ilgilenelim. Q yükümüz $(x, 0)$ noktasında olsun. O halde kuvvet

$$\begin{aligned}\vec{F}_{net}(x, 0) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \int_{-a}^a \frac{x\hat{i} + (0-y)\hat{j}}{[(x)^2 + (0-y)^2]^{3/2}} dy \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \int_{-a}^a \frac{x\hat{i} - y\hat{j}}{[x^2 + y^2]^{3/2}} dy \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{2a} \int_{-a}^a \frac{dy}{[x^2 + y^2]^{3/2}} \hat{i} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \int_{-a}^a \frac{y dy}{[x^2 + y^2]^{3/2}} \hat{j}\end{aligned}$$

Yardımcı integraller 1.36 ve 1.37 kullanılarak

$$\begin{aligned}\vec{F}_{net}(x, 0) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{2a} \left[\frac{1}{x^2} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]_{-a}^a \hat{i} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2a} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]_{-a}^a \hat{j} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{2a} \left[\frac{1}{x} \frac{2a}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right] \hat{i} + 0\hat{j} \\ \Rightarrow \vec{F}_{net}(x, 0) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \hat{i}\end{aligned}$$

- $x \gg a$ limitini inceleyiniz.

Bu limit çubuğu çok çok uzaklardan görmek demektir. Bu halde çubuk aslında noktasal bir yük gibi görünür. Şimdi bunu inceleyelim. Bunu incelemek için seri açılımı yapmamız lazım.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} &= \frac{1}{x} \left[1 + \frac{a^2}{x^2} \right]^{-1/2} \\ &= \frac{1}{x} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{x} \right)^2 + \dots \right] \\ &\simeq \frac{1}{x}.\end{aligned}$$

O halde çubuğu noktasal bir yük gibi görür.

$$\Rightarrow \vec{F}_{net}(x, 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{x^2} \hat{i}.$$

2.4.2 Yüzeysel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi

$\sigma(x, y)$ yüzeysel yük yoğunluğu da denir. Birim alan başına düşen yük miktarıdır.

$dq(x, y)$, dS kadar küçük bir alandaki toplam yük miktarıdır. Diferansiyel yük olarak da adlandırılır ve aşağıdaki gibi birim alandaki yük miktarı ile alanın çarpımı olarak tanımlanır.

$$dq = \sigma(x, y) dS \quad (2.15)$$

$\vec{r}$ vektörü bu diferansiyel yükün, etkileştiği Q yüküne olan uzaklık vektörüdür. Sürekli yük boyunca bu vektör farklılık gösterir. Aynı şekilde birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı toplam kuvveti üst üste bindirme teoreminin integral yardımıyla elde edebiliriz.

Yüzeysel yük yoğunluğu için Coulomb yasası

$$\vec{F}_{net} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dqQ}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.16)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(x, y) dS}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.17)$$

gibi yazarız.

Örnek 12. q yükü R yarıçaplı bir dairesel düzlem üzerine düğün dağılmıştır.

- Bu yük yoğunluğunun uzayın herhangi bir noktasında bulunan bir Q yüküne etki ettiği elektriksel kuvveti bulunuz.

q yükü x, y düzleminde bir daireye düzgün dağıldığını düşünelim.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{q}{\pi R^2} \\ dS(x, y) &= dx dy, \quad \text{polar koordinatlarda} \\ dS(\rho, \theta) &= \rho d\rho d\theta \\ dq &= \frac{q}{\pi R^2} \rho d\rho d\theta \end{aligned}$$

Q yükü herhangi bir noktada (x, y, z) olursa, küçük alanın bu noktaya olan uzaklık vektörü şöyle yazılır.

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x - \rho \cos \theta) \hat{i} + (y - \rho \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2} \\ \hat{r} &= \frac{(x - \rho \cos \theta) \hat{i} + (y - \rho \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{\sqrt{(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2}} \end{aligned}$$

Diferansiyel kuvveti yazalım

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \frac{[(x - \rho \cos \theta) \hat{i} + (y - \rho \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}] \rho d\rho d\theta}{[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\ \vec{F}(x, y, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \rho d\rho \frac{[(x - \rho \cos \theta) \hat{i} + (y - \rho \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}]}{[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

- Özel durum yapalım. Q yükü $(0, 0, z)$ 'de bulunsun. İntegral çok daha kolay hale gelir.

$$\begin{aligned}\vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \rho d\rho \frac{[(0 - \rho \cos \theta)\hat{i} + (0 - \rho \sin \theta)\hat{j} + z\hat{k}]}{[(0 - \rho \cos \theta)^2 + (0 - \rho \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \rho d\rho \frac{[-(\rho \cos \theta)\hat{i} - (\rho \sin \theta)\hat{j} + z\hat{k}]}{[\rho^2((\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2) + z^2]^{3/2}}\end{aligned}$$

Açı integrallerini yapınca ilk iki terim düşüyor. Geriye kalan terimi yazalım.

$$\begin{aligned}\vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \frac{z\hat{k}}{[\rho^2 + z^2]^{3/2}} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \int_0^R \frac{\rho d\rho}{[\rho^2 + z^2]^{3/2}} \hat{k} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \left[\frac{-1}{[\rho^2 + z^2]^{1/2}} \right]_0^R \hat{k} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{[R^2 + z^2]^{1/2}} \right] \hat{k}\end{aligned}$$

- Yüklü diske çok çok uzaklardan bakalım. $z \gg R$ durumunda seriye açmalıyız.

$$\begin{aligned}\vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{z} \left[1 + \frac{R^2}{z^2} \right]^{-1/2} \right] \hat{k} \\ &\simeq \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{z} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{z^2} + \dots \right] \right] \hat{k} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{R^2} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{z} + \frac{1}{2z} \frac{R^2}{z^2} + \dots \right] \hat{k} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{z^2} \hat{k}\end{aligned}$$

Çok uzaklarda noktasal yük gibi davranıyor.

2.4.3 Hacimsel yük yoğunluğunun noktasal bir yük ile etkileşmesi

$\rho(x, y, z)$ hacimsel yük yoğunluğu da denir. Birim hacim başına düşen yük miktarıdır.

$dq(x, y, z)$, dV kadar küçük bir hacimdeki toplam yük miktarıdır. Diferansiyel yük olarak da adlandırılır ve aşağıdaki gibi birim hacimdeki yük miktarı ile hacmin çarpımı olarak tanımlanır.

$$dq(x, y, z) = \rho(x, y, z) dV \quad (2.18)$$

$\vec{r}$ vektörü bu diferansiyel yükün, etkileştiği Q yüküne olan uzaklık vektörüdür. Sürekli yük boyunca bu vektör farklılık gösterir. Aynı şekilde birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı toplam kuvveti üst üste bindirme teoreminin integral yardımıyla elde edebiliriz.

Hacimsel yük yoğunluğu için Coulomb yasası

$$\vec{F}_{net} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dqQ}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.19)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(x, y, z)dV}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (2.20)$$

gibi yazarız.

Çizgisel, alansal ve/veya hacimsel yük yoğunlukları homojen olabildikleri gibi homojen de olmayabilirler. Bu aşamada mümkün oldukça homojen yük dağılımları ile çalışacağız.

Örnek 13. q yükü R yarıçaplı bir yalıtkan küre içinde düzgün olarak dağılmıştır.

- Bu yük yoğunluğunun uzayın herhangi bir noktasında bulunan bir Q yüküne etkidiği elektriksel kuvveti bulunuz.

q yükü düzleminde bir küreye düzgün dağılması durumunda hacimsel yük yoğunluğu

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\ dV(x, y, z) &= dx dy dz \quad \text{Küresel koordinatlarda} \\ dV(r, \theta, \phi) &= r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi \\ dq &= \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

Q yükü herhangi bir noktada (x, y, z) olursa, küçük alanın bu noktaya olan uzaklık vektörü şöyle yazılır.

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x - r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} + (y - r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{(x - r \sin \theta \cos \phi)^2 + (y - r \sin \theta \sin \phi)^2 + (z - r \cos \theta)^2} \\ \hat{r} &= \frac{(x - r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} + (y - r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}}{\sqrt{(x - r \sin \theta \cos \phi)^2 + (y - r \sin \theta \sin \phi)^2 + (z - r \cos \theta)^2}} \end{aligned}$$

Diferansiyel kuvveti yazalım

$$\begin{aligned}
 d\vec{F} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} r^2 dr d\theta d\phi \\
 &\times \frac{[(x - r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} + (y - r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[(x - r \sin \theta \cos \phi)^2 + (y - r \sin \theta \sin \phi)^2 + (z - r \cos \theta)^2]^{3/2}} \\
 \vec{F}(x, y, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\
 &\times \frac{[(x - r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} + (y - r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[(x - r \sin \theta \cos \phi)^2 + (y - r \sin \theta \sin \phi)^2 + (z - r \cos \theta)^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

- *Özel durum yapalım. Q yükü $(0, 0, z)$ 'de bulunsun. İntegral çok daha kolay hale gelir.*

$$\begin{aligned}
 \vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\
 &\times \frac{[(0 - r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} + (0 - r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[(0 - r \sin \theta \cos \phi)^2 + (0 - r \sin \theta \sin \phi)^2 + (z - r \cos \theta)^2]^{3/2}} \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\
 &\times \frac{[-(r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} - (r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[(r \sin \theta)^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) + (z - r \cos \theta)^2]^{3/2}} \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\
 &\times \frac{[-(r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} - (r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[(r^2 \sin^2 \theta) + (z^2 - 2zr \cos \theta + r^2 \cos^2 \theta)]^{3/2}} \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\
 &\times \frac{[-(r \sin \theta \cos \phi)\hat{i} - (r \sin \theta \sin \phi)\hat{j} + (z - r \cos \theta)\hat{k}]}{[r^2 + z^2 - 2zr \cos \theta]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

ϕ açısı integrallerini yapınca ilk iki terim düşüyor. Geriye kalan terimi

yazalım.

$$\begin{aligned}
\vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \frac{2\pi(z - r \cos \theta) \hat{k}}{[r^2 + z^2 - 2zr \cos \theta]^{3/2}} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{2}{3}R^3} \int_0^R r^2 dr \\
&\times \left[\int_0^\pi \frac{z \sin \theta d\theta}{[r^2 + z^2 - 2zr \cos \theta]^{3/2}} - \int_0^\pi \frac{r \cos \theta \sin \theta d\theta}{[r^2 + z^2 - 2zr \cos \theta]^{3/2}} \right] \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{2}{3}R^3} \int_0^R r^2 dr \left[\frac{\frac{1}{|r-z|} - \frac{1}{|r+z|}}{r} - \frac{\frac{r^2-rz+z^2}{|r-z|} - \frac{r^2+rz+z^2}{|r+z|}}{rz^2} \right] \hat{k}
\end{aligned}$$

$z > r$ olduğu durumda

$$\begin{aligned}
\vec{F}(0, 0, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{2}{3}R^3} \int_0^R r^2 dr \left[\frac{\frac{1}{z-r} - \frac{1}{z+r}}{r} - \frac{\frac{r^2-rz+z^2}{z-r} - \frac{r^2+rz+z^2}{z+r}}{rz^2} \right] \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{2}{3}R^3} \int_0^R r^2 dr \left[\frac{(z+r) - (z-r)}{r(z^2 - r^2)} - \frac{(z^3 + r^3) - (z^3 - r^3)}{rz^2(z^2 - r^2)} \right] \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{2}{3}R^3} \int_0^R r^2 dr \left[\frac{2}{(z^2 - r^2)} - \frac{2r^2}{z^2(z^2 - r^2)} \right] \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{1}{3}R^3} \int_0^R \frac{r^2 dr}{(z^2 - r^2)} \left[1 - \frac{r^2}{z^2} \right] \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{1}{3}R^3} \int_0^R \frac{r^2 dr}{z^2} \hat{k} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{1}{3}R^3} \frac{R^3}{3z^2} \hat{k} \\
\Rightarrow \vec{F}(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{z^2} \hat{k}.
\end{aligned}$$

Bu hesap amacımızın dışında oldukça karmaşıktır. Burada sadece hacimsel yük yoğunluğunun ve diferansiyel hacim içindeki yükün nasıl tanımlandığını anlamanızı bekliyorum.

Ev ödevi 9. $z < r$ olduğu durumda da yani kürenin içinde yükü yerleştirmeye çalıştığımızda elektriksel kuvvetin sıfır olacağını kontrol edin. Fiziksel nedenini yorumlayın.

Şimdi de homojen olmayan yük dağılımı için bir örnek çözelim.

Örnek 14. Uzunluğu $2L$ olan bir çubuk $(-L, 0)$ ve $(L, 0)$ arasında yerleştiriliyor. Çubuğun çizgisel yük yoğunluğu $\lambda(x) = \frac{2\lambda_0}{L^2}x$ ile verilmektedir.

- Çubuğun üzerindeki toplam yükün sıfır olduğunu gösterin.

$$\begin{aligned}
 dq(x) &= \lambda(x)dx \\
 &= \frac{2\lambda_0}{L^2}x dx \\
 Q_{toplam} &= \int dq(x) \\
 &= \int_{-L}^L \frac{2\lambda_0}{L^2}x dx \\
 &= \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L x dx \\
 &= \frac{2\lambda_0}{L^2} \frac{x^2}{2} \Big|_{-L}^L \\
 &= \frac{\lambda_0}{L^2} \left[L^2 - (-L)^2 \right] \\
 \Rightarrow Q_{toplam} &= 0.
 \end{aligned}$$

- Uzayın herhangi bir noktasında bulunan Q yüküne etkiyen elektriksel kuvveti hesaplayın.

$$\begin{aligned}
 \vec{r} &= (x - x)\hat{i} + (y - 0)\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\
 |\vec{r}| &= \sqrt{(x - x)^2 + y^2 + z^2} \\
 \hat{r} &= \frac{(x - x)\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x - x)^2 + y^2 + z^2}} \\
 d\vec{F} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \frac{[(x - x)\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}]x dx}{[(x - x)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \\
 \Rightarrow \vec{F}(x, y, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L \frac{[(x - x)\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}]x dx}{[(x - x)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

- Özel durum olarak Q yükü $(R, 0, 0)$ noktasında olsun. Elektriksel kuvveti

hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
\vec{F}(R, 0, 0) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L \frac{[(R-x)\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}]x dx}{[(R-x)^2 + 0^2 + 0^2]^{3/2}} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L \frac{(R-x)x dx}{(R-x)^3} \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L \frac{x dx}{(R-x)^2} \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \int_{-L}^L \frac{(R-R+x)dx}{(R-x)^2} \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \left[\int_{-L}^L \frac{(x-R)dx}{(R-x)^2} + \int_{-L}^L \frac{Rdx}{(R-x)^2} \right] \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \left[\int_{-L}^L \frac{Rdx}{(R-x)^2} - \int_{-L}^L \frac{dx}{(R-x)} \right] \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \left[\frac{R}{R-x} + \ln(R-x) \right]_{-L}^L \hat{i} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \left[\frac{R}{R-L} - \frac{R}{R+L} + \ln \frac{R-L}{R+L} \right] \hat{i} \\
\vec{F}(R, 0, 0) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda_0}{L^2} \left[\frac{2RL}{R^2-L^2} + \ln \frac{R-L}{R+L} \right] \hat{i}
\end{aligned}$$

FİZİK II - ÖDEV SET 2

1. Kenar uzunluğu $14(cm)$ olan bir eşkenar üçgenin köşelerine, büyüklükleri $0,8(\mu C)$ olan üç negatif yük yerleştirilmiştir.
 - (a) İki boyutlu bir düzlemin herhangi bir noktasına konulmuş $1,2(\mu C)$ yüküne etki eden toplam elektriksel kuvveti yazınız.
 - (b) $1,2(\mu C)$ yükü kenarların herhangi bir tanesinin orta noktasına yerleşmiş olsun. Bu yüke etkiyen elektriksel kuvveti hesaplayınız.
2. Dört pozitif q yükü kenar uzunluğu d olan bir karenin köşelerine yerleştirilmiştir. $-q$ yükü
 - (a) düzlem üzerindeki herhangi bir noktaya konulursa bu yüke etkiyecek net elektriksel kuvveti yazınız.
 - (b) özel olarak karenin merkezine konulursa bu yüke etkiyecek net elektriksel kuvveti yazınız.
 - (c) soruyu üç boyutlu olarak düşünerek $-q$ yükünü uzayın herhangi bir noktasına yerleştiriniz. Bu yük üzerindeki elektriksel kuvveti yazınız.
3. Eksi sonsuzdan artı sonsuza kadar uzanan y eksenı boyunca yük yoğunluğu düzgün olarak dağılmıştır. Boyca yük yoğunluğu λ ile veriliyor. Bu yük dağılımın
 - (a) uzayın herhangi bir noktasındaki bir $+Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.
 - (b) x eksenindeki herhangi bir x noktasında bulunan $+Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.
 - (c) z eksenindeki herhangi bir z noktasında bulunan $+Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.
4. Boyca yoğunluğu λ olan bir yük z eksenı boyunca $z = 0$ 'dan $+\infty$ kadar düzgün dağılmıştır. Bu yük dağılımın
 - (a) uzayın herhangi bir noktasındaki bir $-Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.
 - (b) y eksenindeki herhangi bir y noktasında bulunan $+Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.
 - (c) x eksenindeki herhangi bir x noktasında bulunan $+Q$ yüküne etki edecek net kuvveti yazınız.

Chapter 3

ELEKTRİK ALANI

Elektrik yüklü cisimler uzay boşluğunda birbirlerine elektriksel kuvvet uygularlar. Bu kuvvetin şiddeti uzaklığın karesi ile ters orantılıdır. Peki yükler, uzakta bulunan yüklerle aralarındaki mesafeyi nasıl hesaplıyorlar?

Micheal Faraday bu soruyu, "çevresinde başka bir cisim olsun yada olmasın, elektrik yüklü cisim bir **Elektriksel Alan** oluşturarak çevresine yayılır. Bu alan içine yerleştirilen diğer yüklü cisim bu alandan etkilenir" diyerek cevaplandırmıştır.

3.1 Elektrik Alan Tanımı

Bir elektrik alanının varlığı küçük bir q_0 yükü yardımıyla bulunur. Herhangi bir (x, y, z) noktasına serbest bıraktığımız q_0 yükünün üzerinde bir elektriksel kuvvet oluşuyorsa, "bu noktada bir elektrik alan vardır" denir.

Ev ödevi 10. q_0 yüküne deneme yükü denir. Bunun bir sebebi deneme yükünün çok çok küçük yüklü yüklenmiş olmasıdır. Sizce bunun sebebi nedir?

Elektrik Alan: birim yüke etkiyen Elektriksel Kuvvettir. Vektörel bir büyüklüktür ve birimi (N/C) 'tur.

$$\vec{E}(x, y, z) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}(x, y, z)}{q} \quad (3.1)$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}(x, y, z)}{q_0}. \quad (3.2)$$

3.2 Noktasal bir yükün Elektrik Alanı

q_1 noktasal yükü uzayda herhangi bir noktada olsun. Bu yükün etrafına yaydığı elektrik alanı

$$\vec{E}_1(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r}. \quad (3.3)$$

Burada r uzaklığı q_1 yükünün elektrik alanı bulmak istediğimiz noktaya olan uzaklığı $\hat{r}$ 'de bu doğrultudaki birim vektörü temsil etmektedir. Bu birim vektörü her zaman yükten noktaya doğru çizeceğiniz vektörden elde edeceksiniz.

Ev ödevi 11. q_0 deneme yükü her zaman pozitif birim yük seçilmesinin sebebi nedir?

3.2.1 Elektrik Alanın Getirdikleri

Elektriksel kuvvet ile hassas sonuçlar elde ederken, neden elektrik alan tanımlamaya ihtiyaç duyduktu hatırlayalım.

- Uzayın farklı noktalarında bulunan iki yüklü cisim birbirlerine ne şiddette elektriksel kuvvet uygulayacaklarını nasıl biliyorlardı?

Kendinizi yüklerden birinin üstüne koyun, uzağınızda ne kadar yük var, bunu önce ölçmeli, hemen hesap yapmalı ve ona göre elektriksel kuvvet ile diğer yükü itmeli veya çekmelisiniz. Bu oldukça zordur her an bu hesabı tüm uzay için tekrarlamalısınız.

Elektrik Alan tanımı ise bizi bu sorundan kurtarmış olur. Siz var olduğunuz için etrafınızda bir alan oluşur. Bu alana giren diğer yüklü cisimler alanın o noktadaki şiddetine göre elektriksel kuvvete maruz kalırlar.

- Elektrik Alanın gerekliliği asıl ivmelenen yüklerde hissedilir. Anten gibi belirli bir bölgede yükler harekete zorlanırsa, bu yükler bir Elektromanyetik Alan oluştururlar. Bu Alanlar ışık hızıyla uzayda yayılırlar.

Örnek 15. Noktasal bir $q_1 = 1,4(\mu C)$ yükünün kendisinden $10(cm)$ uzaklıktaki noktalarda oluşturduğu elektrik alanın şiddetini hesaplayınız.

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{1,4 * 10^{-6}(C)}{[10 * 10^{-2}(m)]^2} \\ &= 1,26 * 10^6 (N/C). \end{aligned}$$

- Bu uzaklığa $q_2 = -1,2(\mu C)$ yerleştirilsin. Bu yüke etkiyen etkiyen elektriksel kuvvetin şiddetini bulunuz.

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= q_2 |\vec{E}| \\ &= [-1,2 * 10^{-6}(C)] * [1,26 * 10^6 (N/C)] \\ &= -1,512N. \end{aligned}$$

Elektriksel kuvvetin şiddetinin ” – ” olması bu kuvvetin çekici bir kuvvet olduğunun ifadesidir.

Ortaöğretim bilgilerinizle bu soruyu çözebildirdiniz. Aynı örneği yeniden farklı bir bakış açısıyla yapalım. Öncelikle kolaylık olsun diye tek boyutlu bir problem olduğunu düşünelim ve bu noktasal yükü başlangıç noktasına koyduğumuzu varsayalım. Bu yükün tek boyutlu uzayın herhangi bir A noktasında $\vec{r}_A = (x)\hat{i}$ oluşturacağı elektrik alanı hesaplayalım. Önce başlangıç noktasından bu A noktasına olan vektörü yazalım.

$$\begin{aligned}\vec{r}_{A0} &= (x - 0)\hat{i} \\ |\vec{r}_{A0}| &= |x| \\ |\hat{r}_{A0}| &= \frac{x}{|x|}\hat{i}\end{aligned}$$

Elektrik Alan

$$\vec{E}_{A0}(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{|x|^3} \hat{i}.$$

Şimdi özel durum olarak A noktasını orijinin pozitif yanında $x = 10(\text{cm})$ olarak çözelim.

$$\begin{aligned}\vec{E}_{A0}(10\text{cm}) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{10(\text{cm})}{|10(\text{cm})|^3} \hat{i} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{10(\text{cm})}{10^3(\text{cm})^3} \hat{i}. \\ &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{1,4 * 10^{-6}(C)}{[10 * 10^{-2}(m)]^2} \hat{i} \\ &= 1,26 * 10^6 (N/C) \hat{i}.\end{aligned}$$

Şimdi özel durum olarak A noktasını orijinin pozitif yanında $x = -10(\text{cm})$ olarak çözelim.

$$\begin{aligned}\vec{E}_{A0}(-10\text{cm}) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{-10(\text{cm})}{|-10(\text{cm})|^3} \hat{i} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{10(\text{cm})}{10^3(\text{cm})^3} (-\hat{i}). \\ &= -9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{1,4 * 10^{-6}(C)}{[10 * 10^{-2}(m)]^2} \hat{i} \\ &= -1,26 * 10^6 (N/C) \hat{i}.\end{aligned}$$

Böylelikle Elektriksel Kuvveti vektörel olarak bulmuş olduk. Artık istediğimiz herhangi bir nokta için Elektriksel Alanı hesaplayabilirsiniz.

3.3 Birden Fazla Noktasal Yükün Oluşturduğu Net Elektriksel Alan

Elektriksel kuvvette olduğu gibi üst üste binme ilkesine göre her biri farklı $\vec{r}_j$ noktalarında olan q_j yüklerinin $\vec{r}_i$ noktasındaki Toplam Elektrik Alan

$$\vec{E}_{i-net} = \vec{E}_{1i} + \vec{E}_{2i} + \cdots + \vec{E}_{i-1i} + \underbrace{\vec{E}_{ii}}_0 + \vec{E}_{i+1i} + \cdots + \vec{E}_{Ni} \quad (3.4)$$

$$= \sum_{j=1}^N \vec{E}_{ji} \quad (3.5)$$

$$= \frac{1}{q_i} \sum_{j=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j q_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} \hat{r}_{ij} \quad j \neq i \quad (3.6)$$

$$\vec{E}_{i-net} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} \hat{r}_{ij} \quad j \neq i. \quad (3.7)$$

Örnek 16. Bir doğru üzerinde $q_1 = 2(\mu C)$ yükü $x_1 = -2(cm)$ noktasında; $q_2 = 3(\mu C)$ yükü $x_2 = 4(cm)$ noktasında ve $q_3 = -2(\mu C)$ yükü $x_3 = 10(cm)$ noktasında bulunmakta olsun.

- Bu yüklerin doğru üzerindeki herhangi bir noktada yarattığı net Elektriksel Alanı bulunuz.

Doğru üzerindeki herhangi bir A noktanın koordinatını x ile gösterirsek

$$\begin{aligned} \vec{r}_{1A} &= [x - (-2 * 10^{-2}(m))] \hat{i} \\ &= [x + 2 * 10^{-2}(m)] \hat{i} \\ |\vec{r}_{1A}| &= |x + 2 * 10^{-2}(m)| \\ \hat{r}_{1A} &= \frac{\vec{r}_{1A}}{|\vec{r}_{1A}|} \\ &= \frac{[x + 2 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x + 2 * 10^{-2}(m)|} \\ \hat{r}_{1A} &= \begin{cases} \hat{i}, & \text{eğer } x > -2 * 10^{-2}(m) \\ -\hat{i}, & \text{eğer } x < -2 * 10^{-2}(m) \end{cases} \\ \vec{E}_{1A}(x) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}_{1A}|^2} \hat{r}_{1A} \\ &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{2 * 10^{-6}(C)}{|x + 2 * 10^{-2}(m)|^2} \frac{[x + 2 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x + 2 * 10^{-2}(m)|} \\ \vec{E}_{1A}(x) &= 18 * 10^3 \left(\frac{Nm^2}{C} \right) \frac{[x + 2 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x + 2 * 10^{-2}(m)|^3}. \end{aligned}$$

3.3. BIRDEN FAZLA NOKTASAL YÜKÜN OLUŞTURDUĞU NET ELEKTRİKSEL ALAN

İkinci yük için tekrarlayalım.

$$\begin{aligned}
\vec{r}_{2A} &= [x - (4 * 10^{-2}(m))] \hat{i} \\
&= [x - 4 * 10^{-2}(m)] \hat{i} \\
|\vec{r}_{2A}| &= |x - 4 * 10^{-2}(m)| \\
\hat{r}_{2A} &= \frac{\vec{r}_{2A}}{|\vec{r}_{2A}|} \\
&= \frac{[x - 4 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 4 * 10^{-2}(m)|} \hat{i} \\
\hat{r}_{2A} &= \begin{cases} \hat{i}, & \text{eğer } x > 4 * 10^{-2}(m) \\ -\hat{i}, & \text{eğer } x < 4 * 10^{-2}(m) \end{cases} \\
\vec{E}_{2A}(x) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r}_{2A}|^2} \hat{r}_{2A} \\
&= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{3 * 10^{-6}(C)}{|x - 4 * 10^{-2}(m)|^2} \frac{[x - 4 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 4 * 10^{-2}(m)|} \hat{i} \\
\vec{E}_{2A}(x) &= 27 * 10^3 \left(\frac{Nm^2}{C} \right) \frac{[x - 4 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 4 * 10^{-2}(m)|^3} \hat{i}.
\end{aligned}$$

Şimdi de üçüncü yük için tekrarlayalım.

$$\begin{aligned}
\vec{r}_{3A} &= [x - (10 * 10^{-2}(m))] \hat{i} \\
&= [x - 10 * 10^{-2}(m)] \hat{i} \\
|\vec{r}_{3A}| &= |x - 10 * 10^{-2}(m)| \\
\hat{r}_{3A} &= \frac{\vec{r}_{3A}}{|\vec{r}_{3A}|} \\
&= \frac{[x - 10 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 10 * 10^{-2}(m)|} \hat{i} \\
\hat{r}_{3A} &= \begin{cases} \hat{i}, & \text{eğer } x > 10 * 10^{-2}(m) \\ -\hat{i}, & \text{eğer } x < 10 * 10^{-2}(m) \end{cases} \\
\vec{E}_{3A}(x) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{|\vec{r}_{3A}|^2} \hat{r}_{3A} \\
&= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \frac{-2 * 10^{-6}(C)}{|x - 10 * 10^{-2}(m)|^2} \frac{[x - 10 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 10 * 10^{-2}(m)|} \hat{i} \\
\vec{E}_{2A}(x) &= -18 * 10^3 \left(\frac{Nm^2}{C} \right) \frac{[x - 10 * 10^{-2}(m)] \hat{i}}{|x - 10 * 10^{-2}(m)|^3} \hat{i}.
\end{aligned}$$

Net Elektrik Alan ise

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_A(x) &= \sum_{j=1}^3 \vec{E}_{jA}(x) \\
 &= \vec{E}_{1A}(x) + \vec{E}_{2A}(x) + \vec{E}_{3A}(x) \\
 \vec{E}_A(x) &= 9 * 10^3 \left(\frac{Nm^2}{C} \right) \left[2 \frac{x + 2 * 10^{-2}(m)}{|x + 2 * 10^{-2}(m)|^3} + 3 \frac{x - 4 * 10^{-2}(m)}{|x - 4 * 10^{-2}(m)|^3} \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{x - 10 * 10^{-2}(m)}{|x - 10 * 10^{-2}(m)|^3} \right] \hat{i}.
 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

- Net Elektrik Alanı Orijin(Merkez) için hesaplayınız.

Merkezde $x = 0(m)$ 'dir. Yerine yazınca

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_O(0(m)) &= 9 * 10^3 \left(\frac{Nm^2}{C} \right) \left[2 \frac{0(m) + 2 * 10^{-2}(m)}{|0(m) + 2 * 10^{-2}(m)|^3} + 3 \frac{0(m) - 4 * 10^{-2}(m)}{|0(m) - 4 * 10^{-2}(m)|^3} \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{0(m) - 10 * 10^{-2}(m)}{|0(m) - 10 * 10^{-2}(m)|^3} \right] \hat{i}. \\
 &= 9 * 10^3 \left(\frac{N}{C} \right) \left[2 \frac{(2 * 10^{-2})}{|2 * 10^{-2}|^3} + 3 \frac{(-4 * 10^{-2})}{|-4 * 10^{-2}|^3} - 2 \frac{(-10 * 10^{-2})}{|-10 * 10^{-2}|^3} \right] \hat{i}. \\
 &= 9 * 10^3 \left(\frac{N}{C} \right) \left[\frac{2}{(2 * 10^{-2})^2} - \frac{3}{(4 * 10^{-2})^2} + \frac{2}{(10 * 10^{-2})^2} \right] \hat{i} \\
 &= 9 * 10^7 \left[\frac{2}{4} - \frac{3}{16} + \frac{2}{100} \right] \left(\frac{N}{C} \right) \hat{i} \\
 &= 9 * 10^7 \left[\frac{200 - 75 + 8}{400} \right] \left(\frac{N}{C} \right) \hat{i} \\
 \vec{E}_O(0(m)) &= \frac{9 * 133}{4} 10^5 \left(\frac{N}{C} \right) \hat{i}.
 \end{aligned}$$

Ev ödevi 12. Siz de $x_B = -5(cm)$; $x_C = 5(cm)$ ve $x_D = 15(cm)$ için net Elektrik Alanı hesaplayınız.

3.4 Elektriksel Yük Çiftlenimi, ELEKTRİK DİPOL

Doğada sıkça karşılaşılan bir durumu inceleyeceğiz. Aralarında L uzaklık bulunan negatif ve pozitif eş yük çiftine, **Elektrik Dipolü** adı verilir. İki boyutlu bir örnekte inceleyelim.

Örnek 17. İki noktasal yük $(-L/2; 0)$ ve $(L/2; 0)$ noktalarında sırasıyla $+q$ ve $-q$ yükleriyle bulunuyor olsun. İki boyutlu düzlemin herhangi bir (x, y) noktasındaki Net Elektrik Alanı hesaplayın.

- A noktasına her yükün uzaklık vektörlerini yazıp birim vektörlerini bulacağız. Önce $(-\frac{L}{2}, 0)$ 'de bulunan q yükünün Elektrik Alanı

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{1A} &= \left[x - \left(-\frac{L}{2} \right) \right] \hat{i} + [y - 0] \hat{j} \\
 &= \left(x + \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \\
 |\vec{r}_{1A}| &= \sqrt{\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2} \\
 \hat{r}_{1A} &= \frac{\vec{r}_{1A}}{|\vec{r}_{1A}|} \\
 &= \frac{\left(x + \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j}}{\sqrt{\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2}} \\
 \vec{E}_{1A}(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}_{1A}|^2} \hat{r}_{1A} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left[\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]} \frac{\left(x + \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j}}{\sqrt{\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2}} \\
 \vec{E}_{1A}(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left[\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]^{3/2}} \left[\left(x + \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \right].
 \end{aligned}$$

Şimdi $(\frac{L}{2}, 0)$ 'de bulunan $-q$ yükünün Elektrik Alanı

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{2A} &= \left[x - \left(\frac{L}{2} \right) \right] \hat{i} + [y - 0] \hat{j} \\
 &= \left(x - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \\
 |\vec{r}_{2A}| &= \sqrt{\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2} \\
 \hat{r}_{2A} &= \frac{\vec{r}_{2A}}{|\vec{r}_{2A}|} \\
 &= \frac{\left(x - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j}}{\sqrt{\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2}} \\
 \vec{E}_{2A}(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r}_{2A}|^2} \hat{r}_{2A} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{\left[\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]} \frac{\left(x - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j}}{\sqrt{\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2}} \\
 \vec{E}_{2A}(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{\left[\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]^{3/2}} \left[\left(x - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \right].
 \end{aligned}$$

elde edilir. Toplam Elektrik Alan

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_A(x, y) &= \vec{E}_{1A}(x, y) + \vec{E}_{2A}(x, y) \\
 \vec{E}_A(x, y) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\left(x + \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\left(x + \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]^{3/2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\left(x - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right]^{3/2}}.
 \end{aligned}$$

- Özel durum A noktasını dipolün tam orta noktasına dik bir uzaklık için,

$(0, y)$ için hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{A(0, y)} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\left(0 + \frac{L}{2}\right) \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\left(0 + \frac{L}{2}\right)^2 + y^2 \right]^{3/2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\left(0 - \frac{L}{2}\right) \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\left(0 - \frac{L}{2}\right)^2 + y^2 \right]^{3/2}} \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\frac{L}{2} \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2 \right]^{3/2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[-\frac{L}{2} \hat{i} + y \hat{j} \right]}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2 \right]^{3/2}} \\
 \vec{E}_{A(0, y)} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{L \hat{i}}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2 \right]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

3.4.1 Elektrik Dipol Momenti

Yeni bir vektörel fiziksel nicelik tanımlayacağız. Elektrik Dipol Momenti **Her Zaman** negatif yükten pozitif yüke doğru yük ile aralarındaki uzaklık vektörünün çarpımı olarak tanımlanır.

$$\vec{p} \equiv q \vec{L} \quad (3.8)$$

Birimi (Cm) 'dir. Bu örnek için

$$\begin{aligned}
 \vec{L} &= \left(-\frac{L}{2} - \frac{L}{2} \right) \hat{i} + (0 - 0) \hat{j} \\
 \vec{L} &= -L \hat{i} \\
 \vec{p} &= -qL \hat{i}.
 \end{aligned}$$

olacaktır. O halde $(0, y)$ noktasındaki Toplam Elektrik Alan, Elektrik Dipol cinsinden

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{A(0, y)} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{L \hat{i}}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2 \right]^{3/2}} \\
 &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2 \right]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

Elektrik Alan ile Elektrik Dipol Momenti HERZAMAN zıt yönlü OLMAZ.

Örnek 18. *Elektrik Dipol örneğinde y 'nin dipole çok çok uzak olduğu durumda, Elektrik Alanı Elektrik dipole cinsinden yeniden yazınız.*

- Tek yapmamız gereken sonucu seriye açmaktır. $y \gg L$ için

$$\begin{aligned} \frac{1}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2\right]^{3/2}} &= \frac{1}{\left[y^2 \left[1 + \frac{L^2}{4y^2}\right]\right]^{3/2}} \\ &= \left[1 + \frac{L^2}{4y^2}\right]^{-3/2} \\ &\simeq \frac{1}{y^3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{L^2}{4y^2}\right) + \dots\right] \\ &\simeq \frac{1}{y^3}. \end{aligned}$$

O halde Elektrik Alan

$$\begin{aligned} \vec{E}_A(0, y) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{\left[\frac{L^2}{4} + y^2\right]^{3/2}} \\ &\simeq -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{y^3} \end{aligned}$$

3.4.2 Elektrik Dipolün Önemi

İki eşit fakat zıt yük, birbirlerine yakın tutuluyor ve çok uzaklardaki Elektrik Alan Etkisi sıfırdan farklı çıkıyor. Bu çok önemli bir sonuçtur.

Hayatta karşımıza çıkan dipoller iki türdür.

1. **İndüklenmiş Dipoller:** Bir dış alanın etkisiyle maddenin içindeki yükler ayrışabilir. Bunlara Etkiyle Oluşmuş Dipoller de denir. YAPAY dipollerdir.
2. **Doğal Dipoller:** Hidrojen atomu, tuz, su ve vb. birçok molekülde ve atomda var olan KALICI dipollerdir.

Doğal dipollerin etkisi her zaman indüklenmiş dipollere göre fazladır. Örneğin bir su molekülünün kalıcı dipol momentinin şiddeti $6 * 10^{-30}(Cm)$ iken $3 * 10^6(N/C)$ şiddetinde bir dış elektrik alan etkisiyle oluşturduğu indüklenmiş dipol momenti sadece $3 * 10^{-34}(Cm)$ olmaktadır.

3.5 Sürekli Yük Dağılımlarının Oluşturduğu Elektrik Alanları

Genelde yük dağılımları noktasal değil sürekli. Herhangi bir geometrik cisimden küçük hacimler elde edilerek herbir hacimin oluşturacağı elektrik alanlar hesaplanır ve bunların sürekli toplamı olan integral işlemi gerçekleştirilir. Elektriksel Kuvvet ile yaptığımız işlemlerin neredeyse aynısıdır.

3.5.1 Çizgisel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan

$\lambda(\acute{x})$ 'na çizgisel yük yoğunluğu olmak üzere diferansiyel yük yoğunluğu $dq(\acute{x}) = \lambda(\acute{x})d\acute{x}$ olarak tanımlamıştık. $\vec{r}(\acute{x})$ vektörü bu diferansiyel yükün uzaydaki herhangi bir noktaya vektörüdür. Sürekli yük boyunca bu vektör farklılık gösterir. Aynı şekilde birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}(\acute{x})$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı Elektriksel Alanı üst üste bindirme teoreminin integral yardımıyla elde edebiliriz.

Çizgisel yük yoğunluğu için Coulomb yasası

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.9)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda d\acute{x}}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.10)$$

gibi yazarız.

Örnek 19. Uzunluğu $2L$ olan bir çubuğun üzerine bir yük sabit bir λ yük yoğunluğu ile düzgün dağılmıştır. Bu çubuğun $(L, 0, 0)$ ile $(-L, 0, 0)$ arasına yerleştirilmiş olduğunu kabullenelim.

- Bu çubuğun uzayın herhangi bir noktasında yarattığı elektrik alanı bulunuz.

Çubuğun üzerindeki küçük bir uzunluktaki diferansiyel yük miktarı

$$dq(\acute{x}) = \lambda d\acute{x}$$

kadardır. $(\acute{x}, 0, 0)$ noktasında bulunan bu seçili diferansiyel yükten, farklı herhangi bir (x, y, z) noktasına bir vektör yazacağız ve birim vektörü bulacağız.

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x - \acute{x})\hat{i} + (y - 0)\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\ &= (x - \acute{x})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{(x - \acute{x})^2 + y^2 + z^2} \\ \hat{r} &= \frac{(x - \acute{x})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x - \acute{x})^2 + y^2 + z^2}} \end{aligned}$$

Diferansiyel Elektriksel Alan

$$\begin{aligned}
 d\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda d\hat{x}}{[(x-\hat{x})^2 + y^2 + z^2]} \frac{(x-\hat{x})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x-\hat{x})^2 + y^2 + z^2}} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{[(x-\hat{x})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}]}{[(x-\hat{x})^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} d\hat{x} \\
 \Rightarrow \vec{E}(x, y, z) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{[(x-\hat{x})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}]}{[(x-\hat{x})^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} d\hat{x}
 \end{aligned}$$

Yine amacımız bu integrali çözmek değil. Kolay olacak bir özel durumla ilgilenelim. Uzayın $(0, 0, R)$ noktasındaki Elektrik alanı hesaplayalım

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(0, 0, R) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{[(0-\hat{x})\hat{i} + 0\hat{j} + R\hat{k}]}{[(0-\hat{x})^2 + 0^2 + R^2]^{3/2}} d\hat{x} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{[-(\hat{x})\hat{i} + R\hat{k}]}{[\hat{x}^2 + R^2]^{3/2}} d\hat{x} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-L}^L \frac{R d\hat{x}}{[\hat{x}^2 + R^2]^{3/2}} \hat{k} - \int_{-L}^L \frac{\hat{x} d\hat{x}}{[\hat{x}^2 + R^2]^{3/2}} \hat{i} \right]
 \end{aligned}$$

Yardımcı integraller 1.36 ve 1.37 kullanılarak

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(0, 0, R) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R}{R^2} \frac{\hat{x}}{\sqrt{R^2 + \hat{x}^2}} \right]_{-L}^L \hat{k} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{R^2 + \hat{x}^2}} \right]_{-L}^L \hat{i} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} \frac{2L}{\sqrt{R^2 + L^2}} \right] \hat{k} + 0\hat{i} \\
 \Rightarrow \vec{E}(0, 0, R) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{2L}{R} \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2}} \hat{k}.
 \end{aligned}$$

- $R \gg L$ limitini inceleyiniz.

Bu limit çubuğu çok çok uzaklardan görmek demektir. Bu halde çubuk aslında noktasal bir yük gibi görünür. Şimdi bunu inceleyelim. Bunu incelemek için seri açılımı yapmamız lazım.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2}} &= \frac{1}{R} \left[1 + \frac{L^2}{R^2} \right]^{-1/2} \\
 &= \frac{1}{R} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R} \right)^2 + \dots \right] \\
 &\simeq \frac{1}{R}.
 \end{aligned}$$

Çubuğun üzerindeki toplam yük $Q = 2\lambda L$ olduğundan, çubuğun çok uzaklara yarattığı Elektriksel alan, tıpkı noktasal bir yükün yarattığı Elektriksel alana benzer.

$$\Rightarrow \vec{E}(0, 0, R \gg L) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \hat{k}.$$

3.5. SÜREKLİ YÜK DAĞILIMLARININ OLUŞTURDUĞU ELEKTRİK ALANLARI 47

Ev ödevi 13. Benzer soruları farklı eksenlere yatmış farklı uzunluktaki çubuklar için kendiniz çalışınız. Elektrik alan hesaplarırken farklı bir eksen üzerindeki herhangi bir noktaya indirim yapınız. Daha sonra bu noktanın çubuğa sonsuz uzun olduğunu durumunda noktasal yükün yarattığı alana benzeyip benzemediğini kontrol ediniz.

3.5.2 Yüzeysel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan

σ ; xy düzlemine yayılmış bir yüzeysel yük yoğunluğudur ve sabit olabileceği gibi konuma bağlılık da gösterebilir. Diferansiyel yük yoğunluğu $dq = \sigma d\vec{S}$ olarak tanımlamıştık. Burada $d\vec{S}$ diferansiyel bir yüzey alanını temsil eder. $\vec{r}$ vektörü bu diferansiyel yükten(alandan) uzaydaki herhangi bir başka noktaya yönelmiş vektördür. Sürekli yükü düşünürsek yükün her noktasından çizilecek bu vektör birbirlerinden farklılık gösterecektir. Aynı şekilde bu vektörün birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı yarattıkları Elektriksel Alanı üst üste bindirme teoremiyle yani integral yardımıyla elde edebiliriz.

Yüzeysel yük yoğunluğu için Elektrik Alan

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.11)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma d\vec{S}}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.12)$$

gibi yazarız.

Örnek 20. Üzerinde Q yükü bulunan R yarıçaplı yarım çember şeklindeki ince bükük iletken tel $x - y$ düzlemine konulmuştur.

- Bu telin uzayın herhangi bir noktasında yarattığı Elektriksel Alan nedir?

Teli $x - y$ düzlemine x ekseninden başlayıp pozitif y ekseninden geçecek ve negatif x ekseninde bitecek şekilde yerleştirelim. Farklı yerleştirmelerle soruyu kendiniz de çözebilirsiniz. Bu durum için öncelikle diferansiyel yük

ve bu yükten çizilmiş vektör ve birim vektörü elde edelim.

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{Q}{\pi R} \\
 dq &= \frac{Q}{\pi R} R d\theta \quad R d\theta \equiv \text{diferansiyel yay uzunluğu} \\
 dq &= \frac{Q}{\pi} d\theta \\
 \vec{r} &= (x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + (z - 0) \hat{k} \\
 |\vec{r}| &= \sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2} \\
 \hat{r} &= \frac{(x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + (z - 0) \hat{k}}{\sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}}
 \end{aligned}$$

Şimdide diferansiyel Elektrik Alanı yazıp integral haline getirelim. İntegral sınırları polar koordinatlara geçtiğimiz için ve yerleştirdiğimiz şekile göre 0'dan π ye kadar olacaktır. Sizde farklı yerleşimler yaparak soruyu tekrar çözünüz.

$$\begin{aligned}
 d\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi} d\theta \frac{(x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{[(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

- $(0, 0, z)$ noktasındaki Elektrik Alanı hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi} \int_0^\pi d\theta \frac{(0 - R \cos \theta) \hat{i} + (0 - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{[(0 - R \cos \theta)^2 + (0 - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi} \int_0^\pi d\theta \frac{-R(\cos \theta) \hat{i} - R(\sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{[R^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + z^2]^{3/2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi} \int_0^\pi d\theta \frac{-R(\cos \theta) \hat{i} - R(\sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{[R^2 + z^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

İntegral üçe bölündü. İntegral sınırlarına dikkat etmeniz gerekiyor. İlk integral yani

$$\int_0^\pi \cos \theta d\theta = \sin \theta \Big|_0^\pi = 0$$

İkinci ve üçüncü integral ise sıfırdan farklı sonuçlar verir.

$$\begin{aligned}
 \int_0^\pi \sin \theta d\theta &= -\cos \theta \Big|_0^\pi \\
 &= 2 \\
 \int_0^\pi d\theta &= \pi
 \end{aligned}$$

3.5. SÜREKLİ YÜK DAĞILIMLARININ OLUŞTURDUĞU ELEKTRİK ALANLARI 49

Böylelikle Elektrik Alan aşağıdaki gibi edilir.

$$\vec{E}(0, 0, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi} \left[\frac{-2R\hat{j} + \pi z\hat{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

- $z \gg R$ olursa Elektrik Alan nasıl olur, hesaplayınız.

$$\begin{aligned} \frac{1}{[R^2 + z^2]^{3/2}} &= \frac{1}{z^3} \left[1 + \frac{R^2}{z^2} \right]^{-3/2} \\ &= \frac{1}{z^3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{R}{z} \right)^2 + \dots \right] \\ &\simeq \frac{1}{z^3}. \end{aligned}$$

olacağından ilk terim düşecek ikinci terim ise noktasal yüke benzeyen sonuca dönüşecektir.

$$\vec{E}(0, 0, z \gg R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z^2} \hat{k}$$

3.5.3 Hacimsel yük yoğunluğunun oluşturduğu Elektriksel Alan

ρ ; 3-boyutlu uzaya yayılmış hacimsel bir yük yoğunluğudur ve sabit olabileceği gibi konuma bağlılık da gösterebilir. Diferansiyel yük yoğunluğu $dq = \rho dV$ olarak tanımlamıştık. Burada dV diferansiyel bir hacimi temsil eder. $\vec{r}$ vektörü bu diferansiyel yükten (hacimden) uzaydaki herhangi bir başka noktaya yönelmiş vektördür. Sürekli yükü düşünürsek yükün her noktasından çizilecek bu vektör birbirlerinden farklılık gösterecektir. Aynı şekilde bu vektörün birim vektör de farklılık gösterecektir. Birim vektörü $\hat{r}$ ile gösterelim. Yüklerin sürekli olmasından dolayı yarattıkları Elektriksel Alanı üst üste bindirme teoremiyle yani integral yardımıyla elde edebiliriz.

Hacimsel yük yoğunluğu için Elektrik Alan

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq(\acute{x}, \acute{y}, \acute{z})}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.13)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel formda bunu

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (3.14)$$

gibi yazarız.

3.6 Elektrik Alan Çizgileri

Elektrik Alan doğrudan gözle görülmediği için kavranması zor bir kavramdır. Elektrik Alan Çizgileri bu alanı gözümüzde canlandırmamıza yardım edecektir.

Bir Elektrik Alan Çizgisi(eğrisi) uzayda çizilmiş bir çizgi olup Her Noktada, O Noktadaki Elektrik Alan Vektörüne TEĞETTİR.

- Elektrik Alan çizgileri her noktada Elektrik Alanın yönünü gösterir.
- Alan çizgileri, Elektrik Alanın çok büyük olduğu yerlerde birbirlerine yakın, az olduğu yerlerde birbirlerinden uzaktır.
- Belli bir noktadan sadece tek bir alan çizgisi geçer, yani ALAN ÇİZGİLERİ ASLA KESİŞMEŞLER.

Elektrik Alan çizgileri pozitif yükten öteye, negatif yüklere doğrudur.

Ev ödevi 14. Aşağıdaki üç farklı duruma ait üç boyutlu Alan Haritalarının ara kesitleri nasıl olacaktır, gösteriniz.

1. Tek bir artı yük,
2. Eşit büyüklükte artı ve eksi yüklerin oluşturduğu bir dipol,
3. Aynı cins eşit büyüklükte iki yük.

3.7 Yükün Elektrik Alan İçindeki Hareketi

Buraya kadar yük topluluklarının oluşturduğu elektrik alanı üzerinde durduk. Bundan sonra herhangi bir yükün bir elektrik alan içine girdiği andaki davranışını inceleyeceğiz.

3.7.1 Düzgün Dağılmış Zıt İki Yüklü Düzlem Arasındaki Elektrik Alan

Önce üzerinde düzgün yük dağılımı bulunan sonsuz iki düzlem arasındaki Elektrik Alanı hesaplayacağız, hemen ardından böyle bir alana giren parçacığın hareketini inceleyeceğiz.

Örnek 21. Yüzey yük yoğunluğu σ olan sonsuz büyüklükte düzlem bir tabakanın

- Uzayın herhangi bir noktasında yarattığı Elektrik Alan nedir?

Sonsuz büyük düzlem $x - y$ düzlemine yerleştirilmiş olsun. Düzlem üzerindeki herhangi bir noktayı $(x', y', 0)$ olarak alırsak. Fakat Kartezyan koordinatlarda çalışmak çok da kolay değildir. Bu yüzden silindirik koordinat sistemine geçmek daha kolay olacaktır. Aynı nokta silindirik koordinat sisteminde $(r' \cos \theta' \hat{i} + r' \sin \theta' \hat{j} + 0 \hat{k})$ ile ifade edilir. Bu nokta

üzerindeki diferansiyel yük ve bu yükün uzaydaki herhangi bir (x, y, z) noktasına uzaklığı aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\begin{aligned} dq &= \sigma r' dr' d\theta' \\ \vec{r} &= (x - r' \cos \theta')\hat{i} + (y - r' \sin \theta')\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{(x - r' \cos \theta')^2 + (y - r' \sin \theta')^2 + z^2} \\ \hat{r} &= \frac{(x - r' \cos \theta')\hat{i} + (y - r' \sin \theta')\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x - r' \cos \theta')^2 + (y - r' \sin \theta')^2 + z^2}} \end{aligned}$$

Diferansiyel Elektriksel Alan

$$\begin{aligned} d\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{[(x - r' \cos \theta')\hat{i} + (y - r' \sin \theta')\hat{j} + z\hat{k}]}{[(x - r' \cos \theta')^2 + (y - r' \sin \theta')^2 + z^2]^{3/2}} \sigma r' dr' d\theta' \end{aligned}$$

olarak bulunur. Elektrik Alan ise

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta' \int_0^\infty r' dr' \frac{[(x - r' \cos \theta')\hat{i} + (y - r' \sin \theta')\hat{j} + z\hat{k}]}{[(x - r' \cos \theta')^2 + (y - r' \sin \theta')^2 + z^2]^{3/2}}$$

- Özel durum olarak kendisine dik ve L kadar uzakta bulunan bir noktada yarattığı Elektrik Alan nedir?

$$\begin{aligned} \vec{E}(0, 0, -L) &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta' \int_0^\infty r' dr' \frac{[(0 - r' \cos \theta')\hat{i} + (0 - r' \sin \theta')\hat{j} - L\hat{k}]}{[(0 - r' \cos \theta')^2 + (0 - r' \sin \theta')^2 + (-L)^2]^{3/2}} \\ &= -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta' \int_0^\infty r' dr' \frac{(r' \cos \theta')\hat{i} + (r' \sin \theta')\hat{j} + L\hat{k}}{[(r')^2(\cos^2 \theta' + \sin^2 \theta') + L^2]^{3/2}} \\ &= -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty r' dr' \int_0^{2\pi} d\theta' \frac{(r' \cos \theta')\hat{i} + (r' \sin \theta')\hat{j} + L\hat{k}}{[(r')^2 + L^2]^{3/2}} \\ &= -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{r'}{[(r')^2 + L^2]^{3/2}} dr' \int_0^{2\pi} d\theta' [(r' \cos \theta')\hat{i} + (r' \sin \theta')\hat{j} + L\hat{k}] \\ &= -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{2\pi L r'}{[(r')^2 + L^2]^{3/2}} dr' \hat{k} \\ &= -\frac{\sigma L}{2\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{r' dr'}{[(r')^2 + L^2]^{3/2}} \hat{k} \end{aligned}$$

(1.36) kullanılarak

$$\begin{aligned}\vec{E}(0,0,-L) &= +\frac{\sigma L}{2\epsilon_0} \frac{1}{[(r')^2 + L^2]^{1/2}} \Big|_0^\infty \hat{k} \\ &= \frac{\sigma L}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{L} \right] \hat{k} \\ &= -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.\end{aligned}$$

Elektrik Alan sonsuz levhanın altında uzaktan bağımsız bir sabit olarak bulduk. Bunun anlamı levhadan ne kadar uzak olsak bile her zaman elektrik alan sadece sonsuz yüzey üzerindeki sabit yük yoğunluğuna bağlıdır. Eğer levhanın üstünde bir noktayı inceleysek Elektrik Alanı

$$\vec{E}(0,0,L) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

bulucaktık.

Düzlem sonsuz genişlikte olduğu zaman ve düzgün yükle yüklenildiğinde uzayın her noktasında aynı Elektrik Alan olması mantıklıdır. Burada sorun gerçekte sonsuz düzlemler olmamasıdır. Bunun yerine sonlu düzlemlere çok yakından bakarak sonsuz düzlem etkisi görülebilir.

Pozitif yüklü sonsuz düzlemde elektrik alan her zaman düzleme dik, uzayın her noktası için sabit ve düzlemde dışarı doğrudur. Eğer negatif yükle yüklü bir sonsuz düzlem olsaydı $\sigma \rightarrow -\sigma$ yazacaktık. Böylece cevap her yönüyle aynı ve fakat düzlemin içine doğru yönelmiş olacaktır.

Örnek 22. *Düzgün yüzeysel yük yoğunluğuna sahip zıt yüklü sonsuz iki düzlem birbirine paralel konumlandırılmıştır. Pozitif yüklü sonsuz ilk düzlem (x, y, L) düzleminde, negatif yüklü ikinci sonsuz büyük düzlem ise $x, y, -L$ de konumlandırılmış olsun. Düzlemlerin dış bölgelerinde ve aralarında kalan bir başka deyişle toplam üç bölgedeki net Elektriksel Alanı bulunuz.*

- İlk olarak İki düzlemin üstünde kalan bir noktadaki net Elektriksel Alana bakalım

Pozitif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, 2L) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

Negatif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, 2L) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

olur ve net elektrik alan

$$\begin{aligned}\vec{E}_{net}(x, y, 2L) &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} \\ &= 0.\end{aligned}$$

- İkinci olarak iki düzlemin arasında kalan bir noktadaki net Elektriksel Alana bakalım

Pozitif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, 0) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

Negatif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, 0) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

olur ve net elektrik alan

$$\begin{aligned} \vec{E}_{net}(x, y, 0) &= -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} \\ &= -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{k}. \end{aligned}$$

- Son olarak iki düzlemin altında kalan bir noktadaki net Elektriksel Alana bakalım

Pozitif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, -2L) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

Negatif yüklü sonsuz bir düzlemin Elektriksel Alanı

$$\vec{E}(x, y, -2L) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}.$$

olur ve net elektrik alan

$$\begin{aligned} \vec{E}_{net}(x, y, 2L) &= -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Sonuç olarak, sonsuz büyüklükteki iki düzlem arasındaki alanda net bir Elektrik Alan oluşurken, dışarıdaki bölgelerde net elektriksel alan oluşmamaktadır. Bu çok önemli bir sonuçtur.

3.7.2 İki sonsuz büyük elektriksel levha arasındaki yükün hareketi

Yukarıdaki örnekte zıt yüklü iki sonsuz düzgün yüklü paralel levha nın dış bölgelerinde net Elektriksel bir alan olmadığını, ara bölgesinde ise pozitif yüklü levhadan negatif yüklü levhaya doğru yönelmiş net sabit bir elektrik alan olduğunu bulduk.

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{net}(x, y, z > L) &= 0 \\
\vec{E}_{net}(x, y, -L < z < L) &= -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{k} \\
\vec{E}_{net}(x, y, z < -L) &= 0.
\end{aligned}$$

Ara bölgede bulunan q yükü üzerine etki eden net Elektriksel kuvvet,

$$\vec{F}_{net}(x, y, -L < z < L) = q \vec{E}_{net}(x, y, -L < z < L)$$

Sabit kütleli durumda Newton'un ikinci yasasına göre

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{net}(x, y, -L < z < L) &= m\vec{a} \\
q \vec{E}_{net}(x, y, -L < z < L) &= m\vec{a}.
\end{aligned}$$

hesaplanacaktır.

Örnek 23. Zıt yüklü iki sonsuz büyük levha birbirlerine paralel yerleştirilmiştir. Aralarındaki uzaklık $1,0(\text{cm})$ 'dir ve her birinin üzerindeki yüzeysel yük yoğunluğu sabit ve $1,0 * 10^{-6}(\text{C}/\text{m}^2)$ 'dir.

- Levhalar arasındaki Elektrik Alanı bulunuz

Pozitif yüklü sonsuz ilk düzlemi $z = -0,5 * 10^{-2}(\text{m})$ ye, negatif yüklü sonsuz diğer düzlemi ise $z = 0,5 * 10^{-2}(\text{m})$ 'ye yerleştirelim. Böylece düzlemler arasındaki net elektrik pozitif yüklü düzlemden negatif yüklü düzleme doğru olur. Matematiksel olarak bu Elektrik Alanı aşağıdaki gibi yazarız.

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{net}(x, y, -0,5 * 10^{-2}(\text{m}) < z < 0,5 * 10^{-2}(\text{m})) &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{k} \\
&= \frac{1,0 * 10^{-6}(\text{C}/\text{m}^2)}{8,85 * 10^{-12}(\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \hat{k} \\
&= \frac{10^6}{8,85} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \hat{k}.
\end{aligned}$$

- Pozitif yüklü levhanın yakınına durgun olarak serbest bırakılan bir proton negatif yüklü levhaya hangi çarpacaktır. İvme, hız ve konum vektörlerini bulunuz.

Newton'un ikinci yasası sabit kütleli parçacık için

$$\begin{aligned}
m\vec{a}(t) &= q \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{k} \\
\vec{a}(t) &= \frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \hat{k}.
\end{aligned}$$

Hız vektörü ivmenin integrale edilmesiyle hesaplanır.

$$\vec{v}(t) = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} + \left[\frac{q\sigma}{m\epsilon_0}t + v_{0z} \right] \hat{k}.$$

Başlangıç anındaki koşulları düşünelim, proton ilk hızsız olarak pozitif yüklü düzleme çok çok yakın bırakılmıştır.

$$\begin{aligned} \vec{v}(t=0s) &= 0 \\ \Rightarrow v_{0x} &= v_{0y} = v_{0z} = 0 \\ \Rightarrow \vec{v}(t) &= \left(\frac{q\sigma}{m\epsilon_0}t \right) \hat{k}. \end{aligned}$$

Konum vektörü de anlık hız vektörünün integrali ile bulunur.

$$\vec{r}(t) = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + \left[\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \frac{t^2}{2} + z_0 \right] \hat{k}.$$

Başlangıç anındaki konumu düşünelim, proton ilk hızsız olarak pozitif yüklü düzleme çok çok yakın herhangi bir yere bırakılmıştır. Yani düzlem üzerindeki nokta hakkında bilgi verilmemiştir sadece düzlem (z_0) belirtilmiştir. O halde ilk konum $z = -0,5 * 10^{-2}(m)$ düzlemi üzerinde herhangi bir nokta olabilir.

$$\begin{aligned} \vec{r}(t=0s) &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} - 0,5 * 10^{-2}(m)\hat{k} \\ \Rightarrow z_0 &= -0,5 * 10^{-2}(m). \end{aligned}$$

Konum, hız ve ivme vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + \left[\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \frac{t^2}{2} - 0,5 * 10^{-2}(m) \right] \hat{k}. \\ \vec{v}(t) &= \left(\frac{q\sigma}{m\epsilon_0}t \right) \hat{k}. \\ \vec{a}(t) &= \frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \hat{k}. \end{aligned}$$

- Proton karşı negatif levhaya hangi hızla çarpar?

Burada zamandan bağımsız kinematik denklemini kullanabiliriz. İlk hızın sıfır olduğunu hatırlayalım, son süratin karesi

$$\begin{aligned} \vec{v}^2 &= v_0^2 + 2\vec{a} \cdot \Delta\vec{r} \\ \vec{v}^2 &= 2\vec{a} \cdot \Delta\vec{r} \end{aligned}$$

Hareket süresince yer değiştirme vektörü $\Delta \vec{r} = 1 * 10^{-2}(m)\hat{k}$ 'dir. O halde

$$\begin{aligned}\vec{v}^2 &= 2 * \frac{1,6 * 10^{-19}(C)1,0 * 10^{-6}(C/m^2)}{1,67 * 10^{-27}(kg)8,85 * 10^{-12}(C^2/N \cdot m^2)}\hat{k} \cdot [10^{-2}(m)]\hat{k} \\ |\vec{v}(t_c)| &= \sqrt{\frac{2 * 1,6 * 10^{12}}{1,67 * 8,85} \left(\frac{Nm}{kg} \right)} \\ \vec{v}(t_c) &= 0,46 * 10^6(m/s)\hat{k}.\end{aligned}$$

- Aynı cevabı konum vektörünü kullanarak da bulunuz.

Konum vektörünü kullanarak çözmek için çarpışma anındaki konum vektörünü kullanacağız.

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + \left[\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \frac{t^2}{2} - 0,5 * 10^{-2}(m) \right] \hat{k}. \\ \vec{r}(t_c) &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + \left[\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \frac{t_c^2}{2} - 0,5 * 10^{-2}(m) \right] \hat{k}. \\ &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + 0,5 * 10^{-2}(m)\hat{k}.\end{aligned}$$

İki vektörün eşitliğinin sağlanması için z bileşenleri eşit olmalıdır. Bu da bize

$$\begin{aligned}\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \frac{t_c^2}{2} - 0,5 * 10^{-2}(m) &= 0,5 * 10^{-2}(m) \\ t_c &= \sqrt{\frac{2m\epsilon_0}{q\sigma} [0,5 * 10^{-2}(m) + 0,5 * 10^{-2}(m)]}\end{aligned}$$

Aslında $[0,5 * 10^{-2}(m) + 0,5 * 10^{-2}(m)]$ ile yazılan plakalar arası toplam mesafedir. Bunu d ile gösterirsek, çarpışma için geçen süreyi sembolik olarak

$$t_c = \sqrt{\frac{2md\epsilon_0}{q\sigma}}$$

Hız vektöründe yerine koyarsak çarpışma anındaki hızı elde ederiz.

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_c) &= \left(\frac{q\sigma}{m\epsilon_0} \sqrt{\frac{2md\epsilon_0}{q\sigma}} \right) \hat{k}. \\ &= \sqrt{\frac{2qd\sigma}{m\epsilon_0}} \hat{k}.\end{aligned}$$

- Proton levhalar arasındaki geçiş süresini hesaplayınız?

Yukarıda çarışma için geçen süreyi sembolik ifadelerle elde etmiştik. Şimdi sadece sayısal değerleri yerine koyacağız.

$$\begin{aligned}
 t_c &= \sqrt{\frac{2md\epsilon_0}{q\sigma}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 * 1,67 * 10^{-27}(kg) * 1 * 10^{-2}(m) * 8,85 * 10^{-12}(C^2/N \cdot m^2)}{1,6 * 10^{-19}(C) * 1,0 * 10^{-6}(C/m^2)}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 * 1,67 * 8,85 * 10^{-16}}{1,6}}(s^2) \\
 &= 4,29 * 10^{-8}(s).
 \end{aligned}$$

3.7.3 Hareket Eden Yüklü Parçacıklarda Sapma

Zıt yüklü iki paralel levha arasına, Elektrik alana dik olarak fırlatılan yüklü bir parçacığın hareketini inceleyelim.

Örnek 24. İki kare iletken levha birbirlerine göre zıt fakat eşit yükle yüklenerek $x-z$ düzlemine birbirlerine paralel olarak yerleştiriliyor. Levhaların ayrıt uzunluğu $2L$, levhaların aralarındaki uzunluk $2d$ 'ye göre çok çok büyük olsun. Oluşan Elektrik Alanın içine, alana dik olarak yüklü bir elektron belirli bir ilk hızla atılıyor olsun.

- Bu parçacığın ivme, hız ve konum vektörlerini bularak hareketini yorumlayınız.

Negatif yüklü levha $y = -d$, Pozitif yüklü levha da $y = d$ 'ye orijine göre simetrik yerleştirilsin. Oluşan Elektrik Alan

$$\vec{E}(-L < x < L, -d < y < d, -L < z < L) = -E\hat{j}.$$

Elektron $q = -e$ yüklü bir parçacıktır. Elektron üzerine etkiyen Elektriksel kuvvet

$$\begin{aligned}
 \vec{F}(-L < x < L, -d < y < d, -L < z < L) &= eE\hat{j} \\
 m\vec{a}(t) &= eE\hat{j} \\
 \vec{a}(t) &= \frac{eE}{m}\hat{j}.
 \end{aligned}$$

İntegre ederek anlık hızı buluruz.

$$\vec{v}(t) = v_{0x}\hat{i} + \left[\frac{eE}{m}t + v_{0y}\right]\hat{j} + v_{0z}\hat{k}.$$

Başlangıç hızı önemlidir. Diyelim ki pozitif z eksenini doğrultusunda atılmış olsun.

$$\begin{aligned}\vec{v}(t=0(s)) &= v_{0z}\hat{k} \\ &= v_{0x}\hat{i} + \left[\frac{eE}{m}t=0(s) + v_{0y}\right]\hat{j} + v_{0z}\hat{k}. \\ \Rightarrow v_{0x} &= v_{0y} = 0.\end{aligned}$$

Hız fonksiyonu

$$\vec{v}(t) = \left[\frac{eE}{m}t\right]\hat{j} + v_{0z}\hat{k}.$$

İntegre edilerek konum vektörü bulunur.

$$\vec{r}(t) = x_0\hat{i} + \left[\frac{eE}{2m}t^2 + y_0\right]\hat{j} + [v_{0z}t + z_0]\hat{k}.$$

Başlangıç konumu

$$\vec{r}(t=0(s)) = -L\hat{k}.$$

olsun. O halde konum vektöründeki integral sabitlerini de belirleyebiliriz.

$$\begin{aligned}\vec{r}(t=0(s)) &= x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k} \\ &= -L\hat{k} \\ \Rightarrow x_0 &= y_0 = 0 \\ \Rightarrow z_0 &= -L.\end{aligned}$$

Konum vektörü de aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\vec{r}(t) = \left[\frac{eE}{2m}t^2\right]\hat{j} + [v_{0z}t - L]\hat{k}.$$

- Elektron plakayı t_g sürede geçtiğini öngörelim. Bu süreç sonunda elektronun son konumu ve son hızını bulunuz.

$$\begin{aligned}\vec{r}(t_g) &= \left[\frac{eE}{2m}t_g^2\right]\hat{j} + [v_{0z}t_g - L]\hat{k} \\ &= \left[\frac{eE}{2m}t_g^2\right]\hat{j} + [v_{0z}t_g - L]\hat{k}\end{aligned}$$

Bu süreç sonunda son konumun z -bileşeni L 'ye eşittir.

$$\begin{aligned}\vec{r}(t_g) &= \left[\frac{eE}{2m}t_g^2\right]\hat{j} + L\hat{k} \\ \Rightarrow v_{0z}t_g - L &= L \\ t_g &= \frac{2L}{v_{0z}}.\end{aligned}$$

Bu bilgiyi kullanarak diğer bileşenleri de bulabiliriz.

$$\begin{aligned}\vec{r}(t_g) &= \left[\frac{eE}{2m} \left(\frac{2L}{v_{0z}} \right)^2 \right] \hat{j} + L\hat{k} \\ &= \left[\frac{2eEL^2}{mv_{0z}^2} \right] \hat{j} + L\hat{k}\end{aligned}$$

Plakadan çıkarken elektronun hızı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_g) &= \left[\frac{eE}{m} \left(\frac{2L}{v_{0z}} \right) \right] \hat{j} + v_{0z}\hat{k}. \\ &= \frac{2eEL}{mv_{0z}} \hat{j} + v_{0z}\hat{k}.\end{aligned}$$

3.8 Bir Dış Elektrik Alan İçindeki Dipol

Bir elektrik dipol, etrafında bir elektrik alan oluşturduğunu incelemiştik. Şimdi ise dipolü dış bir elektrik alan içine yerleştirirsek ne olacağına bakalım.

Örnek 25. *Düzgün bir dış Elektrik Alan $x - y$ düzleminde tanımlı olsun.*

$$\vec{E}(x, y, z) = E\hat{j}$$

Dipol ise düzlem üzerinde $\left(-\frac{a}{2\sqrt{2}}, -\frac{a}{2\sqrt{2}}, 0\right)$ noktasında $-q$ yükü ve $\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}, \frac{a}{2\sqrt{2}}, 0\right)$ noktasında $+q$ yükünden oluşturulsun. Pozitif ve negatif yüke etkiyen elektriksel kuvvetler ile net elektriksel kuvvet

$$\begin{aligned}\vec{F}_+ &= q\vec{E} \\ &= qE\hat{j} \\ \vec{F}_- &= -q\vec{E} \\ &= -qE\hat{j}. \\ \vec{F}_{net} &= 0.\end{aligned}$$

Öteleme dinamiğine göre hareketsiz duran elektriksel dipol, Dönme dinamiğine göre de hareketsiz midir? Bunu anlamak için Torka bakmamız lazım. Dipolün

tam orta noktası $(0, 0, 0)$ 'dır. Bu orta noktaya göre Dönme Momentini yazarsak

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_- &= \left[\left(-\frac{a}{2\sqrt{2}} \right) - 0 \right] \hat{i} + \left[\left(-\frac{a}{2\sqrt{2}} - 0 \right) \right] \hat{j} + (0 - 0) \hat{k} \\
 \vec{\tau}_- &= \vec{r}_- \times \vec{F}_- \\
 &= -\frac{a}{2\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{a}{2\sqrt{2}} \hat{j} \times (-qE) \hat{j} \\
 &= \frac{aqE}{2\sqrt{2}} \hat{k} \\
 \vec{r}_+ &= \left[\left(\frac{a}{2\sqrt{2}} - 0 \right) \right] \hat{i} + \left[\left(\frac{a}{2\sqrt{2}} - 0 \right) \right] \hat{j} + (0 - 0) \hat{k} \\
 \vec{\tau}_+ &= \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ \\
 &= \frac{a}{2\sqrt{2}} \hat{i} + \frac{a}{2\sqrt{2}} \hat{j} \times (qE) \hat{j} \\
 &= \frac{aqE}{2\sqrt{2}} \hat{k} \\
 \vec{\tau}_{net} &= \vec{\tau}_- + \vec{\tau}_+ \\
 &= \frac{aqE}{\sqrt{2}} \hat{k}.
 \end{aligned}$$

Net Tork sıfırdan farklı olduğu için, dış Elektrik alanına bu şekilde konulmuş olan dipol dönmeye hareketi yapmaya başlayacaktır.

Önce bu torku bir başka türlü, elektrik dipol momenti cinsinden ifade etmeye çalışalım. Önce Elektrik Dipol momentini yazarsak

$$\begin{aligned}
 \vec{L} &= \left[\frac{a}{2\sqrt{2}} - \left(-\frac{a}{2\sqrt{2}} \right) \right] \hat{i} + \left[\frac{a}{2\sqrt{2}} - \left(-\frac{a}{2\sqrt{2}} \right) \right] \hat{j} + (0 - 0) \hat{k} \\
 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \hat{i} + \frac{a}{\sqrt{2}} \hat{j} \\
 \vec{p} &= q\vec{L} \\
 \vec{p} &= \frac{qa}{\sqrt{2}} \hat{i} + \frac{qa}{\sqrt{2}} \hat{j}
 \end{aligned}$$

Benzerliği düşünerek

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{p} \times \vec{E}(x, y, z) \quad (3.15)$$

Net Torkun şiddeti ile elektriksel dipol momenti ve dış elektrik alanın şiddetlerini en genel olarak yeniden yazalım.

$$|\vec{\tau}_{net}| = |\vec{p}| |\vec{E}(x, y, z)| \sin \theta. \quad (3.16)$$

Burada kullanılan açı, dipol momenti ile dış elektrik alan arasındaki açıdır.

Ev ödevi 15. Net Tork ile Elektrik dipol arasındaki ilişkiyi, Torkun tanımını direk kullanarak elde ediniz.

- Burada asıl sorulması gereken soru şudur, Dış Elektrik alanda neden dipol dönmeye zorluyor. Bunun altında yatan gerçek nedir?

Bu sorunun cevabı aslında vektörel çarpımda gizlidir.

- Eğer dipol momenti dış elektrik alana dik olursa ne olur?
Dönme etkisi maksimum olur.
- Eğer dipol momenti dış elektrik alana paralel olursa ne olur?
Dönme etkisi minimum olur. Buna **kararlı** denge durumu denir.
- Eğer dipol momenti dış elektrik alana anti paralel olursa ne olur?
Dönme etkisi minimum olur. Buna **kararsız** denge durumu denir.

Bu alt soruları ve cevaplarını düşünersek, dış elektrik alanın asıl amacının Elektrik Dipolü Elektriksel alan hizasına getirmek için döndürdüğü anlarız. Şimdi bu süreci inceleyelim.

Dipol ile E.A. aras. açı	Tork	Açısal İvme	Açısal Hız
$\theta = 90^\circ$	$-\hat{k}$, maksimum	$-\hat{k}$, maksimum	Sıfır
$0 < \theta < 90^\circ$	$-\hat{k}$, azalan	$-\hat{k}$, azalan	$-\hat{k}$, artan
$\theta = 0$	Sıfır	Sıfır	$-\hat{k}$, maksimum
$0 < \theta < -90^\circ$	$+\hat{k}$, artan	$+\hat{k}$, artan	$-\hat{k}$, azalan
$\theta = -90^\circ$	$+\hat{k}$, maksimum	$+\hat{k}$, maksimum	Sıfır
$0 < \theta < -90^\circ$	$+\hat{k}$, azalan	$+\hat{k}$, azalan	$+\hat{k}$, artan
$\theta = 0$	Sıfır	Sıfır	$+\hat{k}$, maksimum
$0 < \theta < 90^\circ$	$-\hat{k}$, artan	$-\hat{k}$, artan	$-\hat{k}$, azalan
$\theta = 90^\circ$	$-\hat{k}$, maksimum	$-\hat{k}$, maksimum	Sıfır

Bu hizalamaya çalışma süreci sürtünme olmadığı sürece, Dipol momentinin dış Elektrik Alana paralel halde olduğu kararlı denge konumu etrafında sürekli devam edecektir. Bu haliyle süreç tam olarak bir harmonik salıncı hareketidir.

3.8.1 Dış Elektrik Alan İçindeki Dipolün Enerjisi

Bir dipol elektrik alan içinde yön değiştirdiğinde elektrik alanın kuvvet momenti, dipol üzerinde iş yapar. Bu da Potansiyel enerji değişimi demektir. Sonsuz küçük $d\theta$ yerdeğiştirmelerinde Tork'un yaptığı diferansiyel iş dW

$$dW = \tau d\theta \quad (3.17)$$

Burada çok dikkat etmeliyiz. Dipol momenti ile Elektrik Alanın vektörel çarpımında tanımlanan açı, $x - y$ düzleminde pozitif x ekseninden saatin dönme yönünün tersine yani pozitif artışı göstermektedir. Oysa diferansiyel açının azalması saatin dönme yönde olduğundan şiddetin önüne $-$ işaret konulmalıdır. (Bunun en önemli sebebi açısal diferansiyel yerdeğişimin skaler bir nicelik olmasıdır.)

Diferansiyel işten toplam işi bulalım.

$$dW = -|\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta d\theta \quad (3.18)$$

$$W = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} |\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta d\theta \quad (3.19)$$

$$= |\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta|_{\theta_1}^{\theta_2} \quad (3.20)$$

$$= |\vec{p}||\vec{E}|(\cos\theta_2 - \cos\theta_1). \quad (3.21)$$

Potansiyel Enerjinin değişimi ile yapılan iş arasındaki ilişkiyi kullanırsak

$$W = -\Delta U \quad (3.22)$$

$$= U_1 - U_2 \quad (3.23)$$

Birbirleriyle ilişkilendirirsek

$$U_2 = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta_2 \quad (3.24)$$

$$U_1 = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta_1. \quad (3.25)$$

Burada Dipol'ün Potansiyel Enerjisi için olması gereken tanımı buluyoruz.

$$U_E = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta \quad (3.26)$$

$$U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (3.27)$$

- Potansiyel Enerji $\theta = 90^\circ$ iken $Sıfır$ 'dır.
- Potansiyel Enerji $\theta = 0$ iken, yani paralel iken, *negatiftir* ve kararlı denge konumundadır.
- Potansiyel Enerji $\theta = 180^\circ$ iken, yani antiparalel iken, *pozitiftir* ve kararsız denge konumundadır.

Doğadaki her fiziksel süreç üzerindeki enerjiyi minimuma indirmek amacıyla çalışır. Bu bakış açısı altında neden Elektrik Alanın dipolü kendine paralel hale getirmek için çabalamasını açıklamaktadır. Eğer dipol paralel olursa, dipolün Potansiyel Enerjisi minimum olacaktır.

Elektrik Alanın nötr cisimleri de indükleyip elektriksel dipoller oluşturulabileceğini unutmayınız. Bu indüklenmiş dipoller kararlı denge durumunda oluşacaktır.

3.8.2 Mikrodalga

Bütün bu süreç içinde Elektrik alanın düzgün olduğunu varsaydık. Elektrik alanın düzgün olmadığı durumlar da olabilir.

Mikro dalgalar günlük hayatta kullandığımız son derece faydalı cihazlardır. Su molekülleri birer dipol örneğidir. Yüksek frekanslı Elektrik Alan değişimleri Su moleküllerini harekete zorlar. Bu hareket moleküler sürtünmelerle madde içine ısı transferi sağlar.

Bu örneği size, bütün bu çalışmaların sadece teorik olmadığını izah etmek için veriyorum.

Chapter 4

GAUSS YASASI

Bir önceki bölümde herhangi bir yük dağılımının uzayın herhangi bir noktasında yarattığı elektrik alanı hesaplamayı öğrendik. Bu hesapların içinde çözümlememiz gereken zor integraller vardı. Bu integralleri sadece özel durumlar altında basit haller için çözdük. Fiziksel problemlerde zaman zaman fiziksel simetrisi kullanarak zor hesapları daha kolay yapabilmekteyiz.

Gauss yasası en basit anlamda Elektrik Alan ile Elektriksel yük dağılımı ilişkilendirmemize yarar. Daha özel olarak baktığımız ise, "bir hacimdeki Elektrik Alanı bakarak, o hacimde bu alanı yaratabilecek elektriksel yük dağılımı var mı yok mu?" sorusuna cevap bulmamızı sağlar. Ayrıca elektriksel yüklerin ilekten cisimler üzerine dağılımları hakkında bize bilgi verir.

Gauss yasasını anlayabilmemiz için öncelikle **akı** adını verdiğimiz yeni bir nicelik tanımlayacağız.

4.1 Akı

Bir kaynaktan çıkan ve kaynak miktarının ölçüsü olan fiziksel bir niceliktir. Vektörel veya Skaler niceliklerin akısı tanımlanabilir.

- Vektörel niceliklere örnek olarak
 - Elektrik Alan akısı,
 - Manyetik Alan akısı,
 - Akışkanların (sıvı veya rüzgar) akısı;
- Skaler niceliklere örnek olarak
 - Işık akısı,
 - Ses akısıdır.

4.1.1 Akışkan Akısı

Öncelikle bir sıvının akısını hesaplamayı öğrenelim. Yatay $\hat{i}$ boyunca sabit $\vec{v}$ hızıyla akan ρ yoğunluklu bir sıvı olsun. Bu akışkanı sabit hız vektörleri çizerek temsil edelim. Yüzey alanı $A = L^2$ olan kare bir süzgeci bu sıvıya daldıralım. Birim zamanda süzgecin içinden akan sıvının kütle akısını (**birim zamanda geçen kütle**) bulmak isteyelim.

- Süzgeci sıvının içine ne kadar batırdığımız önemlidir. Sıvının miktarı kullandığımız yüzey alan ile doğru orantılıdır.
- Süzgeci sıvının akış doğrultusuna göre hangi açı ile tuttuğumuz önemlidir. Eğer süzgeci sıvının akış doğrultusunda yatay tutarsak, sıvı süzgecin içinden geçmeyerek kenarlarından akar. Dolayısıyla süzgecin normalinin sıvının akış doğrultusu ile yaptığı açıya doğrusal bağımlılık vardır.
- Süzgecin içinden akan miktar, sıvının hızının şiddetine bağlıdır. Eğer sıvı daha hızlı akarsa, daha fazla kütle geçmiş olur.

Sıvının akısı

$$\begin{aligned}\Phi &= \rho v A \cos \theta \\ &= \rho \vec{v} \cdot \vec{A}.\end{aligned}$$

Burada

$$\vec{A} = A\hat{n}$$

süzgecin yüzey alanının normalidir. Bir yüzeyin bir doğrultuda iki farklı yöne bakan normali vardır. Biz sıvının akış yönündeki normali pozitif olarak kullanıyoruz.

Farklı bir süzgeç seçersek ne olacağını düşünelim. Süzgeçimizi bu sıvının kaynağı var mı yok mu anlamak için borunun içine sığabilen **KAPALI** bir silindir olarak seçelim. Silindirin üç farklı yüzeyi vardır. Taban, tavan ve yan yüzey: Bu kapalı yüzeylerin normalleri her zaman silindirin içinden dışarı olacak şekilde seçilir.

Sıvının akışı doğrultusunda yerleştirilmiş bu kapalı silindirden geçen sıvının akısına bakalım. Silindirin tabanı ve tavanı için

$$\begin{aligned}\Phi_{taban} &= \rho \vec{v} \cdot \vec{A}_{taban} \\ \Phi_{tavan} &= \rho \vec{v} \cdot \vec{A}_{tavan}.\end{aligned}$$

Sıvının akışı pozitif $\hat{i}$ yönünde olsun. Sıvının hızı ve yüzey alanlarının normalleri

$$\begin{aligned}\vec{v} &= v\hat{i} \\ \vec{A}_{taban} &= -A\hat{i} \\ \vec{A}_{tavan} &= A\hat{i}.\end{aligned}$$

Yanal yüzeyler için normal her noktada farklı olacaktır. Fakat akan sıvı her zaman yanal yüzeylerin normallerine dik kalacaktır. Dolayısıyla yanal yüzeylerin akısı sıfırdır. Toplam akı o halde

$$\begin{aligned}\Phi_{Toplam} &= \rho(v\hat{i}) \cdot (-A\hat{i}) + \rho(v\hat{i}) \cdot (A\hat{i}) + \Phi_{yanal} \\ &= 0.\end{aligned}$$

Seçtiğimiz kapalı süzgeçin içinden birim zamanda geçen toplam sıvı miktarı, yani net akı sıfır olduğundan seçilen bölge içinde bir sıvı kaynağı olmadığını anlıyoruz.

Ev ödevi 16. *Kapalı yüzey "Yüzeylerinin toplamı ile bir hacimi sara-bileceğiniz yapıdır". Kapalı yüzeyi eğri büğrü seçersek sizce toplam akı ne olur. Düşünün, yorumlayın.*

4.1.2 Elektrik ve Manyetik Alanların Akısı

Elektrik ve Manyetik alanlar vektörel alanlar olmakla birlikte bir akışkandan tamamen farklıdır. Örneğin elektrik alan içinde akan bir nesne yoktur. Biçimsel olarak ise uzayın her noktasında Elektrik Alan Vektörleri $\vec{E}(x, y, z)$ tanımlanarak, akışkanın hız vektörleri yerine kullanabiliriz.

Gelecek bölümde elektrik alan içine **SADECE KAPALI yüzeyler** koyarak akı hesaplayacağız. Bunun sebebi Gauss yasası'dır.

4.2 Yük ve Elektrik Alan Akısı

Dikdörtgen prizma şeklinde bir kutu alalım. Bu kutunun etrafındaki elektrik alan ile etkileşmediği kabulünü yapalım. bu tıpkı sürtünmeli yüzeylerdeki harekette sürtünmenin ihmal edilmesi gibidir. **Kutuyu Elektrik Yük içeren veya içermeyen kapalı bir hayali yüzey olarak düşüneceğiz.** Kapalı yüzeyden kast kutunun bir hacimi kapladığıdır.

Kutunun içinde (neden kapalı seçtiğimizin sebebidir) net pozitif bir elektrik yük varsa, kutunun yüzeylerinden Elektrik alan çizgileri dışarı çıkacaktır. Tam tersine eğer net negatif bir elektrik yük varsa kutunun yüzeylerinden içeri Elektrik alan çizgileri girecektir. Kutunun içinde net yük yoksa, kutuya giren ve çıkan elektrik alan çizgilerinde bir değişiklik olmayacaktır.

Örnek 26. *Bir elektrik dipolü alın.*

- *Elektrik Alan çizgilerini çizin.*
- *Pozitif yükün etrafına kapalı bir yüzey çizerek elektrik akıyı tartışınız.*
- *Negatif yükün etrafına kapalı bir yüzey çizerek elektrik akıyı tartışınız.*
- *İki yük dışarda kalacak şekilde orta bölgeye kapalı yüzey seçerek elektrik akıyı tartışınız.*

- İki yük içeride kalacak şekilde orta bölgeye kapalı yüzey seçerek elektrik akının tartışınız.
- Elektrik akı ile kapalı yüzey içinde kalan net yük arasında bir ilişki var mıdır?
- Kapalı yüzeyleri farklı çizerseniz bu sonuçta bir değişiklik olur mu?

4.3 Elektrik Akısı

Elektrik akısını eksiksik tanımlayabilmek için (derste size verdiğim) düzgün olmayan bir elektrik alan içine konulmuş kapalı bir yüzey düşünelim. Yüzeyi, herbirisini $\triangle S$ ile gösterdiğimiz sonsuz küçük (diferansiyel) yüzey elemanlarına bölelim. Bu diferansiyel alanlar o kadar ufaktır ki, bulundukları noktalarda düzlem gibidirler. Bu yüzeyleri normalleri her zaman dışa doğru yönelmiş olarak alınacaktır.

Her bir küçük diferansiyel kareye bir elektrik alan vektörü düştüğünü kabul edebiliriz çünkü elektrik alan vektörleri aslında her noktada farklıdır ve fakat o kadar küçük yüzey alanlarından söz ediyoruz ki o yüzeyler boyunca elektrik alan ancak tek değer alacaktır.

Her küçük bu diferansiyel karede Elektrik alan vektörleri ile yüzey alan normalleri farklı açılar yapar. Bazılarında geniş açı, bazılarında dik bazılarında ise dar açılardır. İşte elektrik alan akısı bu diferansiyel yüzeylere **iz düşen** elektrik alan vektörlerinin toplamı yani integralidir.

$$\Phi_E = \int \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \quad (4.1)$$

Elektrik alan akısı kapalı ve açık yüzeyler için aynı şekilde hesaplanırken, kapalı yüzeyleri belirtmek için integralin ortasına bir yuvarlak konulur.

$$\Phi_E = \oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \quad (4.2)$$

Örnek 27. *R yarıçaplı h uzunluğu olan bir silindir, düzgün bir elektrik alan içine yerleştirilmiş olsun. Silindirin z-ekseni ile elektrik alanı aynı doğrultuda alın.*

- Bu kapalı silindir yüzeyi için elektrik alan akısını hesaplayınız.

Elektrik alanı

$$\begin{aligned}
\vec{E}(x, y, z) &= E\hat{k} \\
\Phi_E &= \oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \\
&= E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{taban} + E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{tavan} + E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{yanal} \\
d\vec{S}_{tavan} &= dS\hat{k} \\
d\vec{S}_{taban} &= -dS\hat{k} \\
d\vec{S}_{yanal} &= dS(\hat{i}, \hat{j}) \text{ (karışık)} \\
&\Rightarrow E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{tavan} = E \int dS\hat{k} \cdot \hat{k} \\
&\Rightarrow E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{taban} = -E \int dS\hat{k} \cdot \hat{k} \\
&\Rightarrow E \int \hat{k} \cdot d\vec{S}_{yanal} = E \int dS[\hat{i} \cdot \hat{k} \text{ (veya)} \hat{j} \cdot \hat{k}] = 0 \\
\Phi_E &= E \int dS - E \int dS \\
&= ES_{tavan} - ES_{taban} \\
\Phi_E &= 0
\end{aligned}$$

4.4 Gauss Yasası

GAUSS YASASI: Herhangi bir elektrik alan içinde varsaydığımız kapalı bir yüzey (GAUSS YÜZEYİ) ile hesap ettiğimiz elektrik akının bu kapalı yüzey içindeki net yük ile ilişkili olduğudur.

Bu ilişki matematiksel olarak

$$\epsilon_0 \Phi_E = Q_{net} \quad (4.3)$$

$$\oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net}}{\epsilon_0} \quad (4.4)$$

4.4.1 Gauss yasası ile Coulomb yasası

$+q$ yükünün etrafında küresel bir r yarıçaplı bir GAUSS yüzeyi seçelim. Yük Gauss yüzeyinin tam merkezinde olsun. Elektrik alan küresel yüzeyin üzerindeki her noktasında radyal yöndedir.

$$\vec{E} = E\hat{r}.$$

Elektrik alan Gauss yüzeyinin her noktasında küresel yüzeyin normali ile aynı doğrultudadır.

$$d\vec{S} = dS\hat{r}.$$

Elektriksel akı

$$\begin{aligned}
 \Phi_E &= \oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \\
 &= \oint E\hat{r} \cdot dS\hat{r} \\
 &= \oint EdS(\hat{r} \cdot \hat{r}) \\
 &= \oint EdS.
 \end{aligned}$$

Gauss yüzeyinin merkezine yükü koyduğumuz için kapalı yüzey her noktada yükten eşit uzaklıktadır. Bu da Elektrik alan şiddetinin yüzeyin her noktası için sabit bir değer olduğunu bize söyler. Dolayısıyla integral dışına alınabilir.

$$\begin{aligned}
 \Phi_E &= E \oint dS \\
 &= E(4\pi r^2)
 \end{aligned}$$

Gauss yasasına göre

$$\begin{aligned}
 \Phi_E &= \frac{Q_{net}}{\epsilon_0} \\
 E(4\pi r^2) &= \frac{q}{\epsilon_0} \\
 E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.
 \end{aligned}$$

Elektrik alan radyal doğrultuda olduğuna göre

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}.$$

4.5 Gauss Yasası Örnekleri

Gauss yasasının uygulanması son derece simetrik yapılarda mümkündür. Eğer Gauss yüzeyi üzerinde Elektrik alan sabit değilse yüzey integralleri alınırken zorluklarla karşılaşılacaktır. Dolayısıyla küresel kabuklar, silindirik kabuklar gibi son derece simetrik yüzeyler uygun simetrik yüklerin etrafına sarılarak kullanılacaktır.

Sizlere aşağıda bir reçete sunuyorum. Bu reçeteyi lütfen her soruda kullanınız:

1. Yük dağılımını şematik olarak çizin. Bu size uygun simetriyi gösterecektir.
2. Yük dağılımının oluşturduğu elektrik alanın uzay simetisini düşünerek uygun Gauss yüzeyini belirleyin ve çiziniz.

- Noktasal yük, küresel bir kabukla
- Çizgisel doğrusal yük, silindirik bir kabukla
- Küresel yük, küresel bir kabukla
- Sonsuz düzlem, dikdörtgen prizma veya silindirik kabukla kapanabilir.

3. Elektrik alan yüzeylerin her noktasında eşit büyüklüklerde olmalıdır. Bu kapalı integrallerin kolaylıkla yapılmasına sebep olur.

Örnek 28. Üzerinde λ sabit çizgisel yük yoğunluğu olan pozitif yüklü sonsuz uzun iletken çubuğun uzayın herhangi bir noktasında oluşturduğu Elektrik Alanı hesaplayınız.

Örnek 29. Q yükü, R yarıçaplı bir iletken küreye düzgün olarak dağılmıştır. Kürenin içinde ve dışındaki elektrik alanı bulunuz?

Örnek 30. Q yükü, R yarıçaplı bir yalıtkan küreye düzgün olarak dağılmıştır. Kürenin içinde ve dışındaki elektrik alanı bulunuz?

Örnek 31. Yalıtkan sonsuz bir düzlem üzerine σ yüzeysel yük yoğunluğu düzgün olarak dağılmıştır. Uzayın düzlem dışındaki herhangi bir noktası için elektrik alanı bulunuz.

Örnek 32. R yarıçaplı iletken bir silindir üzerine ρ_h hacimsel yük yoğunluğu düzgün olarak dağılmıştır. Silindirin

- hemen dışında
- üzerinde
- içindeki

bölgelerdeki elektrik alanı hesaplayınız.

Örnek 33. R yarıçaplı yalıtkan bir silindir üzerine ρ_h hacimsel yük yoğunluğu düzgün olarak dağılmıştır. Silindirin

- hemen dışında
- üzerinde
- içindeki

bölgelerdeki elektrik alanı hesaplayınız.

Örnek 34. Yarıçapları sırasıyla R_1 ve R_2 olan iki uzun silindirik boru eş merkezi olarak yerleştirilmiştir. Silindirler eşit fakat zıt çizgisel yükle yüklenmiştir. Silindirlerin

- hemen dışında
- aralarında

- *iç kısımdaki*

bölgelerdeki elektrik alanı hesaplayınız.

Örnek 35. *Toplam Q yükü kalın yalıtkan bir küresel kabuk üzerine dağılmıştır. Kürenin iç yarıçapı R_1 dış yarıçapı da R_2 olsun. Küresel kabukların*

- *hemen dışında*
- *aralarında*
- *iç kısımdaki*

bölgelerdeki elektrik alanı hesaplayınız.

Chapter 5

ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ENERJİ ve ELEKTRİK POTANSİYEL

5.1 İş-Enerji Teoremi

Fizik I dersinde dinamik yasalarını öğrendikten hemen sonra İş-Enerji Teoremini öğrenmiştik. Elektrostatik dinamik yasası olan Coulomb yasasını öğrendikten sonra da İş-Enerji teoremini elektriksel anlamda bu bölümde çalışacağız.

Öncelikle elektriksel kuvvet ile iş enerji teoremini nasıl bağdaştıracığımızı anlamalıyız.

İş-Enerji teoremi: Eylemsiz bir referans sisteminde bir kuvvetin yaptığı işin sistemin kinetik enerjisindeki değişime karşılık gelmesidir. Eğer sözü geçen bu kuvvet korunumlu bir kuvvet ise, kinetik enerjideki değişim, potansiyel enerjisindeki değişimce karşılanacaktır.

Matematiksel olarak ifade etmek istersek bir kuvvetin yaptığı işi en genel olarak

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

gibi ifade etmiştik. Elektriksel kuvvetin yaptığı iş o halde

$$W_E = \int \vec{F}_E \cdot d\vec{r}$$

ile ifade edilecektir. Bu iş Parçacığın kinetik enerjisindeki değişimdir.

$$W_E = \Delta KE$$

5.1.1 Elektriksel kuvvetler Korunumlu Kuvvetler midir?

Öncelikle *Korunumlu kuvvet nedir?* sorusunu hatırlamamız lazım.

Bir kuvvetin yaptığı iş, yoldan bağımsız ise işi yapan kuvvet korunumludur denir.

Yüklü bir parçacığı elektrik alan bulunan bir noktaya bırakırsak, bu parçacığa bir elektriksel kuvvet etkir. Bu kuvvetin etkisi altında parçacık bir başka noktaya doğru hareket eder. İki nokta arasındaki bu yerdeğiştirme yerine başka yerdeğiştirmeler alalım. Örneğin önce elektrik alana dik hareket etsin sonra elektrik alan doğrultusunda yer değıştirsın ve tekrar elektrik alana dik hareket ederek ulaşmak istenen noktaya varsın. Bu hareketin birinci ve üçüncü aşamasında elektriksel kuvvetin yaptığı iş sıfır olacaktır. Sonuçta ikinci aşamada gerçekleştirilen paralel yerdeğiştirmeden dolayı yapılan iş aynı bulunacaktır. İşte bu yüzden elektriksel kuvvetin yaptığı iş yoldan bağımsızdır yani ”**Elektriksel kuvvet korunumludur**” denir.

5.2 Elektriksel Potansiyel Enerji

Korunumlu sistemlerin Toplam Enerjisi sabit kaldığından parçacıkların kinetik enerjilerdeki değışim bir başka cins enerji tarafından tolere edilir. Bu enerjiye en genel olarak Potansiyel Enerji demiştik.

$$\Delta KE = -\Delta U$$

Daha önce Potansiyel Enerjinin farklı cinsleriyle karşılaşmıştık. Bunlar:

- Kütleçekim Potansiyel Enerji
- Esneklik Potansiyel Enerji

idi. Bu bölümde bir başka cins potansiyel enerji olan Elektriksel Potansiyel Enerjiyi öğreneceğiz.

Q yükü kendisinden r uzakta bulunan q_0 yüküne radyal doğrultuda

$$\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} \hat{r} \quad (5.1)$$

kuvvetini uygular. Bu kuvvet etkisinde

$$d\vec{r} = dr\hat{r} \quad (5.2)$$

radyal doğrultuda yerdeğişimine uğrayan q_0 yüklü parçacık A noktasından B noktasına hareket eder. Bu yüklü parçacığın Kinetik Enerjisindeki değişim

$$W_E = \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{r} \quad (5.3)$$

$$= \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} dr \quad (5.4)$$

$$= -\frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_A^B \quad (5.5)$$

$$= \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] \quad (5.6)$$

Bu kinetik Enerji değişimi Elektrik Potansiyel Enerjideki değişim tarafından karşılanacaktır.

$$W_E = \Delta KE \quad (5.7)$$

$$= -\Delta U_E. \quad (5.8)$$

Dolayısıyla

$$\Delta U_E = - \int_A^B \vec{F}_E \cdot d\vec{r} \quad (5.9)$$

$$= -\frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] \quad (5.10)$$

$$U_E(B) - U_E(A) = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]. \quad (5.11)$$

Elektriksel potansiyel enerji A ve B noktalarında

$$U_E(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_A} \quad (5.12)$$

$$U_E(B) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_B}. \quad (5.13)$$

elde edilmiş olunur. Bu tanım herhangi bir nokta için genelleştirilerek ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ENERJİ ifadesi elde edilir.

$$U_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r} \quad (5.14)$$

Elektriksel potansiyel enerji skaler bir niceliktir ve birimi *Joule* olarak tanımlanır.

Burada genelleştirmeyi nasıl yaptığımızı açmak istiyorum. q_0 yükünü ∞ 'dan Q noktasına r kadar uzakta bulunan bir noktaya getirdiğimizi düşünürüz. Bu şekilde sonsuzdaki elektriksel potansiyel enerji sıfır elde edilir. Dolayısıyla Elektriksel potansiyel enerjinin bir diğer tanımı bulunur.

q_0 yükünü, Q yüküne sonsuzdan r kadar uzağa getirmek için yapılan iştir.

5.2.1 Elektrik Potansiyel Enerjisinin Yorumu

Korunumlu bir sistemde,

- Qq_0 çarpımı negatif olsun. Zıt yükler birbirini çekeceklerdir yani ilk radyal mesafeleri son radyal mesafelerine göre **büyük** olacaktır. Bu durumda elektriksel kuvvetin yaptığı iş, bir başka deyişle Kinetik Enerjideki değişim, **pozitif** hale gelmektedir. Elektriksel potansiyel enerjideki değişim ise **negatif** olmaktadır.

$$\begin{aligned} W_E &= \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] \\ \Delta KE &> 0 \\ \Delta U_E &< 0. \end{aligned}$$

Bu hareketli yükün son kinetik enerjisinin ilk kinetik enerjisinden büyük olduğu, son elektriksel potansiyel enerjisinin ise ilkinin göre küçük olduğu anlamına gelir. Bu hareket tıpkı yokuştan aşağı kayan bir cisime benzer. Negatif yükler birbirini çeker ve hızlanarak birbirlerine doğru hareket ederler.

- Qq_0 çarpımı pozitif olsun. Aynı cins yükler birbirini iteceklerdir yani ilk radyal mesafeleri son radyal mesafelerine göre **küçük** olacaktır. Bu durumda da elektriksel kuvvetin yaptığı iş, bir başka deyişle Kinetik Enerjideki değişim, **pozitif** hale gelmektedir. Elektriksel potansiyel enerjideki değişim ise **negatif** olmaktadır.

$$\begin{aligned} W_E &= \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] \\ \Delta KE &> 0 \\ \Delta U_E &< 0. \end{aligned}$$

Bu hareketli yükün son kinetik enerjisinin ilk kinetik enerjisinden büyük olduğu, son elektriksel potansiyel enerjisinin ise ilkinin göre küçük olduğu anlamına gelir. Bu hareket tıpkı yokuştan aşağı kayan bir cisime benzer. Pozitif yükler birbirini iter ve birbirlerinden uzaklaşırlar. Uzaklaştıkça da birbirlerinden daha az etkilenirler.

5.3 Elektrik Potansiyel

Elektrik kuvvet ile Elektrik alan arasındaki ilişkinin aynısı Elektriksel Potansiyel Enerji ile Elektriksel Potansiyel arasında bulunmaktadır.

- Elektrik alan birim yük başına düşen elektriksel kuvvet olarak tanımlıdır.

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}(x, y, z)}{q_0}$$

- Elektriksel Potansiyelde birim yük başına düşen Elektriksel potansiyel enerji olarak tanımlanacaktır.

$$V(r) = \frac{U(r)}{q_0}$$

Skalar bir niceliktir

$$\frac{Joule}{C} \equiv Volt \quad (5.15)$$

$$\frac{1(J)}{1(C)} \equiv 1(V) \quad (5.16)$$

olarak tanımlanır.

Elektrik potansiyel, tıpkı Elektrik alan gibi, q_0 deneme yüküne bağlı değildir. Sadece kendisini oluşturan yükün veya yüklerin fiziksel bir özelliğidir.

5.3.1 Nokta Yükün Elektrik Potansiyeli

Noktasal q yükünün, kendisinden r mesafedeki noktalarda oluşturduğu Elektrik Potansiyel

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (5.17)$$

ile ifade edilir. Hemen anlaşılacağı gibi bu yükün kendinden sonsuz uzaktaki noktalardaki Elektrik Potansiyeli **SIFIR**'dır.

5.3.2 Nokta Yükün Elektrik Potansiyel Farkı

Noktasal q yükünün, kendisinden $|\vec{r}_A|$ ve $|\vec{r}_B|$ mesafedeki noktalarında oluşturduğu Elektrik Potansiyellerin farkı

$$\Delta V \equiv \frac{U_B - U_A}{q} \quad (5.18)$$

$$= V_B - V_A \quad (5.19)$$

$$V_B - V_A \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}_B|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}_A|} \quad (5.20)$$

$$= -\frac{1}{q_0} \int_A^B \vec{F}_E \cdot d\vec{r} \quad (5.21)$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (5.22)$$

$V_B - V_A$ Elektrik Potansiyel Farkı: bir deneme yükünün A noktasından B noktasına getirebilmesi için birim yük başına düşen iştir. Bu iş bir dış kuvvet tarafından da yapılabilir. Eğer dış kuvvet yok ise, elektriksel potansiyel enerjideki değişim Kinetik enerjideki değişimce karşılır.

Bundan dolayı, Elektrik alan içinde bulunan bir test yükü, bu yükün tanımladığı elektrik potansiyel noktalarında her zaman yüksek elektrik potansiyel noktalarından düşük elektrik potansiyel noktalara hareket eder. Böylelikle Elektriksel Potansiyel Enerjisi azalır fakat Kinetik Enerjisi artar.

5.3.3 Birden Fazla Noktasal Yükün Elektrik Potansiyeli

Elektrik alanda olduğu gibi Elektrik Potansiyel de üst üste bindirme tekniği ile hesaplanır. Aralarındaki çok önemli fark, elektrik potansiyelin Skalar bir nicelik olduğudur.

N tane noktasal yükün P noktasında oluşturduğu Elektrik Potansiyel

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} \quad (5.23)$$

5.3.4 Sürekli Yük Dağılımının Elektrik Potansiyeli

Yükler süreksiz değilse sürekli bir yapıda dağılmışlarsa, yükleri diferansiyel yükler parçalarına bölüp hesap yapmak gerekir.

$$V_P = \int dV \quad (5.24)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (5.25)$$

5.3.5 Noktasal Yük Dağılımının Elektriksel Potansiyel Enerjisi

Yük dağılımlarının Elektrik Potansiyeli ile Elektriksel Potansiyel Enerjileri arasında yakın bir ilişki vardır. Bunu

$$U(r) = q_0 V(r) \quad (5.26)$$

$$= q_0 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} \right) \quad (5.27)$$

Fakat dikkat ediniz bu ifade sadece q_0 yükünün Elektriksel Potansiyel Enerjisini ifade eder. Dolayısıyla sistemin toplam Elektriksel Potansiyel Enerjisi değildir.

Bir başka deyişle bu ifade q_0 yükünü var olan diğer yüklerin yanına sonsuzdan getirmek için yapılan iştir. Sistemin toplam Elektriksel Potansiyel Enerjisini anlamak için her yük için bu işlemi tekrarlamamız gerekir. Önce üç yük için örnek bir durum yaratalım ve genellemeyi nasıl yazacağımızı anlayalım.

Örnek 36. q_1 , q_2 ve q_3 yüklerinden oluşan sistemin Elektriksel Potansiyel Enerjisini Hesaplayınız.

- Önce ilk yükü sonsuzdan r_1 konumuna getirmek için gerekli olan işi yazalım.

Etrafta başka bir yük olmadığından Elektrik alan yoktur, dolayısıyla elektriksel iş yoktur ve ilk yükü getirmek için elektriksel iş yapılmaz.

$$U_1(r) = 0.$$

- Şimdi ikinci yükü ilk yükten r_{12} mesafeye getirmek için yapılması gereken işi yazalım.

Şimdi durum değişti. İlk yük etrafında bir elektrik alan yarattı ve ikinci yükü getirmek için elektriksel kuvvet bir iş yapar.

$$\begin{aligned} U_2(r) &= q_2 V_1 \\ &= q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}} \end{aligned}$$

- Son olarak üçüncü yükü sonsuzdan taşıyacağız. Şu anda iki adet yükün oluşturduğu elektrik alan var, bu alanın yaptığı iş

$$\begin{aligned} U_3(r) &= q_3 V_1 + q_3 V_2 \\ &= q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{13}} + q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{23}} \end{aligned}$$

- O halde sistemin TOPLAM ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ENERJİSİ

$$\begin{aligned} U_T &= U_1 + U_2 + U_3 \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \end{aligned}$$

Bu üç yükten oluşan sistemin Toplam Elektriksel Potansiyel Enerjisi

$$\begin{aligned}
U_T &= q_2 V_1 + q_3 V_1 + q_3 V_2 \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i>j}^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i,j=1;i \neq j}^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \\
&= \frac{1}{2} q_1 \sum_{i=1}^N V_i + \frac{1}{2} q_2 \sum_{i=1}^N V_i + \cdots + \frac{1}{2} q_N \sum_{i=1}^N V_i \\
&= \frac{1}{2} q_1 \sum_{i=1;i \neq 1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i1}} + \frac{1}{2} q_2 \sum_{i=1;i \neq 2}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i2}} + \cdots + \frac{1}{2} q_N \sum_{i=1;i \neq N}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_N}{r_{iN}}
\end{aligned}$$

Bu tüm sistemin Elektriksel Potansiyel Enerjisidir, yani tüm yükleri sonsuzdan taşımak için gerekli olan enerji miktarıdır.

Örnek 37. $(0; 0; 0)$ noktasına $2(\mu C)$ ve $(0; 3(m); 0)$ noktasına $-4(\mu C)$ yükler yerleştirilmiştir.

- Bu iki yükün $(2(m); 0; 0)$ olan A noktasını ve $(0; 2(m); 0)$ olan B noktasındaki toplam elektrik potansiyelleri nedir?

A noktasındaki elektrik potansiyel aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
V_A &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{1A}} + \frac{q_2}{r_{2A}} \right) \\
\vec{r}_{1A} &= \left[\left(2(m) - 0(m) \right) \hat{i} + \left(0(m) - 0(m) \right) \hat{j} + \left(0(m) - 0(m) \right) \hat{k} \right] \\
&= 2(m) \hat{i} \\
|\vec{r}_{1A}| &= 2(m) \\
\vec{r}_{2A} &= \left[\left(2(m) - 0(m) \right) \hat{i} + \left(0(m) - 3(m) \right) \hat{j} + \left(0(m) - 0(m) \right) \hat{k} \right] \\
&= 2(m) \hat{i} - 3(m) \hat{j} \\
|\vec{r}_{2A}| &= \sqrt{(2(m))^2 + (-3(m))^2} \\
&= \sqrt{13}(m). \\
V_A &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \left[\frac{2 * 10^{-6}(C)}{2(m)} + \frac{-4 * 10^{-6}(C)}{\sqrt{13}(m)} \right] \\
&= 9 * 10^3 \left(\frac{Nm}{C} \right) (1,00 - 1,11) \\
&= -0,99(kV).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_B &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{1B}} + \frac{q_2}{r_{2B}} \right) \\
\vec{r}_{1B} &= \left[\left(0(m) - 0(m) \right) \hat{i} + \left(2(m) - 0(m) \right) \hat{j} + \left(0(m) - 0(m) \right) \hat{k} \right] \\
&= 2(m) \hat{j} \\
|\vec{r}_{1B}| &= 2(m) \\
\vec{r}_{2B} &= \left[\left(0(m) - 0(m) \right) \hat{i} + \left(2(m) - 3(m) \right) \hat{j} + \left(0(m) - 0(m) \right) \hat{k} \right] \\
&= -1(m) \hat{j} \\
|\vec{r}_{2B}| &= 1(m) \\
V_B &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \left[\frac{2 * 10^{-6}(C)}{2(m)} + \frac{-4 * 10^{-6}(C)}{1(m)} \right] \\
&= 9 * 10^3 \left(\frac{Nm}{C} \right) (1,00 - 4,00) \\
&= -27(kV).
\end{aligned}$$

- $V_B - V_A$ elektrik potansiyel farkı nedir?

$$\begin{aligned}
V_B - V_A &= -27(kV) - (-0,99(kV)) \\
&= -26,01(kV).
\end{aligned}$$

B noktasındaki elektrik potansiyeli A noktasındaki elektrik potansiyelden daha büyüktür.

- $3\mu C$ 'lık bir yükü sonsuzdan $(2(m); 0; 0)$ noktasına getirmek için ne kadarlık enerji gereklidir?

$$\begin{aligned}
U_B &= q_0 V_B \\
&= 3 * 10^{-6}(C) * (-27(kV)) \\
&= -0,81(J).
\end{aligned}$$

B noktasındaki elektrik potansiyel negatiftir. Pozitif deneme yükü negatif potansiyelle doğru çekilir. Elektriksel kuvvet yükü B noktasına getirirken yükün kinetik enerjisi artar, elektriksel potansiyel enerjisi azalır.

5.3.6 ElektronVolt ne demektir?

Son yıllarda yüksek enerji fiziği günlük hayatımıza girmiştir. CERN'de yapılan tarihi deneylerde sıklıkla duyduğumuz (eV) , (MeV) , (GeV) gibi ifadelerin ne anlama geldiğini belirtmek istiyorum.

1(eV) bir elektronun 1(V)'luk potansiyel fark içinde kazandığı Kinetik Enerjidir.

$$1(eV) = 1,6 * 10^{-19}(C) * 1(V) \quad (5.28)$$

$$= 1,6 * 10^{-19}(J) \quad (5.29)$$

$$1(MeV) = 10^6(eV) \quad (5.30)$$

$$1(GeV) = 10^9(eV). \quad (5.31)$$

5.4 Dipolün Elektrik Potansiyeli

Bir düzlem üzerinde bulunan ve şiddeti $|\vec{p}|$ olan dipolün, düzlem üzerinde herhangi bir noktadaki elektrik potansiyelini hesaplayacağız.

Örnek 38. q yükü $(L/2, 0)$ noktasında, $-q$ yükü ise $(-L/2, 0)$ noktasında bulunsun. Bu dipolün düzlem üzerindeki herhangi bir $P(x, y)$ noktasındaki elektrik potansiyelini elde edelim.

$$\begin{aligned} V(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} \right) \\ \vec{r}_{1P} &= \left[\left(x - L/2 \right) \hat{i} + \left(y - 0 \right) \hat{j} \right] \\ |\vec{r}_{1P}| &= \sqrt{\left(x - L/2 \right)^2 + y^2} \\ \vec{r}_{2P} &= \left[\left(x + L/2 \right) \hat{i} + \left(y - 0 \right) \hat{j} \right] \\ |\vec{r}_{2P}| &= \sqrt{\left(x + L/2 \right)^2 + y^2} \\ V(x, y) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{\sqrt{\left(x - L/2 \right)^2 + y^2}} + \frac{-q}{\sqrt{\left(x + L/2 \right)^2 + y^2}} \right] \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left[\left(x - L/2 \right)^2 + y^2 \right]^{-1/2} - \left[\left(x + L/2 \right)^2 + y^2 \right]^{-1/2} \right] \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left[x^2 + y^2 - xL + \frac{L^2}{4} \right]^{-1/2} - \left[x^2 + y^2 + xL + \frac{L^2}{4} \right]^{-1/2} \right] \end{aligned}$$

Seçilen P noktası dipole çok uzak olsun. Bunun anlamı $r^2 = x^2 + y^2 \gg L^2$ 'dir.

Seri açılımı yapılırsa

$$\begin{aligned}
 V(x, y) &\simeq \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left[r^2 \left(1 - \frac{xL}{r^2} \right) \right]^{-1/2} - \left[r^2 \left(1 + \frac{xL}{r^2} \right) \right]^{-1/2} \right] \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{xL}{r^2} + \dots \right) - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{xL}{r^2} + \dots \right) \right] \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left(\frac{xL}{r^2} \right) \\
 \cos \theta &= \frac{x}{r} \\
 |\vec{p}| &= qL \\
 V(x, y) &\simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|\vec{p}| \cos \theta}{r^2}
 \end{aligned}$$

5.5 Eşpotansiyel

Bir yük dağılımının oluşturduğu **Elektrik Potansiyelin aynı olduğu noktalara Eşpotansiyel Noktalar** denir. Bu noktalar *iki boyutta bir eğri olabileceği* gibi, *üç boyutta bir bir yüzey* de oluşturabilirler ve **Eşpotansiyel Eğriler** ve **Eşpotansiyel Yüzey** isimlerini alırlar.

Örnek 39. *Noktasal bir q yükünün kendinden r uzaktaki tüm noktalarda eşit bir elektrik potansiyeli vardır. Bu geometrik yapının, yükün etrafını bir küresel kabuk gibi sardığını düşünebiliriz.*

Eşpotansiyel yüzey boyunca Elektrik potansiyel sabit olduğu için, Elektrik Alana giren test yükü sabit hızla hareket eder, yani elektriksel bir iş yapılmaz. Bunu matematik yolla anlatmanın bir yolu, **Elektrik Alanın EŞPOTANSİYEL YÜZEYE her noktada DİK OLDUĞU**'dur.

Ev ödevi 17. *Aşağıda verilen yük dağılımlarının Eşpotansiyel yüzeylerini çizerek elektrik alanlar çizgilerini elde etmeye çalışınız.*

- Noktasal bir q yükü,
- Zıt yüklü sonsuz büyük iki levha,
- Bir dipol.

5.6 Elektrik Alan ve Potansiyel

Elektrik alanı bildiğimiz zaman iki nokta arasındaki Elektrik potansiyel farkını hesaplayabildiğimizi öğrenmiştik. Hatırlatmak gerekirse

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_B - V_A \\
&= - \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} \\
\Delta V &= \int_{r_A}^{r_B} dV \\
\Rightarrow dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{r}.
\end{aligned}$$

Bu ifadeyi bazen

$$\vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} \quad (5.32)$$

$$= -\vec{\nabla} V. \quad (5.33)$$

olarak da yazılır. **Gradyent** operatörü yöne göre türev alma anlamına gelir.

5.6.1 Fiziksel Anlamı

Elektrik alan bir eşpotansiyelden diğer bir eğpotansiyele en kısa yön boyunca uzar.

Farklı bir yoldan da: Potansiyeldeki azalmanın en büyük olduğu yönde bir Elektrik alan oluşur.

5.6.2 Farklı Koordinat sistemlerinde Gradyent

- Kartazyan Koordinatlarda

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.34)$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \hat{i} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \quad (5.35)$$

$$\Rightarrow E_x(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \quad (5.36)$$

$$\Rightarrow E_y(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \quad (5.37)$$

$$\Rightarrow E_z(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z}. \quad (5.38)$$

- Polar Koordinatlarda

$$\vec{\nabla} = \hat{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \hat{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (5.39)$$

- Silindirik Koordinatlarda

$$\vec{\nabla} = \hat{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \hat{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.40)$$

- Küresel Koordinatlarda

$$\vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\phi} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{r \sin \phi} \hat{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (5.41)$$

Örnek 40. Noktasal yükün Elektrik Potansiyelini kullanarak uzayın herhangi bir noktasındaki Elektrik Alanını bulunuz.

- Kartezyan koordinatlarda yapınız.

Koordinat sisteminin merkezinde bulunan q yükünün uzayın herhangi bir noktasına olan uzaklığı

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

dir. Elektrik Potansiyel

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

ile bulunur. Elektrik alan ise bu elektrik potansiyelin gradyantının negatifi-
fidir.

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= -\hat{i} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} - \hat{j} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} - \hat{k} \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \\ \vec{E}(x, y, z) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right] \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

- Küresel koordinatlarda yapınız.

Bu durumda yükten r kadar uzaktaki noktalardaki Elektrik potansiyeli yazarız.

$$\begin{aligned} V(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \\ \vec{E}(r, \theta, \phi) &= -\hat{r} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \hat{\phi} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \phi} - \frac{1}{r \sin \phi} \hat{\theta} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \theta} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q}{r} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}. \end{aligned}$$

Örnek 41. $(0; 0; 0)$ noktasına $q_1 = 2(\mu C)$ ve $(0; 3(m); 0)$ noktasına $q_2 = -4(\mu C)$ yükleri yerleştirilmiştir.

- Uzayın herhangi bir noktası için Elektrik Potansiyeli ifade ediniz.

$$\begin{aligned}
 V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right] \\
 \vec{r}_1 &= \left[(x-0)\hat{i} + (y-0)\hat{j} + (z-0)\hat{k} \right] \\
 |\vec{r}_1| &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\
 \vec{r}_2 &= \left[(x-0)\hat{i} + (y-3(m))\hat{j} + (z-0)\hat{k} \right] \\
 |\vec{r}_2| &= \sqrt{x^2 + (y-3(m))^2 + z^2} \\
 V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{x^2 + (y-3(m))^2 + z^2}} \right]
 \end{aligned}$$

- Uzayın herhangi bir noktası için Elektrik Alanı Elektrik Potansiyelden türetiniz.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_x(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \frac{x\hat{i}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} + q_2 \frac{x\hat{i}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} \right] \\
 \vec{E}_y(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \frac{(y-3(m))\hat{j}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} + q_2 \frac{(y-3(m))\hat{j}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} \right] \\
 \vec{E}_z(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \frac{z\hat{k}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} + q_2 \frac{z\hat{k}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} \right] \\
 \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}_x(x, y, z) + \vec{E}_y(x, y, z) + \vec{E}_z(x, y, z) \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \frac{x\hat{i} + (y-3(m))\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} + q_2 \frac{x\hat{i} + (y-3(m))\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + (y-3(m))^2 + z^2]^{3/2}} \right] \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{|\vec{r}_1|^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{|\vec{r}_2|^2} \hat{r}_2 \right] \\
 &= \vec{E}_1(x, y, z) + \vec{E}_2(x, y, z).
 \end{aligned}$$

Örnek 42. q yükü $(L/2, 0)$ noktasında, $-q$ yükü ise $(-L/2, 0)$ noktasında bulunsun. Bu dipolün düzlem üzerindeki herhangi bir $P(x, y)$ noktasındaki elektrik alanını elektrik potansiyelini kullanarak elde edelim.

- Bu dipolün elektrik potansiyelini hesaplamıştık.

$$\begin{aligned}
 V(x, y) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left[(x - L/2)^2 + y^2 \right]^{-1/2} - \left[(x + L/2)^2 + y^2 \right]^{-1/2} \right] \\
 E_x(x, y) &= -\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x - L/2)}{[(x - L/2)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{(x + L/2)}{[(x + L/2)^2 + y^2]^{3/2}} \right] \\
 E_y(x, y) &= -\frac{\partial V(x, y)}{\partial y} \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{y}{[(x - L/2)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{y}{[(x + L/2)^2 + y^2]^{3/2}} \right] \\
 \vec{E}(x, y) &= E_x(x, y)\hat{i} + E_y(x, y)\hat{j} \\
 \vec{E}(x, y) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x - L/2)\hat{i} + y\hat{j}}{[(x - L/2)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{(x + L/2)\hat{i} + y\hat{j}}{[(x + L/2)^2 + y^2]^{3/2}} \right]
 \end{aligned}$$

Bu sonucun üçüncü bölümde yaptığımız hesap ile aynı sonucu verdiğine dikkat ediniz.

Örnek 43. Belirli bir yük dağılımının oluşturduğu elektrik potansiyel, konumun bir fonksiyonu olarak

$$V(x, y, z) = Axy^2 - Byz$$

ile verilsin. A ve B sabitler olmak üzere

- $(2(m); -1(m); -3(m))$ deki Elektrik potansiyeli yazınız.

$$V(2(m); -1(m); -3(m)) = 2A(m^3) - 3B(m^2).$$

- *Elektrik Alanı Elektrik potansiyeli kullanarak türetiniz.*

$$\begin{aligned}
E_x(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \\
&= -Ay^2 \\
E_y(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \\
&= -2Ax + Bz \\
E_z(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \\
&= By \\
\vec{E}(x, y, z) &= E_x(x, y, z)\hat{i} + E_y(x, y, z)\hat{j} + E_z(x, y, z)\hat{k} \\
&= (-Ay^2)\hat{i} + (-2Ax + Bz)\hat{j} + (By)\hat{k}.
\end{aligned}$$

- *Elektrik alanın $(2(m); -1(m); -3(m))$ 'deki değerini bulunuz.*

$$\vec{E}[2(m); -1(m); -3(m)] = [-A(m^2)]\hat{i} + [2A(m^2) - 3B(m)]\hat{j} + [-B(m)]\hat{k}.$$

Örnek 44. *R yarıçaplı, toplam Q yüklü düzgün bir halkanın*

- *Uzayın herhangi bir noktasında oluşturduğu Elektrik potansiyeli yazınız.*

Diyelim ki halka $x - y$ düzleminde olsun.

$$\begin{aligned}
dV(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \\
V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \\
dq &= \frac{Q}{2\pi R} R d\theta \\
\vec{r} &= (x - R \cos \theta)\hat{i} + (y - R \sin \theta)\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\
|\vec{r}| &= \sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2} \\
V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}}
\end{aligned}$$

- *$(0, 0, z)$ noktasındaki Elektrik potansiyeli hesaplayınız.*

$$\begin{aligned}
V(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(0 - R \cos \theta)^2 + (0 - R \sin \theta)^2 + z^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{R^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + z^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \int_0^{2\pi} d\theta \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} 2\pi \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + z^2}}.
\end{aligned}$$

- *Bu elektrik potansiyeli kullanarak uzayın herhangi bir noktası için elektrik alanı nasıl ifade edileceğini bulunuz.*

Elektrik Alanı Elektrik Potansiyelden türeteceğiz ve daha önce bulduğumuz sonuç ile mukayese edeceğiz.

$$\begin{aligned}
E_x(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \\
&= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(x - R \cos \theta)}{[(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\
E_y(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \\
&= -\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(y - R \sin \theta)}{[(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\
E_z(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \\
&= -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{z}{[(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}} \\
\vec{E}(x, y, z) &= E_x(x, y, z)\hat{i} + E_y(x, y, z)\hat{j} + E_z(x, y, z)\hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(x - R \cos \theta)\hat{i} + (y - R \sin \theta)\hat{j} + z\hat{k}}{[(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2]^{3/2}}
\end{aligned}$$

Örnek 45. Q yükü $2L$ uzunluklu bir çubuğa düzgün dağılmıştır..

- Uzayın herhangi bir noktası için Elektrik Potansiyeli yazınız.

Diyelim ki yüklü çubuk O_y eksenine simetrik yerleştirilmiş olsun.

$$\begin{aligned}
dV(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \\
V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \\
dq &= \frac{Q}{2L} dy' \\
\vec{r} &= (x - 0)\hat{i} + (y - y')\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\
|\vec{r}| &= \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2} \\
V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2}}
\end{aligned}$$

- Çubuğun merkezinden geçen dikme üzerindeki herhangi bir nokta için Elektrik Potansiyeli hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
V(x, 0, 0) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + (0 - y')^2 + 0^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + y'^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \ln(y' + \sqrt{x^2 + y'^2}) \Big|_{-L}^L \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \ln \frac{(L + \sqrt{x^2 + L^2})}{(-L + \sqrt{x^2 + L^2})}
\end{aligned}$$

- Uzayın herhangi bir noktası için Elektrik Alanı Elektrik Potansiyelden türetiniz.

$$\begin{aligned}
E_x(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \\
&= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{x}{[x^2 + (y - y')^2 + z^2]^{3/2}} \\
E_y(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \\
&= -\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{(y - y')}{[x^2 + (y - y')^2 + z^2]^{3/2}} \\
E_z(x, y, z) &= -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \\
&= -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{z}{[x^2 + (y - y')^2 + z^2]^{3/2}} \\
\vec{E}(x, y, z) &= E_x(x, y, z)\hat{i} + E_y(x, y, z)\hat{j} + E_z(x, y, z)\hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L} \int_{-L}^L dy' \frac{x\hat{i} + (y - y')\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + (y - y')^2 + z^2]^{3/2}}
\end{aligned}$$

Örnek 46. $x - y$ düzleminde bulunan R yarıçaplı, toplam Q yüklü düzgün ince bir diskin

- Uzayın herhangi bir noktasında oluşturduğu Elektrik potansiyeli yazınız.

$$\begin{aligned}
 dq &= \frac{Q}{\pi R^2} \rho d\rho d\theta \\
 |\vec{r}| &= \sqrt{(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2} \\
 dV &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\sqrt{(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2}} \\
 V(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2}}
 \end{aligned}$$

- Diskin merkezinden geçen doğru üzerindeki bir nokta için Elektrik potansiyeli bulunuz.

$$\begin{aligned}
 V(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{(0 - \rho \cos \theta)^2 + (0 - \rho \sin \theta)^2 + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{\rho^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi \int_0^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} \int_0^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} \sqrt{\rho^2 + z^2} \Big|_0^R \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} \left[\sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right]
 \end{aligned}$$

- Elektrik potansiyeli kullanarak pozitif z eksenini üzerindeki herhangi bir nokta için elektrik alanı nasıl ifade edileceğini bulunuz.

Önce Elektrik alanın x bileşenini $(0,0,z)$ noktasında hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
\vec{E}_x(x,y,z) &= -\frac{\partial}{\partial x}V(x,y,z)\hat{i} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^R\rho d\rho\int_0^{2\pi}d\theta\frac{-(x-\rho\cos\theta)}{\left[(x-\rho\cos\theta)^2+(y-\rho\sin\theta)^2+z^2\right]^{3/2}}\hat{i} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^R\rho d\rho\int_0^{2\pi}d\theta\frac{(x-\rho\cos\theta)}{\left[(x-\rho\cos\theta)^2+(y-\rho\sin\theta)^2+z^2\right]^{3/2}}\hat{i} \\
\vec{E}_x(0,0,z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^R\rho d\rho\int_0^{2\pi}d\theta\frac{(0-\rho\cos\theta)}{\left[(0-\rho\cos\theta)^2+(0-\rho\sin\theta)^2+z^2\right]^{3/2}}\hat{i} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^R\rho d\rho\int_0^{2\pi}d\theta\frac{\rho\cos\theta}{\left[\rho^2+z^2\right]^{3/2}}\hat{i} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^Rd\rho\frac{\rho^2}{\left[\rho^2+z^2\right]^{3/2}}\int_0^{2\pi}d\theta\cos\theta\hat{i} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^Rd\rho\frac{\rho^2}{\left[\rho^2+z^2\right]^{3/2}}\left(\sin\theta\right)\Big|_0^{2\pi}\hat{i} \\
\vec{E}_x(0,0,z) &= 0
\end{aligned}$$

Şimdi Elektrik alanın y bileşenini $(0, 0, z)$ noktasında hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
\vec{E}_y(x, y, z) &= -\frac{\partial}{\partial y} V(x, y, z) \hat{j} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{-(y - \rho \sin \theta)}{\left[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{j} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(y - \rho \sin \theta)}{\left[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{j} \\
\vec{E}_y(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(0 - \rho \sin \theta)}{\left[(0 - \rho \cos \theta)^2 + (0 - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{j} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\rho \sin \theta}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{j} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R d\rho \frac{\rho^2}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \sin \theta \hat{j} \\
&= +\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R d\rho \frac{\rho^2}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \left(\cos \theta \Big|_0^{2\pi} \right) \hat{i} \\
\vec{E}_y(0, 0, z) &= 0
\end{aligned}$$

Son olarak Elektrik alanın z bileşenini $(0, 0, z)$ noktasında hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
\vec{E}_z(x, y, z) &= -\frac{\partial}{\partial z} V(x, y, z) \hat{k} \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{-z}{\left[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{z}{\left[(x - \rho \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{k} \\
\vec{E}_z(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{z}{\left[(0 - \rho \cos \theta)^2 + (0 - \rho \sin \theta)^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \frac{z}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R d\rho \frac{\rho z}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^R d\rho \frac{\rho z}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} (2\pi) \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Qz}{R^2} \int_0^R \frac{d\rho \rho}{\left[\rho^2 + z^2\right]^{3/2}} \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Qz}{R^2} \left(\frac{-1}{\left(\rho^2 + z^2\right)^{3/2}} \right) \Big|_0^R \hat{k} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Qz}{R^2} \left[\frac{-1}{\sqrt{R^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2}} \right] \hat{k} \\
\vec{E}(0, 0, z > 0) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \hat{k}.
\end{aligned}$$

- Elektrik potansiyeli yarıçaptan çok uzak noktalar için bulunuz.

$$\begin{aligned}
V(0, 0, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} |z| \left[\sqrt{1 + \frac{R^2}{z^2}} - 1 \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{R^2} |z| \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{z^2} - \dots - 1 \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z}.
\end{aligned}$$

- Noktasal yük gibi davrandığını ispatladık.

Örnek 47. R yarıçaplı, içi boş kürenin üzerine Q yükü düzgün yüklenmiştir. Gauss yasasını kullanarak kürenin

- dışındaki elektrik potansiyeli hesaplayınız.

Önce Gauss yasasını kullanarak Elektrik alanı hesaplayacağız. Kürenin dışına r yarıçaplı küresel Gauss yüzeyini çizelim. Gauss yasasına göre bu bölgedeki elektrik alan (dikkat : bu hesabı daha önce defalarca yaptığım için buraya kısaca yazıyorum. Sizlerin sınavda bu sorularla karşılaşmanız halinde derste anlattığım gibi tam açıklama yapmanızı bekliyeceğim.)

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(r > R) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \\
 V(\infty) - V(r > R) &= - \int_r^\infty \vec{E}(r > R) \cdot d\vec{r} \\
 &= - \int_r^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r} \\
 &= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} (\hat{r} \cdot \hat{r}) \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_r^\infty \\
 0 - V(r > R) &= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \\
 V(r > R) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}
 \end{aligned}$$

- içindeki elektrik potansiyeli hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(r < R) &= 0 \\
 V(\infty) - V(r < R) &= - \int_r^\infty \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} \\
 &= - \int_R^\infty \vec{E}(r > R) \cdot d\vec{r} - \int_r^R \vec{E}(r < R) \cdot d\vec{r} \\
 &= - \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r} - 0 \\
 0 - V(r < R) &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} (\hat{r} \cdot \hat{r}) \\
 -V(r < R) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_R^\infty \\
 V(r < R) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}
 \end{aligned}$$

- Görüldüğü gibi kürenin içinde elektrik alan yok ve elektrik potansiyel de bir sabit değerden ibaret.

- *Elektrik Alan ve Potansiyelin grafiklerini çiziniz.*

Chapter 6

Kondansatör ve Dielektrik

Elektrostatikte **yüklü iletken bir cisim nasıl tanımlanır?** Bu soruyu nasıl cevaplamalıyız?

- Cismin üzerinde ve içinde her noktada sabit bir elektrik potansiyel ile tanımlanır.

Yüklü iki iletken arasındaki elektrik potansiyel fark, sistemde bir enerji depolandığını gösterir. Neden?

- Küçük bir deneme yükünü bu elektrik potansiyel farkın bulunduğu alana bırakırsak, depolanan bu enerji bu deneme parçacığını hareket ettirecektir.

6.1 Kondansatör

Boşluk ya da yalıtkan bir malzemeyle birbirinden ayrılmış yüklü iki iletkenin oluşan sistemlere **Kondansatör** denir.

- Kondansatörün depoladığı yük ve Elektrik potansiyel fark neyle ilişkilidir?
 1. Kondansatörün geometrisi ve
 2. Kondansatörün yüklü bileşenleri arasına yerleştirilmiş iletken olmayan **Dielektrik** maddeyle ilişkilidir.

En yaygın türü eşit fakat zıt yüklü kondansatördür. Bu tipe örnek

- Paralel plakalar,
- Eş eksenli silindirik kablolar,
- Eş merkezli içi içe geçmiş küresel yapılardır.

Bu son derece simetrik yapılardan başka kondansatörlerde vardır. Örneğin rastgele yüzeylere sahip iki iletkenin bir kondansatördür.

Ev ödevi 18. *Hehangi bir iletken düşünün diğer iletkenin de sonsuz uzakta olduğunu varsayın. Bu bir kondansatör müdür?*

Farklı geometrilerdeki bu kondansatörler, belirli bir potansiyel fark altında, farklı miktarlarda yük depolarlar. Bizler bu yüklerin depolanması ve boşaltılmasını kontrol ederiz ve hayatın her yerinde sıklıkla kullanırız.

- İçinde elektronik devre bulunan tüm cihazlarda.
- Bulut ile yeryüzünde, (Yıldırım düşmesi adını verdiğimiz bu tabiat olayı bu kondansatörün boşalmasıdır).
- Fotoğraf makinesi flaşı.
- Bilgisayar UPS'leri.

6.2 Sığa

Kondansatörün yük depolama beceresine **Sığa** denir. Skalar bir niceliktir ve C ile gösterilir.

$$C \equiv \frac{Q}{V} \quad (6.1)$$

Her zaman pozitifdir ve birimi ise *Farad*(F)'tır.

$$1(F) = \frac{1(C)}{1(V)} \quad (6.2)$$

6.2.1 Sığanın Ölçülmesi

Sığanın ölçümünü bir örnekle açıklayalım.

Örnek 48. *Yüzey alanları A olan ve aralarında d uzaklık bulunan iki paralel levhadan bir kondansatör oluşturmuş olalım. $+Q$ yüklü levha $x - y$ düzleminde $z = 0$ 'a yerleştirilirken, diğer $-Q$ yüklü levhada $x - y$ düzleminde $z = d$ ye yerleştirilmiş olsun. Tüm yükler plakalara düzgün dağılmış olsun.*

- *Plakalar arasında Elektrik alan nedir?*

Yüzeyel yük yoğunluğu σ , birim yüzeye düşen yük miktarıdır.

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Şimdi plakaların arasındaki elektrik alanı bulalım.

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, 0 < z < d) &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{j} \\ &= \frac{Q}{A} \frac{1}{\epsilon_0} \hat{j} \end{aligned}$$

- Plakalar arasındaki elektrik potansiyel fark nedir?

$$\begin{aligned}
 V(x, y, d) - V(x, y, 0) &= - \int_0^d \vec{E}(x, y, 0 < z < d) \cdot d\vec{r} \\
 d\vec{r} &= dr \hat{j} \\
 V(x, y, d) - V(x, y, 0) &= - \int_0^d \frac{Q}{A\epsilon_0} \hat{j} \cdot dr \hat{j} \\
 &= - \int_0^d \frac{Q}{A\epsilon_0} dr \\
 &= \frac{Q}{A\epsilon_0} (0 - d) \\
 V(x, y, 0) - V(x, y, d) &= \frac{Qd}{A\epsilon_0}
 \end{aligned}$$

Burada dikkat etmek gereken pozitif yüklü plakanın negatif yüklü plakaya göre daha yüksek elektrik potansiyele sahip olmasıdır. Sığa yazarken sürekli pozitif potansiyel farkı alacağız ve buna dikkat ederek hesap yapacağız.

- Sığayı hesaplayınız?

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{Q}{\Delta V} \\
 &= Q \frac{A\epsilon_0}{Qd} \\
 C &= A \frac{\epsilon_0}{d}.
 \end{aligned}$$

- Plakalar birbirlerine yüzey alanlarının ayırtlarına oranla çok yakın olmalıdırlar, böylelikle yüzeyler arasındaki elektrik alan sonsuz iki düzlem arasındaki elektrik alana benzeyecektir. Aksi halde "saçak alanları" oluşacak ve bu da sığanın hesabını ciddi oranda etkileyecektir.

6.2.2 Boşluk için Sayısal Hesap

Boşluğun dielektrik sabiti

$$\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} \left(\frac{C^2}{Nm^2} \right) \quad (6.3)$$

$$= 8,85 * 10^{-12} \left(\frac{F}{m} \right) \quad (6.4)$$

$$= 8,85 \left(\frac{pF}{m} \right). \quad (6.5)$$

ile verilir.

Örnek 49. *Bir ayrıtı 10(cm) olan ve birbirinde 1(cm) uzakta bulunan paralel levhadan oluşan kondansatörün sığasını hesaplayınız.*

$$\begin{aligned}
 C &= A \frac{\epsilon_0}{d} \\
 &= 100 * 10^{-4} (m^2) \frac{8,85 * 10^{-12} \left(\frac{F}{m} \right)}{1 * 10^{-2} (m)} \\
 &= 8,85 * 10^{-12} (F).
 \end{aligned}$$

Ev ödevi 19. *Plaka aralığı 1(cm) ve vakumda(boşlukta) sığası 1(F) olan paralel plakalı bir kondansatör yapmak istersek, plakanın bir ayrıt uzunluğunu ne almalıyız?*

- **Elektrik Alan** yönünde hareket edersek elektrik potansiyel azalır.
 - Pozitif bir yükten uzaklaşırsak Elektrik potansiyel azalır.
 - Negatif bir yüke yaklaşırsak Elektrik potansiyel azalır.
- **Elektrik Alana** zıt yönde hareket edersek elektrik potansiyel artar.
 - Pozitif bir yüke yaklaşırsak Elektrik potansiyel artar.
 - Negatif bir yükten uzaklaşırsak Elektrik potansiyel artar.

6.3 Sığa Uygulamaları

Örnek 50. *Eş eksenli sonsuz uzun bir kablo düşünelim. Bu kablonun içinde $-\lambda$ çizgisel yük yoğunluğu, dış kabuğunda ise $+\lambda$ çizgisel yük yoğunluğu olsun. Kablonun iç yarıçapı a , dış yarıçapı b olsun. Bu kablonun birim uzunluk başına düşen sığasını bulacağız.*

- *Bu tarz bir soruyu yaparken herşeye baştan başlamaya hazır olunuz. Önce Gauss yasasını kullanarak ara bölge $a < r < b$ için Elektrik Alanı hesaplayınız.*

İki silindir arasındaki bölgede h uzunluklu Gauss yüzeyini çizelim.

Gauss yasasını yazarsak

$$\begin{aligned}
\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q}{\epsilon_0} \\
\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \int \vec{E}_{tb} \cdot d\vec{S}_{tb} + \int \vec{E}_{tv} \cdot d\vec{S}_{tv} + \int \vec{E}_{ya} \cdot d\vec{S}_{ya} \\
\vec{E}_{tb} &\perp d\vec{S}_{tb} \\
\vec{E}_{tv} &\perp d\vec{S}_{tv} \\
\vec{E}_{ya} &= E\hat{\rho} \\
\int \vec{E}_{ya} \cdot d\vec{S}_{ya} &= \int E\hat{\rho} \cdot dS\hat{\rho} \\
&= E \int dS(\hat{\rho} \cdot \hat{\rho}) \\
&= E(2\pi\rho h) \\
\Rightarrow E(2\pi\rho h) &= \frac{-\lambda h}{\epsilon_0} \\
\vec{E}_{ya}(\rho) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2\lambda}{\rho} \hat{\rho}.
\end{aligned}$$

- Ara bölge için Elektrik potansiyel farkını bulunuz.

$$\begin{aligned}
d\vec{r} &= d\rho\hat{\rho} \\
V_b - V_a &= - \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2\lambda}{\rho} \hat{\rho} \cdot d\rho\hat{\rho} \\
&= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} (\hat{\rho} \cdot \hat{\rho}) \\
&= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \rho \Big|_a^b \\
V_b - V_a &= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{b}{a} \right).
\end{aligned}$$

- Birim uzunluk başına düşen Sığayı hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
\frac{C}{L} &= \frac{\lambda}{\Delta V} \\
&= \frac{\lambda}{\frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{b}{a} \right)} \\
\frac{C}{L} &= \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}
\end{aligned}$$

Örnek 51. Dünyanın yarıçapı yaklaşık olarak $R_d = 6,38 * 10^6(m)$ 'dir. Atmosferin kalınlığı da yaklaşık olarak $R_a = 10000(km)$ alınsın. Atmosfer bölgesinde dünyanın sığasını hesaplayınız.

- *Önce Gauss yasasını kullanarak elektrik alanı bulacağız. Küresel Gauss yüzeyi seçelim*

$$\begin{aligned}
\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q}{\epsilon_0} \\
\vec{E} &= E\hat{r} \\
d\vec{S} &= dS\hat{r} \\
\oint E\hat{r} \cdot dS\hat{r} &= E \oint dS(\hat{r} \cdot \hat{r}) \\
&= E(4\pi r^2) \\
\Rightarrow \vec{E}(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}
\end{aligned}$$

- *Potansiyel fark*

$$\begin{aligned}
V(R_a + R_d) - V(R_d) &= - \int_{R_d}^{R_a + R_d} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot (dr\hat{r}) \\
&= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_d}^{R_a + R_d} \frac{dr}{r^2} (\hat{r} \cdot \hat{r}) \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{R_d}^{R_a + R_d} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_a + R_d} - \frac{1}{R_d} \right] \\
&= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R_a}{(R_a + R_d)R_d} \right].
\end{aligned}$$

- *Sığa*

$$\begin{aligned}
C &= \frac{Q}{|\Delta V|} \\
&= 4\pi\epsilon_0 \left[\left(1 + \frac{R_d}{R_a} \right) R_d \right] \\
&= 4 * \left(\frac{22}{7} \right) * 8,85 * 10^{-12} \left(\frac{F}{m} \right) \left[\left(1 + \frac{6380 * 10^3(m)}{10000 * 10^3(m)} \right) * 6380 * 10^3(m) \right] \\
&= 1,16 * 10^{-3}(F).
\end{aligned}$$

6.4 Kondansatördeki Enerji

Yüklü kondansatörün iletkenleri arası bir Elektrik Alanı oluşur. Bu alana giren yüklü parçacıklar hızlanırlar. Dolayısıyla her kapasitörün bir iş yapabilme kapasitesi, yani bir elektriksel potansiyel enerjisi vardır. Bu enerji kondansatörü yüklemek için yapılan işe eşittir.

Nötr iletken dq yükünün koparılıp diğer iletken taşındığını düşünelim. Yük taşınması V elektrik potansiyel fark altında yapılmıştır. Bu diferansiyel yükün negatif yüklü iletken pozitif yüklü iletken taşımak için yapılan diferansiyel iş miktarı dW olmak üzere yapılan toplam iş

$$\begin{aligned} dW &= Vdq \\ &= \frac{q}{C}dq \\ W &= \int_0^Q \frac{q}{C}dq \\ &= \frac{Q^2}{2C} \end{aligned}$$

ile bulunur. Bu elektriksel potansiyel enerjiye eşittir.

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad (6.6)$$

$$= \frac{CV^2}{2} \quad (6.7)$$

$$= \frac{QV}{2}. \quad (6.8)$$

gibi farklı şekillerde yazılabilir.

Örnek 52. Gerilimi $12(V)$ olan bir araba aküsü $100(\mu F)$ 'lık bir kondansatör ile yükleniyor. Kondansatörde depolanan elektriksel potansiyel enerjiyi hesaplayınız.

$$\begin{aligned} U &= \frac{CV^2}{2} \\ &= \frac{100 * 10^{-6}(F) * (12(V))^2}{2} \\ &= 7,2 * 10^{-3}(J) \end{aligned}$$

6.4.1 Elektrik Alan ve Enerji yoğunluğu***** düzeltilecek

Kondansatör yüklendiğinde, pozitif yüklü levhadan negatif yüklü levhaya doğru bir elektrik alan oluşur. Buraya bırakılan deneme yükü hızlanarak hareket eder. Bu enerji, ortamdaki elektrik alanın şiddetine bağlıdır.

Paralel plakalı bir kondansatörün sığası

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Enerji

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{CV^2}{2} \\
 &= \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) \left(\frac{(Ed)^2}{2} \right) \\
 &= \frac{\epsilon_0 E^2}{2} (Ad)
 \end{aligned}$$

Kondansatörün hacmi (Ad) olduğuna göre birim hacim başına düşen enerji

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeye enerji yoğunluğu ismi verilir ve skalar bir niceliktir. Birimi ise aşağıdaki gibidir.

$$\left(\frac{J}{m^3} \right)$$

Örnek 53. R yarıçaplı yüklü iletken küreyi, diğer iletken küresel yüzey sonsuzda düşünerek bir kondansatör olarak alabileceğimizi öğrenmiştik. Şimdi Q toplam yükü yüklenmiş böyle bir küre için, kürenin

- içindeki enerji yoğunluğunu bulunuz.

Gauss yasasının küre için uygulamasını daha önce defalarca yaptığım için burada sadece sonucu alıp kullanacağım. Yüklü iletken kürenin içinde net yük olmadığından elektrik alan sıfırdır. Dolayısıyla enerji yoğunluğuda

$$u(r < R) = 0$$

olur.

- dışında herhangi bir noktadaki enerji yoğunluğunu bulunuz.

Gauss yasasını kürenin dışı için uyguladığımızda elektrik alanı

$$\vec{E}(r > R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

buluruz. Enerji yoğunluğu da

$$\begin{aligned}
 u(r > R) &= \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \\
 &= \frac{\epsilon_0}{2} \frac{1}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \frac{Q^2}{r^4} \\
 &= \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{Q^2}{r^4}
 \end{aligned}$$

- Bu enerji yoğunluklarını kullanarak toplam enerjiyi hesaplayınız.

Toplam enerjiyi bulmak için bu enerji yoğunluklarını ait oldukları bölgeler içinde integre etmeliyiz. Burada dikkat edilmesi gereken nokta enerji yoğunluğunun küresel koordinatlarda yazıldığıdır, dolayısı ile integral alırken dikkat ediniz. Şöyleki

$$\begin{aligned}
 U &= \int u dV \\
 &= \int_0^R u(r < R) 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty u(r > R) 4\pi r^2 dr \\
 &= 0 + \int_R^\infty \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{Q^2}{r^4} 4\pi r^2 dr \\
 &= \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \\
 &= \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty \\
 &= \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \frac{1}{R}.
 \end{aligned}$$

- Bu toplam enerjiyi kürenin yüklenmesi sırasında yapılan iş ile karşılaştırınız.

Bunu yapmak için R yarıçaplı q yüklü kürenin potansiyelini hatırlamak ile işe başlayalım.

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R}$$

dq yükünü taşıyıp kürenin yüküne ilave etmek için yapılması gereken iş

$$\begin{aligned}
 dW &= V dq \\
 W &= \int_0^Q \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R} dq \\
 &= \frac{1}{8\pi \epsilon_0} \frac{Q^2}{R}
 \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi yükleri sonsuzdan kürenin üzerine getirmek için yapılması gereken iş, toplam elektriksel potansiyel enerjiye eşit çıktı.

6.5 Birden Fazla Kondansatörlü Yapılar

Elektrik devreleri kullanırken birden fazla kondansatörü aynı anda kullanmak isteriz, bunlar devrelerin içinde farklı görevler üstlenecektir. Elektrik devrelerinde kondansatörleri seri ve/veya paralel bağlatılar yaparak kullanabiliriz.

6.5.1 Seri Bağlı Kondansatörler

Seri bağlı elektrik devresinde iki farklı ışalı kapasitör ve bir batarya olsun. Bataryanın pozitif ucuna a , ilk kapasitörün ucuna b , ilk kapasitörün karşı plakasına c , seri bağlı ikinci kapasitörün ilk plakasına d , ikinci kapasitörün karşı plakasına e ve bataryanın negatif ucunun bağlı olduğu noktayada f noktaları adını verelim. Bataryanın potansiyel farkı V ile gösterelim.

Böyle bağlanmış seri çift kapasitörlü devrenin b noktasında $+q$ yükü, c noktasında $-q$ yükü, d noktasında $+q$ yükü, e noktasında $-q$ yükü indüklenir. C_1 ışalı ilk kapasitörün elektrik potansiyel farkı V_1 , C_2 ışalı ikinci kapasitörün elektrik potansiyel farkı V_2 olur ve toplam elektrik potansiyel fark bataryanın elektrik potansiyel farkına eşittir.

$$V = V_1 + V_2$$

Sıgalar ile elektrik potansiyel farklar arasındaki ilişkiler ise

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{q}{V_1} \\ C_2 &= \frac{q}{V_2} \end{aligned}$$

Bu seri bağlı çift kapasitörün eşdeğer devresi, C_{es} ışalı eşdeğer tek bir kapasitör ve V_{es} elektrik potansiyel farkına sahip bir bataryadan oluşur. Bu eşdeğer devrenin ışası ve elektrik potansiyel farkı arasındaki ilişki

$$C_{es} = \frac{q}{V_{es}}$$

O halde

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{q}{C_1} \\ V_2 &= \frac{q}{C_2} \\ V_1 + V_2 &= \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \\ V_{es} &= q \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] \\ &= \frac{q}{C_{es}} \\ \Rightarrow \frac{1}{C_{es}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{aligned}$$

6.5.2 Paralel Bağlı Kondansatörler

Paralel bağlı elektrik devresinde iki farklı ışalı kapasitör ve bir batarya olsun. Bataryanın pozitif ucuna a , negatif ucuna b , paralel bağlı ilk kapasitörün ilk

plakasına c , karşı plakasına d , paralel bağlı ikinci kapasitörün ilk plakasına e , karşı plakasına ise f adını verelim. Bataryanın potansiyel farkı V ile gösterelim.

Böyle bağlanmış paralel çift kapasitörlü devrenin b noktasında $+q_1$ yükü, c noktasında $-q_1$ yükü, d noktasında $+q_2$ yükü, e noktasında $-q_2$ yükü indüklenir. C_1 sığalı ilk kapasitörün elektrik potansiyel farkı V , C_2 sığalı ikinci kapasitörün elektrik potansiyel farkı V olur.

Sıgalar ile elektrik potansiyel farklar arasındaki ilişkiler ise

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{q_1}{V} \\ C_2 &= \frac{q_2}{V} \end{aligned}$$

ile ifade edilebilir. Bu paralel bağlı çift kapasitörün eşdeğer devresi, C_{es} sığalı eşdeğer tek bir kapasitör ve V elektrik potansiyel farkına sahip bir bataryadan oluşur. Bu eşdeğer devrenin sığası ve elektrik potansiyel farkı arasındaki ilişki

$$C_{es} = \frac{Q_{es}}{V}$$

O halde

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{q_1}{V} \\ C_2 &= \frac{q_2}{V} \\ C_{es} &= \frac{Q_{es}}{V} \\ \Rightarrow C_{es} &= C_1 + C_2 \\ \Rightarrow Q_{es} &= q_1 + q_2 \end{aligned}$$

Ev ödevi 20. N tane seri bağlı kondansatörden oluşan elektrik devrenin eşdeğer sığasını bulunuz.

Ev ödevi 21. N tane paralel bağlı kondansatörden oluşan elektrik devrenin eşdeğer sığasını bulunuz.

Ev ödevi 22. Üç adet özdeş sığalı kondansatörden iki tanesi paralel bağlanmış ve bu kondansatörlere diğer kondansatör seri olarak eklenmiş olsun. Elektrik devresi bir batarya ile kapalı oluşturulmuştur. Bu devrenin eş değer sığasını hesaplayınız.

6.6 Dielektrik Maddeler

Kağıt, plastik ve cam gibi birçok yalıtkan madde elektriği iletmez. Bu yalıtkan maddeleri kondansatörün arasına koyarsanız, kendi elektrik özelliklerini ortama uygun hale getirmeye çalışırlar ve bulundukları hacim içinde etkin olan Elektrik Alanda değişime sebep olurlar. Bu tip maddelere **Dielektrik Maddeler** denir.

6.6.1 Faraday'ın Gözlemleri

Bu olayın tarihsel gelişiminde, Faraday'ın deneyleri önemli yer tutar. Faraday kondansatörün plakaları arasına yalıtkan maddeler yerleştirerek bazı gözlemlerde bulunmuştur.

- **Kondansatörler bataryaya bağlı iken levhalar arasına dielektrik madde koyduğunda**, kondansatörlerin daha fazla yük topladığını anlamıştır. Bu gözlemine göre

$$Q = CV$$

bağıntısı gereği sabit potansiyel fark altında **Kondansatörün sığası artmıştır.**

$$C = \kappa C_0 \quad (6.9)$$

Burada κ (kappa olarak okunur), birden büyük bir sayıdır. Dielektrik malzemeye bağlı olarak her zaman birden büyük farklı sayılar olarak ifade edilir.

- **Yüklenmiş bir kondansatörü devreden çıkarttığında ve levhalar arasına dielektrik madde koyduğunda** levhalar arasındaki potansiyel farkın azaldığını gözlemlemiştir. Paralel plakalı levhalar arasındaki elektrik potansiyel fark

$$\Delta V = Ed$$

olduğuna göre **levhalar arasındaki elektrik alan azalmaktadır.**

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa} \quad (6.10)$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\kappa}. \quad (6.11)$$

6.6.2 Dielektrik Maddelerde Fiziksel olarak ne olmaktadır?

Kondansatörler yüklendiklerinde plakaları arasında elektrik alan oluşur. Bu elektrik alan içinde kalan yalıtkan maddelerdeki elektrik dipoller elektrik alan yönüne doğru düzene girerler. Bu indüklenen elektrik dipoller, ortamdaki elektrik alan zıt elektrik alan indüklemiş olur. Böylelikle ortamdaki net elektrik alan azalmıştır.

Sonsuz büyük paralel plakalı kondansatörün levhalarına bakan kısımlarda indüklenmiş yüzeysel yük yoğunluğu σ_b oluşur. Bunlar plakalardaki yüzeysel yük yoğunlukları σ 'dan küçüktür, fakat net yüzeysel yük yoğunluğunu azaltırlar. Oluşan net elektrik alanın şiddeti böylelikle

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= \frac{\sigma - \sigma_b}{\epsilon_0} \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_b}{\epsilon_0} \\ &= |\vec{E}_0| - |\vec{E}_b|. \end{aligned}$$

Fazla şiddetli olmayan dış elektrik alanda, indüklenen yüzeysel yük miktarı ortamda oluşan net elektrik alan ile orantılı olur. Bu orantı ise

$$\frac{\sigma_b}{\epsilon_0} = \chi |\vec{E}| \quad (6.12)$$

ile ifade edilir. χ katsayısına **Elektrik Duygunluk** adı verilir ve her zaman pozitif bir sayıdır. Bu duygunluk katsayısı cinsinden ifadeyi yeniden yazarsak:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_0| - |\vec{E}_b| \quad (6.13)$$

$$= |\vec{E}_0| - \chi |\vec{E}| \quad (6.14)$$

$$|\vec{E}|(1 + \chi) = |\vec{E}_0| \quad (6.15)$$

$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{E}_0|}{(1 + \chi)} \quad (6.16)$$

$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{E}_0|}{\kappa} \quad (6.17)$$

$$\Rightarrow \kappa = 1 + \chi \quad (6.18)$$

İşte bu yüzden

- $\chi > 0$ olduğundan $\kappa > 1$ olur.
- net elektrik alan şiddeti her zaman ilk elektrik alan şiddetinden azdır.
- net elektrik potansiyel fark, ilk potansiyel farktan azdır.
- sığa artmıştır.

6.6.3 Elektrik geçirgenlik

Dielektrik malzemelerden bahsedene kadar hep boşluk veya havanın elektrik geçirgenlik katsayısını kullandık. Bu sayılar birbirlerini çok yakın değerlerdedir. Dielektrik malzemelerle birlikte ortamın elektrik geçirgenliği değiştiğini öğrendik. Herhangi bir malzemenin elektrik geçirgenliğine ait katsayı olarak ϵ 'u kullanacağız. Elektrik geçirgenlik katsayımı boşluğun elektrik geçirgenlik katsayısı ile ifade etmek istersek de

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0 \quad (6.19)$$

Bu sayede tüm elde ettiğimiz formüllerde ϵ_0 yerine ϵ kullanarak tutarlılığı sağlarız.

6.7 Gauss Yasasının Dielektrikli maddelerdeki uygulaması

Yukarı bahsettiğimiz gibi Gauss yasasını yeniden ifade etmek istersek

$$\epsilon_0 \Phi_E = Q_{net} \quad (6.20)$$

$$\Rightarrow \epsilon \Phi_E = Q_{net(sadece\ serbest)} \quad (6.21)$$

$$\Rightarrow \kappa \epsilon_0 \Phi_E = Q_{net(sadece\ serbest)} \quad (6.22)$$

$$\oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net}}{\epsilon_0} \quad (6.23)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net(sadece\ serbest)}}{\epsilon} \quad (6.24)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net(sadece\ serbest)}}{\kappa \epsilon_0} \quad (6.25)$$

Bazı kaynaklarda (özellikle mühendislik için yazılmış kitaplarda) Gauss yasasını $\vec{D} = \kappa \vec{E}$ olmak üzere

$$\oint \vec{D}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net(sadece\ serbest)}}{\epsilon_0} \quad (6.26)$$

olarak da ifade ederler.

6.7.1 Dielektrik Sertlik

Dielektrik maddeler üzerine uygulanan elektrik alan şiddeti çok büyük olursa, ortamdaki moleküllerin artı ve eksi yükleri zıt yönlerde aşırı kuvvetlere maruz kalırlar ve birbirlerinden ayrılırlar. Böylelikle iyonlaşan moleküller ortamı iletken hale getirirler ve bir elektrik boşalması yaratırlar. Dielektrik malzeme içinden akan yüksek akım elektron çarpışmalarıyla yüksek ısı yaratır ve dielektrik madde **yanar**.

Demek ki dielektrik malzemelerin dayanabilecekleri elektrik alan şiddetlerinin bir üst limiti vardır. Bu limite **dielektrik sertlik** adı verilir. Aşağıda bazı dielektrik maddelerin dielektrik sabit ve dielektrik sertliklerini veriyorum. Lütfen inceleyiniz:

	Dielektrik sabiti κ	Dielektrik sertlik $ \vec{E}_{mak}(10^6(V/m)) $
Boşluk	1	-
Hava	1,0006	3
Parafin	2,2	10
Kağıt	3,7	15
Cam	5	14
Porselen	6	12
Polikarbonat	2,8	30
Poliester	3,3	60
Polipropilen	2,2	70
Polistiren	2,6	20

Tablodan görüldüğü gibi, hava yüksek elektrik alanlara dayanamaz. Kondansatörün levhaları arasında dielektrik malzeme konulmasının yük toplama özelliğini artıracağını öğrendik. Bunun bir diğer avantajı, kondansatörlerin zarar görmeden daha yüksek elektrik potansiyel farklar altında çalışabilmesini sağlamaktır.

6.7.2 Yıldırım

Fırtınalı havalarda gökyüzünde beliren bir ışıma sonrası şimşek adı verilen büyük bir patlama duyarız ve yıldırım düştüğünü anlarız. Yıldırım aslında nedir?

Yıldırım havanın dielektrik ortamının dayanabileceği maksimum elektrik alan değerinin aşılması sonucu iletken hale geçmesi ve elektriğin boşalmasıdır. Çeşitli yapıda yıldırımlar vardır en çok görünenin fiziksel açıklamasını yapmaya çalışacağım:

Buharlaşan su molekülleri havadan hafiftir. Bunlar gökyüzünde yükselmeye başlarken atmosferin üst tabakalarında soğuk katmanlarla karşılaştıklarında yoğunlaşarak bulutları oluştururlar. Bulutlardaki su ve buz molekülleri su buharları ile çarpışarak elektron kopararak iyonlaşırlar. Bulutun alt yüzeyinde negatif yükler, üst yüzeyinde ise pozitif yüklü iyonlar oluşur. Dolayısıyla bir kondansatör ile karşı karşıya kalırız. Elektrik alan oluşur bu elektrik alan şiddeti artıkça bulutların dayanabileceği sınır aşılar ve yeryüzündeki çatılardan yukarı **mızrak ucu** denilen ve iyonlaşmış hava moleküllerinden oluşan zigzaglar oluşur. Bu yol tamamlandığında elektrik alan aniden boşalır ve çok sayıda elektrik akımı yeryüzüne ulaşır.

Işık hızı ses hızından fazla büyüktür. Dolayısı ile önce şimşeği görür sonra sesini duyarız. Yıldırımın ne kadar uzağa düştüğünü anlamak için saniyeleri sayın: yaklaşık 3 saniyede 1km uzağınıza düştüğünü bilebilirsiniz.

6.8 Örnekler

Örnek 54. Sonsuz paralel iki levhadan oluşan bir kondansatörde levhalar arası boşken sığa C_0 'dır. Levhalar arası uzaklık d 'dir. Bu mesafenin a kadarını dolduracak şekilde κ sabit bir dielektrik tabaka araya konularak seri bağlı iki kondansatör oluşturuluyor. Eşdeğer sığanın

$$C_{es} = \frac{\kappa d}{\kappa d - (\kappa - 1)a} C_0$$

olduğunu ispatlayınız.

- A yüzey alanlı d mesafeli ϵ_0 dielektrik sabitli başlangıç kondansatörün sığası

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ile yazılır. Seri bağlı hale gelmiş sığalardan içinde κ dielektrikli a mesafeli ilk kondansatörün sığası

$$\begin{aligned} C_1 &= \epsilon \frac{A}{a} \\ &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{a}. \end{aligned}$$

ikinci kondansatörün sığası ise

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{(d-a)}$$

olur. Seri bağlı iki kondansatörün eş sığası

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{es}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ &= \frac{a}{\kappa\epsilon_0 A} + \frac{(d-a)}{\epsilon_0 A} \\ &= \frac{a + \kappa(d-a)}{\kappa\epsilon_0 A} \\ &= \frac{\kappa d - (\kappa - 1)a}{\kappa\epsilon_0 A} \\ \Rightarrow C_{es} &= \frac{\kappa\epsilon_0 A}{\kappa d - (\kappa - 1)a} \\ &= \frac{\kappa d}{\kappa d - (\kappa - 1)a} \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= \frac{\kappa d}{\kappa d - (\kappa - 1)a} C_0. \end{aligned}$$

Örnek 55. Sonsuz paralel iki levhadan oluşan bir kondansatörde levhalar arası boşken sığa C_0 'dır. Levhalar arası uzaklık d 'dir. Levhaların arasına tam ortadan kesecek şekilde κ_1 ve κ_2 farklı dielektrik malzeme yerleştirerek paralel bağlı iki kondansatör oluşturuluyor. Eşdeğer sığanın

$$C_{es} = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} C_0$$

olduğunu ispatlayınız.

- A yüzey alanına sahip d mesafeli ϵ_0 dielektrik katsayılı kondansatörü tam ortasından yarıya bölünce yüzey alanı da yarıya düşer, araya κ_1 ve κ_2 gibi farklı dielektrik katsayılı malzemeler konulduğunda yeni tüm kondansatörlerin sığası sırayla

$$\begin{aligned} C_0 &= \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ C_1 &= \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A}{2d} \\ C_2 &= \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A}{2d} \end{aligned}$$

olur. Paralel bağlanmış kondansatörün eşdeğer sığası ise aritmetik toplamdır.

$$\begin{aligned}
 C_{es} &= C_1 + C_2 \\
 &= \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A}{2d} + \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A}{2d} \\
 &= \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) \epsilon_0 \frac{A}{d} \\
 &= \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) C_0.
 \end{aligned}$$

Ev ödevi 23. $2d$ mesafeli bir kondansatörün içine üç farklı dielektrik malzeme koyarak ikisi seri (κ_2 ve κ_3) üçüncüsü de bu ikisine paralel (κ_1) bir kondansatör devresi oluşturulabilir. Böyle bir durumda eş sığanın başlangıç sığasına oranının

$$C = \frac{C_0}{4} \left[\kappa_1 + \frac{2\kappa_2\kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right]$$

olduğunu gösteriniz.

Örnek 56. Enerji iletim hatlarında kullanılan eş eksenli kablolar (koaksiyel-coaxial- kablolar), kendini besleyen devreye karşı bir kondansatör gibi davranır. İletkenler arasına dielektrik konulmuş olsun. Kablonun iç yarıçapına a , dış yarıçapına b diyerek

- Gauss yasasını kullanarak ara bölge için Elektrik alanı bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{ic}}{\epsilon} \\
 \vec{E}(a < \rho < b) &= E\hat{\rho} \\
 \vec{E}(a < \rho < b) &\perp d\vec{S}_{taban} \\
 \vec{E}(a < \rho < b) &\perp d\vec{S}_{tavan} \\
 d\vec{S}_{yanal} &= dS_{yanal} \hat{\rho} \\
 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \int \vec{E} \cdot d\vec{S}_{yanal} \\
 &= \int E\hat{\rho} \cdot dS_{yanal} \hat{\rho} \\
 &= \int E dS_{yanal} \\
 &= E \int dS_{yanal} \\
 &= E(2\pi\rho L) \\
 &= \frac{Q}{\kappa\epsilon_0} \\
 \Rightarrow \vec{E}(a < \rho < b) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{\rho L \kappa} \hat{\rho}.
 \end{aligned}$$

- İletkenler arası elektrik potansiyel fark nedir?

$$\begin{aligned}
 V(\rho = b) - V(\rho = a) &= - \int_a^b \vec{E}(a < \rho < b) \cdot d\vec{\rho} \\
 d\vec{\rho} &= d\rho \hat{\rho} \\
 V_b - V_a &= - \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{\rho L\kappa} \hat{\rho} \cdot d\rho \hat{\rho} \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{L\kappa} \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{L\kappa} \ln \rho \Big|_a^b \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{L\kappa} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \\
 V_a - V_b &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{L\kappa} \ln \left(\frac{b}{a} \right).
 \end{aligned}$$

- Birim uzunluk başına düşen sığa nedir?

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{Q}{\Delta V} \\
 C &= 4\pi\epsilon_0 \frac{L\kappa}{2} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \\
 \frac{C}{L} &= \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}.
 \end{aligned}$$

- Eş eksenli kabloların iç yarıçapı $a = 0,100(mm)$ ve dış yarıçapı $b = 0,600(mm)$ ve $\kappa = 2,6$ ise birim uzunluk başına düşen sığayı hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 \frac{C}{L} &= \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{a}{b} \right)} \\
 &= \frac{2 * \frac{22}{7} * 2,6 * 8,85 * 10^{-12} (F/m)}{\ln \frac{0,6 * 10^{-3} (m)}{0,1 * 10^{-3} (m)}} \\
 &= 80,72 * 10^{-12} (F/m)
 \end{aligned}$$

Örnek 57. Eş eksenli küresel kondansatör, aynı merkezli a ve b yarıçaplı iki iletken küresel kabuktan yapılmıştır.

- Gauss yasasını kullanarak ara bölge için Elektrik alanı bulunuz.

$$\begin{aligned}
\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{ic}}{\epsilon_0} \\
\vec{E}(a < r < b) &= E\hat{r} \\
d\vec{S} &= dS\hat{r} \\
\oint E\hat{r} \cdot dS\hat{r} &= \oint E dS \\
&= E \oint dS \\
&= E(4\pi r^2) \\
&= \frac{Q}{\epsilon_0} \\
\Rightarrow \vec{E}(a < r < b) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}.
\end{aligned}$$

- İletkenler arası elektrik potansiyel fark nedir?

$$\begin{aligned}
V(r=b) - V(r=a) &= - \int_a^b \vec{E}(a < r < b) \cdot d\vec{r} \\
d\vec{r} &= dr\hat{r} \\
V_b - V_a &= - \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot dr\hat{r} \\
&= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_a^b \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right] \\
V_a - V_b &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab}.
\end{aligned}$$

- Sığayı bulunuz.

$$\begin{aligned}
C &= \frac{Q}{\Delta V} \\
&= 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}.
\end{aligned}$$

- İç yarıçap $a = R$ ve dış yarıçapın sonuz limitinde, diğer iletkenin sonsuzda olduğu durum, sığayı yeniden ifade ediniz.

$$\lim_{b \rightarrow \infty} C = 4\pi\epsilon_0 R$$

- $E_{\vec{s}}$ eksenli küresel kabuğun iç yarıçapı $a = 0,100(mm)$ ve dış yarıçapı $b = 0,600(mm)$ olsun. Küresel kabuğun arasına da dielektrik katsayısı $\kappa = 2,6$ olan bir dielektrik malzeme konulsun. Sığayı sayısal olarak ifade ediniz.

$$\begin{aligned}
C &= \frac{Q}{\Delta V} \\
&= 4\pi\epsilon \frac{ab}{b-a} \\
&= 4\pi\kappa\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \\
&= 4 * \frac{22}{7} * 2,6 * 8,85 * 10^{-12} \left(\frac{F}{m} \right) * \frac{0,1 * 10^{-3}(m) * 0,6 * 10^{-3}(m)}{0,5 * 10^{-3}(m)} \\
&= 34,7 * 10^{-15}(F).
\end{aligned}$$

Örnek 58. Dielektrik sabiti 30 ve dielektrik sertliği $15 * 10^6(V/m)$ olan bir malzemedan öyle bir düzlem kondansatör yapılmak iteniyor ki sığası $1(pF)$ olsun ve en fazla $30(kV)$ elektrik potansiyel farkına bağlanabilsin. Bu kondansatörün levhalarının yüzölçümü ve aralarındaki mesafe ne kadar olmalıdır?

- Kondansatörün dayanacağı potansiyel farkının levhalar arasında oluşturacağı elektrik alan en fazla dielektrik sertliği kadardır.

$$\begin{aligned}
d &= \frac{\Delta V}{|\vec{E}_{mak}|} \\
&= \frac{30 * 10^3(V)}{15 * 10^6(V/m)} \\
&= 2 * 10^{-3}(m).
\end{aligned}$$

- Dielektrikli kondansatörün sığasını kullanarak

$$\begin{aligned}
C &= \epsilon \frac{A}{d} \\
&= \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d} \\
A &= C \frac{d}{\kappa\epsilon_0} \\
&= 1 * 10^{-9}(F) \frac{2 * 10^{-3}(m)}{30 * 8,85 * 10^{-12}(F/m)} \\
&= \frac{1}{15 * 8,85}(m^2) \\
A &= 75 * 10^{-4}(m^2).
\end{aligned}$$

Chapter 7

ELEKTRİK AKIMI ve DİRENÇ

Bu bölümden itibaren **hareket eden** elektrik yüklerini incelemeye başlayacağız. Hareket eden elektrik yükleri, bir **elektrik akımı** oluşturur. Bu akım, elektronların hareket ettiği maddenin özellikleriyle ilintilidir.

Temel olarak elektrik yüklerinin hareketi bir sürüklenme hareketidir. Bu yükler ortalama bir **eşik** hızı ile sürüklenirler. Sürüklenirken etrafa çarpan elektronların sürtündüklerini söyleriz. Bu süreçte ortaya çıkan sürtünme enerjisi, maddenin sıcaklığının değişmesi ile gözlemlenir. Bu fiziksel sürece **direnç** ismi verilmiştir. Direnç, maddelerin yapısına göre değişir. Her maddenin farklı sıcaklıklarda kendine has **öz direnci** vardır.

Durgun yüklerin fiziğine göre, hareketli yüklerin fiziği son derece eğlenceli ve zengin fakat karmaşık yapıdadır.

7.1 Elektrik Akımı

Bir iletken maddenin herhangi bir kesitinden birim zamanda **belli bir yönde** geçen yük miktarına **akım** denir.

Matematik diliyle bunu ifade etmeden önce şunu vurgulamamız gerekir: "Bir iletken içindeki serbest elektronlar sürekli devinim halindeyler. Herhangi bir kesit gözlemlendiğinde bir yönde geçen ortalama yük miktarı diğer yönde geçen ortalama yük miktarına eşit olur yani geçen NET yük miktarı sıfır olur. Akım belli bir yönde net yük akışını sağlayan elektrik potansiyel fark olduğunda oluşur.

- Δt zaman aralığı ve diferansiyel (küçük) bir zaman aralığı
- Δq bu zaman aralığında yerdeğiştiren yük miktarı ise diferansiyel yük miktarı

olarak düşünürsek **ortalama akımı**

$$I_{ort}(\Delta) = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (7.1)$$

ifade ederiz. Zaman aralığının sonsuz küçük limittinde, **Anlık Akımı** elde ederiz. Şöyleki

- dt diferansiyel bir zaman aralığı
- $dq(t)$ diferansiyel yük miktarını

göstermek üzere

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (7.2)$$

Elektrik akımı skaler bir niceliktir. Birimi ise **Amper**'dir.

$$1(A) = \frac{1(C)}{1(s)}$$

7.1.1 Alternatif Akım (AC)

Harmonik zaman bağımlılığı **gösteren** akımlara **Alternatif Akım** denir ve **(AC)** ile gösterilir. Anlık Akım zaman içinde sürekli değişiklik gösterdiğinden, ifade edilirken osilasyon akımının ortalama büyüklüğü kullanılır. Örnek olarak şehir şebeke akımları verilebilir. Bu tip akımları dönemin ilerleyen kısmında işleyeceğiz.

7.1.2 Doğrusal Akım (DC)

Harmonik zaman bağımlılığı **göstermeyen** akımlara **Doğrusal Akım** denir ve **(DC)** ile ifade edilir. Örnek olarak elektronik devreleri verebiliriz. Şebekeden gelen alternatif akım, doğrusal akıma döndürülür ve elektronik devrelerde kullanılır.

7.1.3 Akımın Yönü

Elektrik akımı vektörel bir nicelik olmamasına rağmen, $\vec{I}(t)$ gösterimi ile yönden bahsedilir. Tepedeki vektör işareti neyi temsil etmektedir?

İletkenlerde hareket edebilen taşıyıcı yükler serbest negatif yüklerdir. Kolaylıkla yörüngesinden kopabilen elektronlar sayesinde atomlar iyonize olurlar. Ağır olan pozitif yüklü iyonlara göre serbest negatif yüklü elektronlar rahatça sürüklenebilirler. Bu temel bilgiler akım yönüne karar verildiğinde henüz bilinmiyordu. O dönemde **"akımın yönü pozitif yüklerin hareket yönüdür"** kabulü yapılmıştır. Sonraki zamanlarda bu kabulden vazgeçilmemiştir.

Makroskopik olarak bu kabul sorun oluşturmaz. Şöyleki:

Diyelim ki yan yana duran $5(C)$ yükler olsun. Sağa doğru $+1(C)$ yük gitmesi sağ tarafta yükü $1(C)$ artırır. Sola doğru $-1(C)$ yük gitmesi, yine sağ tarafı $1(C)$ artırır. Dolayısı ile iki durumda da aynı sonuç elde edilmiş olunur.

7.1.4 Akım Yoğunluğu

Sonsuz küçük yüzeyden geçen yük akış hızına **akım yoğunluğu** denir. Vektörel bir nicelik ve $\vec{J}$ ile gösterilir. Birimi birim zamanda birim metrekare başına düşen yüküdür.

$$\frac{(A)}{(m^2)}$$

Akım yoğunluğunun yönü, **pozitif yüklerin** diferansiyel alan parçasından geçen net akış yönüdür. Diferansiyel yüzey alanı

$$d\vec{A} = \hat{n}dA$$

olmak üzere diferansiyel akım dI

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (7.3)$$

$$= J \cdot \hat{n}dA \quad (7.4)$$

Akım ise diferansiyel akımın yüzey üzerinden toplamıdır.

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

7.2 Hareketli Parçacıkların Akım Yoğunluğu

Her birinin yükü q olan bir parçacık grubunun akım yoğunluğu nasıl yazılır? Önce bir kaç tanım yapmamız gerek:

- n_q : parçacık yoğunluğu, birim hacim içindeki parçacık sayısıdır,
- $(n_q * q)$: birim hacimdeki toplam yük,
- $\vec{v}$: parçacıkların hızı,
- Δt : zaman aralığı,
- ΔQ : Δt zaman aralığında, A yüzey normali doğrultusunda $\vec{v}$ hızı ile yüzeyden geçen parçacıkların taşıdığı toplam yük olmak üzere,

birim hacimdeki toplam yükün hacimle çarpımına eşittir. V_h hacim $\vec{v}$ hızıyla hareket eden parçacıkların Δt zaman aralığında yaptığı boyca yerdeğiştirme ile yüzey alanının çarpımına eşittir.

$$\begin{aligned} \Delta Q &= (n_q * q) * V_{hacim} \\ &= (n_q * q) * (\Delta t * \vec{v} \cdot \hat{n}A) \\ I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ &= (n_q * q) * (\vec{v} \cdot \hat{n}A) \\ &= \vec{J} \cdot \hat{n}A \\ \Rightarrow \vec{J} &= n_q * q * \vec{v}. \end{aligned}$$

7.3 Madde İçindeki Akım Yoğunluğu

Bir dış elektrik alan altında metal içindeki serbest elektronlar elektriksel bir kuvvete maruz kalırlar ve hareket ederler. Bunu bir başka şekilde, dış elektrik alan altında elektrik potansiyel fark oluşur ve serbest elektronlar yüksek elektrik potansiyelden alçak elektrik potansiyele doğru hareket ederler de diyebiliriz. Elektronlar metalin yapısını oluşturan pozitif iyonlarla çarpışırlar, her çarpışma sonucu etrafa saçılan elektronlar kendi aralarında da çarpışabilir fakat yeniden elektriksel kuvvetin etkisi altında aynı yöne doğru sürüklenme hareketlerini tamamlarlar. Böylelikle elektronlar bir sürüklenme hızı $\vec{v}_d$ ile hareket etmiş olurlar.

Yukarıdaki bölümde, ortamdaki tüm parçacıkların sürüklendiğini öngörmüştük. İletkenlerde gerçekte serbest yükler sürüklenirler. Her metalin farklı sayıda valans elektronu olabilir. 1A grubu metallerin, Lityum(Li), Sodyum(Na), Potasyum(K), gibi..., sadece tek serbest elektronu varken, 2A grubu metallerin, Berilyum(Be), Magnezyum(Mg), Calsiyum(Ca), gibi... , iki adet serbest elektronu vardır. Her zaman Atom yoğunluğu, serbest elektron yoğunluna eşit olmaz. Toplam serbest taşıyıcı elektronları hesaplarken bu katsayılar dikkate alınmalıdır.

Örnek 59. $100(mA)$ akım taşıyan $1(mm)$ çapındaki bakır bir teldeki elektronların $\vec{v}_d$ sürüklenme hızını bulunuz. Bakırın akım taşıyan atom başına düşen serbest elektron sayısı 1'dir. Bakırın kütle yoğunluğu $8,92(g/cm^3)$ ve molekül ağırlığı $63,5(g/mol)$ 'dür.

- Bakır telin yüzey alanı

$$\begin{aligned} A &= \pi \left(\frac{10^{-1}(cm)}{2} \right)^2 \\ &= \frac{22}{7} * \frac{10^{-2}(cm^2)}{4} \\ &= \frac{11}{14} * 10^{-2}(cm^2). \end{aligned}$$

- Akım yoğunluğunun şiddeti

$$\begin{aligned} |\vec{J}| &= \frac{I}{A} \\ &= \frac{100 * 10^{-3}(A)}{\frac{11}{14} * 10^{-2}(cm^2)} \\ &= \frac{140}{11} \left(\frac{A}{cm^2} \right) \end{aligned}$$

- Serbest elektron sayısı n_{se}

$$\begin{aligned}
 n_{se} &= 1 \left(\frac{\text{elektron}}{\text{atom}} \right) * 6,02 * 10^{23} \left(\frac{\text{atom}}{\text{mol}} \right) * \frac{8,92 \left(\frac{g}{cm^3} \right)}{63,5 \left(\frac{g}{mol} \right)} \\
 &= \frac{6,02 * 8,92}{63,5} * 10^{23} \left(\frac{\text{elektron}}{cm^3} \right) \\
 &= 0,85 * 10^{23} \left(\frac{\text{elektron}}{cm^3} \right)
 \end{aligned}$$

- Sürüklenme hızının şiddeti

$$\begin{aligned}
 |\vec{v}_d| &= \frac{|\vec{J}|}{n_{se} - e|} \\
 &= \frac{\frac{140}{11} \left(\frac{A}{cm^2} \right)}{0,85 * 10^{23} \left(\frac{\text{elektron}}{cm^3} \right) * 1,6 * 10^{-19} \left(\frac{C}{\text{elektron}} \right)} \\
 &= 9,35 * 10^{-4} \left(\frac{cm}{s} \right).
 \end{aligned}$$

- Bu sonucu biraz düşünürseniz gerçek hayat ile uyuşmadığını anlarsınız. Bunun sebebi bu modelin çok basit bir model olmasıdır. Serbest elektronlar, tel içinde her yere dağılmış durumdadırlar. Dolayısı ile elektrik alan uygulandığı an hemen hareketi tamamlarlar.
- Sürüklenenler elektronlar olduğundan sürüklenme hızı ile akım yoğunluğu zıt yönlüdür.

7.3.1 Akım ve Yüklerin Korunumu

Yük korunumunun madde içindeki akıma etkisi, kütle korunumunun sıvı hareketine etkisi gibidir. Bir boruya giren su kütlesi kadar su boruyu terk eder. Bener şekilde kararlı bir akım içinde, iletkenin bir bölgesine giren akım kadar akım bölgeden ayrılır.

Eğer borunun girişi ile çıkışı aynı yüzeysel alana sahip değilse ne olur? Bu sorunun cevabı elektrik akımı içinde aynıdır. Ağzı darlaşan bir boruya giren su miktarı çıkacak su miktarına eşit olacaktır. Dolayısıyla daha dar alandan çıkmaya çalışan su molekülleri hızlanacaktır. Ağzını elimizle kapattığımız su borusundan su daha ileri bu şekilde fışkırır.

Elektrik akımda bunu başlangıç elektrik akımının son elektrik akımına eşit olduğu ile söylemiştik. Akım, akım yoğunluğu ile yüzey alanın skalar çarpmasıydı.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_2 \\
 \vec{J}_1 \cdot \vec{A}_1 &= \vec{J}_2 \cdot \vec{A}_2 \\
 n_{sq} q \vec{v}_{d1} \cdot \vec{A}_1 &= n_{sq} q \vec{v}_{d2} \cdot \vec{A}_2
 \end{aligned}$$

7.4 Direnç

Elektrik yükünün madde içinde hareket edebilme yetisinin ölçüsüdür. Matematiksel olarak, elektrik potansiyel farkın madde içinden geçen akıma oranı olarak tanımlanır.

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad (7.5)$$

Skalar bir niceliktir, R harfi ile gösterilir. Birimi

$$1(\Omega) = \frac{1(V)}{1(A)}$$

dır ve **Ohm** okunur.

Bu doğrusal ilişki her zaman geçerli değildir.

- Geçerli olduğu maddelere **omik malzemeler**,
- geçerli olmadığı maddelere de **omik olmayan malzemeler** denir. Örnek: **Diyot**.

7.5 Özdirenç

Direnç, yük taşıyıcısı serbest elektronların madde içindeki diğer elektron ve iyonlarla çarpışması idi. İletken telin fiziksel özellikleri değişir ise direnç ne olur?

- Telin uzunluğu iki katına çıkarsa, çarpışmalarda iki kat artar.
- Telin kesit alanı 2 kat artar ise, çarpışmalar iki kat artar.

Telin uzunluğu, direnç ile doğru, kesit alanı ise ters orantılıdır.

Bunların dışında tabii ki telin cinsi de serbest elektron sayısına etkir. Ayrıca telin atomik yapısı etkindir. Bütün bu iç yapısal etkilere **Özdirenç** ismi verilir ve ρ harfi ile gösterilir. Direnç ile özdirenç arasında sabit sıcaklıkta şu ilişki

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (7.6)$$

vardır. Özdirenç de skalar bir niceliktir ve birimi (Ωm) 'dir.

Sıcaklık direnç ve özdirenç üzerinde son derece etkili bir parametredir. Farklı sıcaklıklarda malzemelerin atomik yapılarında değişiklikler olur dolayısıyla farklı özdirençlere sahip olurlar. Burada yazdığımız

$$\rho = R \frac{A}{L} \quad (7.7)$$

eşitliği sabit sıcaklıklarda geçerlidir.

7.5.1 Özdirencin sıcaklık ile değişimi

Bakır gibi bazı maddelerin özdirenci sıcaklık değişimine karşı aşırı hassasiyet gösterir. Bu ilişki

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (7.8)$$

gibidir. Burada kullanılan

- ρ_0 : $T_0 = 20^\circ C$ derecedeki referans özdirenç değeridir.
- α Direncin sıcaklığa bağımlılık katsayısıdır. Bakır gibi hassas malzemelerde bu değer yüksektir.

Malzemelerin referans özdirençleri tablolarda verilir. Mühendisler bu tablolara bakarak hesaplarını yapabilir.

Örnek 60. *Uzunluğu 20(m), çapı 0,5(mm) olan platin telden sarılmış bobinin*

- $20^\circ C$ 'deki direnci nedir?
- *Tablodan $20^\circ C$ 'deki özdirencini okuruz.*

$$\begin{aligned} \rho_0(20^\circ C) &= 10,6 * 10^{-8}(\Omega m) \\ L &= 20(m) \\ 2r &= 0,5 * 10^{-3}(m) \\ \Rightarrow A &= \frac{22}{7} * \left(\frac{10^{-3}(m)}{4} \right)^2 \\ \Rightarrow A &= \frac{11}{56} * 10^{-6}(m^2) \end{aligned}$$

Direnç o halde

$$\begin{aligned} R(20^\circ C) &= 10,6 * 10^{-8}(\Omega m) * \frac{20(m)}{\frac{11}{56} * 10^{-6}(m^2)} \\ &\simeq 11(\Omega) \end{aligned}$$

- *Aynı malzemenin $1000^\circ C$ 'deki direnci nedir?*
- *Önce $1000^\circ C$ 'deki özdirencini bulalım. Tablodan α katsayısını okuyalım*

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,0039 \left(\frac{1}{^\circ C} \right) \\ \rho(T) &= \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \\ \rho(T = 1000^\circ C) &= 10,6 * 10^{-8}(\Omega m) \left[1 + 0,0039 \left(\frac{1}{^\circ C} \right) (1000^\circ C - 20^\circ C) \right] \\ &= 51,1 * 10^{-8}(\Omega m). \end{aligned}$$

– Yeni sıcaklıkta tellerin genişmediğini kabul edersek direnci

$$\begin{aligned}
 R(T = 1000^\circ C) &= \rho(T = 1000^\circ C) \frac{L}{A} \\
 &= 51.1 * 10^{-8} (\Omega m) * \frac{20(m)}{\frac{11}{56} * 10^{-6} (m^2)} \\
 &\simeq 52(\Omega)
 \end{aligned}$$

Yaklaşık 5 kat arttı.

7.6 İletkenlik

Özdirenci düşük olan malzemelerin iletkenlikleri büyük olur. İletkenlik katsayısı σ ile gösterilir ve

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (7.9)$$

ile tanımlanır. Skalar bir niceliktir ve birimi

$$\frac{1}{(\Omega m)}$$

dir.

7.6.1 İletkenlik, Elektrik Alan ve Akım Yoğunluğu

Bu bölümde öğrendiğimiz yeni fiziksel niceliklerin kendi aralarındaki ilişkileri aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (7.10)$$

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad (7.11)$$

$$\rho \frac{L}{A} = \frac{\Delta V}{I} \quad (7.12)$$

$$\rho \frac{I}{A} = \frac{\Delta V}{L} \quad (7.13)$$

$$\rho |\vec{J}| = |\vec{E}| \quad (7.14)$$

$$|\vec{J}| = \sigma |\vec{E}|. \quad (7.15)$$

Vektörel olarak baktığımızda ise elektrik alan ile akım yoğunluğunu aynı yönde, elektronların sürüklenme hızlarını zıt yöde görürüz.

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

7.6.2 Tablo

Bu bölümde $20^{\circ}C$ 'de bazı iletkenlere ait özdirenç, iletkenlik ve sıcaklık katsayıları verilmiştir.

Elementler	ρ :Özdirenç (Ωm)	σ :İletkenlik $\frac{1}{(\Omega m)}$	α :Sıcaklık katsayısı
Alüminyum	$2,82 * 10^{-8}$	$2,82 * 10^7$	0,0039
Gümüş	$1,59 * 10^{-8}$	$6,29 * 10^7$	0,0038
Bakır	$1,72 * 10^{-8}$	$5,81 * 10^7$	0,0039
Demir	$10,0 * 10^{-8}$	$1,0 * 10^7$	0,0050
Tungsten	$5,6 * 10^{-8}$	$1,8 * 10^7$	0,0045
Platin	$10,6 * 10^{-8}$	$1,0 * 10^7$	0,0039

7.7 Güç

Malzemelerden akım geçtikçe, malzemelerin ısındığını öğrendik. Dolayısıyla ısı enerjisi ile bir kısım enerji kaybedilmiş olunur. Birim zamanda kaybedilen enerji nasıl hesaplanır?

Diferansiyel dq yükü ΔV elektrik potansiyel fark altında hareket etsin. Potansiyel enerjideki değişim dU

$$dU = dq\Delta V$$

ile verilmişti. Birim zamanda yapılan iş, elektriksel güçtür.

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (7.16)$$

$$= \frac{dq}{dt} \Delta V \quad (7.17)$$

$$P = I\Delta V. \quad (7.18)$$

Skalar bir niceliktir ve birimi *Watt*'dır (W) ile gösterilir.

7.7.1 Omik Malzemeler için Güç

Omik özellik gösteren maddelerde gücü

$$\begin{aligned} P &= I\Delta V \\ &= \frac{(\Delta V)^2}{R} \\ &= I^2 R. \end{aligned}$$

FİZİK II - ÖDEV SET 7

1. Nikrom, elektrik ısıtıcılarda sıkca kullanılan nikel, krom ve demir alaşımıdır. Bir tost makinesinde $1,0(m)$ nikrom tel, $120(V)$ elektrik potansiyel fark altında en az $16(A)$ akım taşıyabilir. Nikrom'un özdirenci $1,0 * 10^{-6}(\Omega m)$ ise,

- telin çapını bulunuz. $0,20(mm)$
- Tost makinesinin gücünü hesaplayınız? $1900(W)$

2. $1(kWsaat)$ enerjiyi *Joule* cinsinden ifade ediniz. $3,6 * 10^6(J)$
3. Bir dükkanda $100(W)$ 'lık bir ampül sürekli açık tutulmaktadır. Elektrik fiyatı $(kWsaat)$ başına $8(TL)$ ise üç ay sonra gelecek KDV'siz elektrik faturasını hesaplayınız? $1760(TL)$
4. Yarıçapı R olan silindirik bir teldeki akım yoğunluğu şiddeti

$$J = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

ile veriliyor. Yoğunluk eksene paraleldir. Eksene dik olan bölümden geçen toplam akım nedir? $\frac{\pi}{2} J_0 R^2$

5. Kesidi $50(mm)^2$ olan ve x-ekseni boyunca uzayan alüminyum telden bir saatte $10000(C)$ yük geçmektedir. Her bir alüminyum atomu için tek serbest elektron olduğunu varsayarak

- Akımı
- Akım yoğunluğunu
- sürüklenme hızını hesaplayınız.

6. Yarıçapı $0,5(mm)$ ve boyu $50(cm)$ olan nikrom tel, potansiyel farkı $50(V)$ olan bir bataryaya bağlıdır. Telin

- oda sıcaklığı olan $25^\circ C$ deki akımını hesaplayınız. $19,6(A)$
- $100^\circ C$ deki akımını hesaplayınız. $17,1(A)$

7. Uzunluğu L olan $2,8 * 10^{-8}(\Omega m)$ özdirençli alüminyum tel ile uzunluğu $5L$ olan $1,7 * 10^{-8}(\Omega m)$ özdirençli bakır telin dirençleri eşittir. Tellerin yarıçap oranlarını bulunuz.

8. Nikrom tel kullanan ısıtıcı $110(V)$ elektrik potansiyel fark altında $1250(W)$ güç tüketmektedir. Nikrom telin kesiti $0,2 * 10^{-6}(m^2)$ 'dir. Telin boyunu hesap ediniz. $1,9(m)$

Chapter 8

DOĞRU AKIM DEVRELERİ

Bundan önceki derslerde yüklerin elektrik potansiyel fark altındaki davranışlarını inceledik. Bunun yanında direnç, kapasitör gibi elektrik devre elemanlarını öğrendik. Artık hepsini beraber kullanabileceğimiz yapıları, yani elektrik devreleri çalışma zamanı geldi.

8.1 Elektrik Devre

Kondansatör, direnç ve bataryaların iletken tellerle birbirlerine bağlanmasıyla oluşturulan yapılara **elektrik devreler** denir.

Özdirenci ρ olan bir iletken düşünelim. Bu iletkene $\vec{E}_1$ dış elektrik alanı uygulansın.

Dış elektrik alan, iletkende akım yoğunluğu $\vec{J} = \sigma \vec{E}_1$ olan bir akım oluşturur. Kısa süre içinde iletkenin içindeki serbest yükler harekete başlar. Pozitif ve negatif yükler iki uçta toplanır ve ters bir elektrik alan $\vec{E}_2$ oluştururlar. İndüklenerek oluşan $\vec{E}_2$ alanı tam olarak dış elektrik alan $\vec{E}_1$ 'e zıttır.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

Saniyenin çok çok küçük bir diliminde oluşan oluşan akım, yine aynı dilim içinde sıfırlanır.

Sonuç: Bir iletkende akımın sürekli ve düzgün oluşabilmesi için iletkenin açık olmaması gerekir. **Kapalı devre** veya iletken halkalarda düzgün akımlar oluşabilir.

Bir q yükü bir devre içinde dönüp başladığı noktaya gelirse, kapalı halka boyunca hareket edince, elektriksel potansiyel enerjisi başlangıç elektriksel potansiyel enerjisine eşit olur. Yükler devre boyunca hareket ederken dirençlerle karşılaşır, dolayısıyla elektriksel potansiyel enerjilerinde azalmalar olur. O halde devrelerin bazı yerlerinde elektriksel potansiyel enerji kaynaklarına ihtiyaç duyulur.

8.2 Elektromotor Kuvvet(εmk)

Bir elektrik devresinde yüklerin hareketini sağlayan enerji kaynağına **elektromotor kuvvet** (εmk) denir. İsmi aksine bir kuvvet değil, bir enerji kaynağıdır.

Sıradan bir iletkenin aksine bu devre elemanı içinde akımın yönü **düşük elektrik potansiyelden yüksek elektrik potansiyele** doğrudur. Bu hareketi sağlamak için birim yük başına düşen gerekli enerji miktarıdır. Skalar bir niceliktir. Birimi (*Volt*)’tur. (V) ile gösterilir.

$$1(V) = \frac{1(J)}{1(C)}$$

Bir pilin εmk ’sı 1,5(V) ise: her bir Coulomb yükü için pil 1,5(J)’luk iş yapıyordur.

εmk denilince akla sadece bataryalar gelir, fakat bataryalardan başka çok çeşitli εmk kaynakları vardır. Bütün εmk kaynaklarının tek bir paydası vardır. Mekanik, ısı, kimyasal reaksiyonlar gibi enerjileri elektrik potansiyel enerjisine çevirirler.

8.2.1 İdeal εmk Kaynağı

İdeal bir εmk kaynağında uçlar arasındaki elektrik potansiyel fark, devreden geçen akımdan bağımsız olarak sabittir.

8.2.2 Açık Devre Durumu

εmk kaynağında uçlar birbirlerine temas etmediği durumdur. a noktasında V_a elektrik potansiyeli; b noktasında V_b elektrik potansiyeli olsun. Elektrik alanının a noktasından b noktasına doğru olduğunu düşünelim. a noktasını pozitif uç **”katot”**, b noktasını negatif uç **”anot”** olarak isimlendirirler. Bu noktalardaki V_a elektrik potansiyelinin V_b elektrik potansiyelinden yüksek olduğu anlamına gelir. Elektrik potansiyel arasındaki fark

$$\Delta V = V_{ab} \equiv V_a - V_b \quad (8.1)$$

olarak tanımlayalım. a ve b uçlarına **terminal uçları** da denir. Kaynak içindeki q yükü üzerine bir elektriksel kuvvet $\vec{F}_e$ etkir.

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Ancak kaynak başka bir kuvvet daha $\vec{F}_n$ yaratır. Kaynak bu kuvvet ile birlikte yükleri b ’den a ’ya doğru iter. (Tıpkı yokuş yukarı itmek gibi.)

Devre açık olduğunda

$$|\vec{F}_n| = |\vec{F}_e|$$

eşitliği olur ve elektrik potansiyel fark korunur. Eğer dengeliyici $\vec{F}_n$ kuvveti olmasaydı, batarya kendi içinde kısa süre içinde boşalır.

Eğer pozitif yük b ’den a ’ya kadar hareket ettirilirse, elektrostatik olmayan $\vec{F}_n$ kuvveti yük üzerinde pozitif bir iş yapmış olur. Bu yapılan işten dolayı elektriksel potansiyel enerji qV_{ab} kadar yükselir.

8.2.3 Kapalı Devre Durumu

Kapalı devrede anot uç ile katod uç birbirlerine tel, direnç vb. malzemeler ile bağlıdır.

a ve b terminal uçları arasındaki potansiyel farktan dolayı telden yükler hareket etmeye başlar ve I akımı oluşur. Telin R direnci cinsinden terminal uçlar arasındaki potansiyel fark

$$V_{ab} = IR$$

ile ifade edilir.

q yükü devreden akarken, ideal kaynaktan da geçecektir. İşte burada bataryada potansiyel enerjisinde bir artış olacaktır ve yine bu artışı telden geçerken yitirecektir. Potansiyel enerjideki bu artış pilin bu artışı sağlayamayacağı noktaya kadar sürer.

8.3 İç Direnç

Çoğu zaman gerçek εmk kaynaklarında, hareket eden yükler kaynağın içinde de bir direnç ile karşılaşılır. Bu dirence **iç direnç** denir ve r ile ifade gösterilir. Örneğin, otomobil aküsü boşalırken ısınır.

İç direnç de bataryanın içinde bir potansiyel enerji kaybına yol açar. O halde

- V_{ab} "Terminal Voltajı": Uçlar arasındaki elektrik potansiyel fark,
- ε elektromotor kuvvet,
- r içdirenç, R direnç olmak üzere

Terminal voltaşı $\varepsilon - Ir$ 'na eşit olur ve

$$\varepsilon - Ir = IR$$

ile ifade edilir. Böylelikle akım

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

olarak bulunur.

Dikkat ediniz, burada terminal voltaşı elektromotordan küçük oldu. Bunun tersi de doğru olabilir. "Akımın yönüne" göre terminal voltaşı elektromotor kuvvetten büyük de olabilir. İleriyen kısımlarda bunu da göreceğiz.

8.4 Elektrik Ölçü Aletleri

Direnç, potansiyel fark, εmk ve akım ölçen elektrik ölçü aletleri nelerdir?

- Akım, ölçen aletlere **Ampermetre** veya **Galvanometre** denir. İç direnci çok düşüktür. Devrelere seri bağlanmalıdır. Neden?

- Potansiyel farkı ölçen alete **Voltmetre** denir. İç direnci çok büyüktür. Devreye paralel bağlanmalıdır. Neden?
- εmk ölçen alete **Potansiyometre** denir.
- **Multimetre** veya **Avometre**, dijital ortamda yukarıdaki tüm ölçümleri yapabilen ve aynı zamanda direnç ölçebilen aletlerdir.

8.5 Devre Sembolleri

- İletken tel, düz bir çizgi ile gösterilir. Direnci ihmal edilir.
- İlekten telin üzerinde zik zak çizgiler ile direnç gösterilir.
- εmk Anotu kısa, Katotu uzun çizerek ve yanına bir direnç koyarak çizilir. Direncin katota ve anota bağlanmış olması devre çözümlenirken dikkate alınacaktır.

Örnek 61. *Açık devrede $\varepsilon mk = 12(V)$ ve iç direnci $2(\Omega)$ olan bir içdirenç olsun. Derste göstereceğim gibi Voltmetre ve Ampermetre takılırsa bunların okuyacağı değerler ne olacaktır?*

Örnek 62. *Şekildeki devrede Voltmetre ve Ampermetrenin okuduğu değerleri bulunuz.*

Örnek 63. *Şekildeki devrede Voltmetre ve Ampermetrenin okuduğu değerleri bulunuz.*

Örnek 64. *Şekildeki devrede Ampermetrenin okuduğu değerleri bulunuz.*

Örnek 65. *Şekildeki devrenin bir tam turundaki Potansiyel enerji değişimlerini çiziniz.*

8.6 Elektrik Devrelerinde Enerji ve Güç

Bir εmk kaynağı elektriksel güç kaynağıdır. Güç başka ifadeyle εmk kaynağının enerji aktarma hızı olarak da ifade edilir.

Devre elemanına giren yük miktarı ile çıkan yük miktarı eşit olduğundan yüklerin kinetik enerjileri aynı kalır. Enerji değişimleri sadece Potansiyel Enerji değişimleriyle karşımıza çıkar.

dt zaman aralığında geçen yük miktarı dq ise, Potansiyel enerjideki değişim

$$\begin{aligned} dU &= V_{ab}dq \\ &= V_{ab}Idt \end{aligned}$$

ile verilir. Güç ise

$$P = IV_{ab}$$

8.6.1 Direnç Üzerinde Güç

Dirençler üzerinde her zaman potansiyel enerji azalması yaşanır. Dolayısıyla direncin başlangıcını a , çıkışını b ile gösterirsek, direnç üzerindeki elektrik potansiyelindeki değişim

$$V_{ab} = V_a - V_b > 0$$

olur. Güç ise her zaman pozitif çıkar

$$\begin{aligned} P &= (V_a - V_b)I \\ &= I^2 R \\ &= \frac{(V_a - V_b)^2}{R} \end{aligned}$$

Chapter 9

MANYETİK KUVVET ve ETKİLERİ

Manyetizmanın en iyi bilinen biçimi kalıcı mıknatıslardır. Bunlar mıknatıslanmamış demir nesneleri kendilerine doğru çekerler. Diğer mıknatısları ise ya iterler yada çekerler. Bu bölümde manyetizmanın temel doğasının ne üzerine kurulduğunu anlamaya çalışacağız. Bunu yaparken de her zaman durgun yüklerdeki (Elektrik Alan) yaklaşımlarımızı hatırlatacağım.

9.1 Manyetik kuvvet nedir?

Hatırlayalım

- Durgun yüklerin etkileşmesi **elektiriksel kuvvet** idi.
- Hareketli yüklerin etkileşmesi **Manyetik Kuvvet**'dir.

9.2 Manyetik alan nedir?

Hatırlayalım

- Durgun bir yük çevresinde bir **elektrik alan** yaratır, bu alana bırakılan *herhangi* ikinci yük alana tepki verir.
- Hareketli bir yük çevresinde bir **Manyetik Alan** yaratır, bu alana bırakılan *Hareketli* ikinci yük alana tepki verir.

9.3 Tarihçe ve Mıknatıslanma

Yaklaşık 2500 yıl önce **Magnezia**(şimdilerde Manisa) civarında mıknatıslanmış demir cevheri gözlenmiştir. Daha detaylı söylemek gerekirse, kalıcı mıknatısların demir tozlarını çektiklerini belgelere yazılmıştır.

9.4 Manyetik Kutuplar

Mıknatısların iki kutubu vardır. Tıpkı elektrik yükleri gibi. Aralarındaki bu benzerliğe rağmen çok büyük bir fark taşırlar. Elektriksel KUTUPLAR TEK BAŞLARINA bulunmasına rağmen, Manyetik kutuplar ASLA TEK BAŞINA bulunmazlar.

Manyetik kutuplar **kuzey** ve **güney** olarak isimlendirilmiştir. Zıt kutuplar birbirlerini çekerken, aynı kutuplar tıpkı elektrik alanda olduğu gibi birbirlerini iterler. Ama asla bir kuzey kutubu tek başına göremezsiniz, bir mıknatısı yarıya keserseniz, derhal yeni iki adet kuzey ve güney kutuplar oluşur.

9.4.1 Coğrafi Kutuplar

Dünyanın dev bir mıknatıstır. Coğrafyada belirlenen kutuplar ile manyetik kutuplar farklıdır neden?

Coğrafi kuzey kutup, manyetik güney kutuba çok yakındır. Aynı şekilde coğrafi güney kutup da manyetik kuzey kutuba çok yakındır. (Dünyanın coğrafi dönme eksenini ile manyetik alan dönme eksenleri birbirlerine paralel değildir. Aralarındaki küçük sapma bundan kaynaklanır.)

9.5 Manyetik Kuvvet

Manyetik kuvvetin hareket eden bir yük üzerinde dört ana etkisi gözlemlenmiştir. Bunlar

- Kuvvetin büyüklüğü yükün büyüklüğü ile orantılıdır. (Elektriksel kuvvet gibi).
- Kuvvetin büyüklüğü, manyetik alanın büyüklüğüne bağlıdır. (Elektriksel kuvvet gibi).
- Manyetik kuvvet, parçacığın hızına bağlıdır. (ELEKTRİKSEL KUVVETTE BU ÖNEMLİ DEĞİLDİR.)
- Manyetik kuvvet HEM MANYETİK ALANA hemde PARÇACIĞIN HIZINA DİKTİR. (ELEKTRİKSEL KUVVET elektrik alan ile aynı doğrultudadır.)

Bu deneysel gözlemler sonucu $\vec{v}$ hızına sahip q yüklü parçacık eğer bir $\vec{B}$ manyetik alanına girerse, manyetik kuvvet aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (9.1)$$

9.5.1 Manyetik Kuvvetin Yönü

Manyetik kuvvet basit anlamda vektörel bir çarpımdır. Bu çarpım sağ el kuralına göre yapılacaktır.

Pozitif yükler için elinizi hız yönünde ilerletin, manyetik alana doğru sağ elinizi kıvrın, baş parmak pozitif yüke uygulanan manyetik kuvvetinin yönünü verecektir.

9.6 Yüklü Noktasal Parçacığa Etki Eden Toplam Kuvvet

- Dönemin ilk kısmında gördük ki, yüklü bir cisim bir elektrik alanın içinde hareketli veya hareketsiz yer alıyorsa üzerine bir

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

elektiriksel kuvvet uygulanır.

- Ortamda manyetik alanda var ise, hareket halindeki yüke bir manyetik kuvvet etkir.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Hareketli yüke etkiyen toplam kuvvete **LORENTZ KUVVETİ** denir ve

$$\vec{F}_L = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \quad (9.2)$$

Örnek 66. $1,6 \cdot 10^{-19}(C)$ yüklü bir proton $x - z$ düzlemi içinde ve z -ekseni ile 30 derecelik bir açı ile $3,0 \cdot 10^5(m/s)$ süratle, pozitif z eksen yönünde $2,0(Tesla)$ şiddetindeki bir manyetik alanın içinde hareket etmektedir. Bu proton üzerindeki kuvveti bulunuz.

$$\begin{aligned} \vec{B} &= 2,0(T)\hat{k} \\ \vec{v} &= 3,0 \cdot 10^5(m/s) \cos(60)\hat{i} + 3,0 \cdot 10^5(m/s) \sin(60)\hat{k} \\ \vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19}(C) * [3,0 \cdot 10^5(m/s) \cos(60)\hat{i} + 3,0 \cdot 10^5(m/s) \sin(60)\hat{k}] \times (2,0(T)\hat{k}) \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19}(C) * 3,0 \cdot 10^5(m/s) \cos(60) * 2,0(T) \hat{-j} \\ \vec{F}_B &= -4,8 \cdot 10^{-14}(N)\hat{j}. \end{aligned}$$

Ev ödevi 24. Düzgün bir manyetik alan, güney kuzey yönünde ve $1,5(Tesla)$ şiddetinde yatay olarak bulunmaktadır. Bir proton manyetik alana dik olarak $5,0(MeV)$ 'lik bir potansiyel enerji ile ivmelendirilerek sokuluyor. Protona etki edecek kuvvetin şiddetini bulunuz. $7,4 \cdot 10^{-12}(N)$

9.7 Elektrik ve Manyetik Kuvvetlerin Yaptığı İş

Lorentz kuvvetini kullanarak bir parçağın üzerinde yapılan işi bulabiliriz. Lorentz kuvvetinde hem elektrik alan hem de manyetik alan birarada yer almaktadır.

$$\vec{F}_L = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})]$$

9.7.1 Manyetik Kuvvetin Yaptığı İş

Bir an için elektrik alanın olmadığı durumu düşünelim.

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= q(\vec{v} \times \vec{B}) \\ &= q\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}\right)\end{aligned}$$

Manyetik kuvvetin fiziksel anlamda tanımlanan işi

$$W_B = \int \vec{F}_B \cdot d\vec{r} \quad (9.3)$$

$$= \int \vec{F}_B \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt \quad (9.4)$$

$$= \int q\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}\right) \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt \quad (9.5)$$

$$= 0 \quad (9.6)$$

özdeş olarak sıfırdır. Dolayısıyla manyetik kuvvet asla fiziksel iş yapmaz.

9.7.2 Lorentz kuvvetinin yaptığı iş

Eğer Lorentz kuvvetinin yaptığı işten bahsedilecekse,

$$W_L = \int \vec{F}_L \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt \quad (9.7)$$

$$= \int q\left(\vec{E} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}\right) \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt \quad (9.8)$$

$$= \int q\vec{E} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt \quad (9.9)$$

ile ifade edilir. Dolayısı ile manyetik alan ve elektrik alan aynı anda olsa bile yapılan fiziksel iş sadece elektriksel kuvvetin yaptığı işten ibaret olacaktır.

9.8 Yüklü Parçacığın Düzgün Manyetik Alan-daki Hareketi

Manyetik kuvvetin parçacığın hızı $\vec{v}$ 'e dik olması veya olmaması, yüklü parçacıkların manyetik alan içinde özel hareketler yapmasına sebep olur. Şimdi bunları inceleyelim.

9.8.1 Siklotronik Hareket ve Frekansı

Manyetik alan etkisinde bir parçacığın kinetik enerjisinde bir değişiklik olmaz. **Kinetik enerjisinde bir değişiklik olmaması hızının değişmediği anlamına gelmez.** Sadece süratin sabit kaldığı hızının ise yön değiştirerek

9.8. YÜKLÜ PARÇACIĞIN DÜZGÜN MANYETİK ALANDAKİ HAREKETİ 137

farklı vektörler alacağına dikkat ediniz. Hızın değiştiği fakat süratin değişmediği durumları daha önce görmüştük. Bu dairesel bir harekettir.

Bir örnek ile inceleyelim.

Örnek 67. *Pozitif q yükü sayfa düzleminden içeri doğru olan $\vec{B}$ manyetik alanı içerisinde, **manyetik alana dik** olacak şekilde $\vec{v}$ hızıyla girecektir. Hareketi inceleyiniz.*

- *Parçacığın hareketini incelerken dört farklı andaki durumu inceleme yolunu seçtim. Önce kartezyan koordinat sistemini belirleyeceğim. Sayfa düzlemi $\hat{i}$ ve $\hat{j}$ yönlerini ifade edelim. Sayfa düzleminden bize doğru gelen yön ise $\hat{k}$ ile ifade edelim.*
- *t_1 anında hızı $\vec{v}(t_1) = v\hat{j}$ olsun. Bu anda parçacığa etkiyen kuvveti bulmak için manyetik alanı da yazarak manyetik kuvveti bulalım.*

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_1) &= v\hat{j} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \vec{F}_B(t_1) &= qv\hat{j} \times (-B\hat{k}) \\ &= -qvB\hat{i}.\end{aligned}$$

- *t_1 anında pozitif yüke negatif $-\hat{i}$ doğrultusunda bir kuvvet etki ediyor. Dolayısıyla parçacık hareket ederken dönmeye başlıyor.*
- *t_2 anında pozitif yükün hızı $\vec{v}(t_2) = -v\hat{i}$ haline gelmiş olsun. Bu anda parçacık üzerine etki eden manyetik kuvvet*

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_2) &= -v\hat{i} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \vec{F}_B(t_2) &= q(-v\hat{i}) \times (-B\hat{k}) \\ &= -qvB\hat{j}.\end{aligned}$$

- *t_2 anında pozitif yüke negatif $-\hat{j}$ doğrultusunda bir kuvvet etki ediyor. Dolayısıyla parçacık hareket ederken dönmeye devam ediyor.*
- *t_3 anında hızı $\vec{v}(t_3) = -v\hat{j}$ olsun. Bu anda parçacığa etkiyen kuvveti bulmak için manyetik alanı da yazarak manyetik kuvveti bulalım.*

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_3) &= -v\hat{j} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \vec{F}_B(t_3) &= q(-v\hat{j}) \times (-B\hat{k}) \\ &= qvB\hat{i}.\end{aligned}$$

- t_3 anında pozitif yüke negatif $\hat{i}$ doğrultusunda bir kuvvet etki ediyor. Dolayısıyla parçacık hareket ederken dönmeye devam ediyor.
- t_4 anında pozitif yükün hızı $\vec{v}(t_4) = v\hat{i}$ haline gelmiş olsun. Bu anda parçacık üzerine etki eden manyetik kuvvet

$$\begin{aligned}\vec{v}(t_4) &= v\hat{i} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \vec{F}_B(t_4) &= qv\hat{i} \times (-B\hat{k}) \\ &= qvB\hat{j}.\end{aligned}$$

- t_4 anında pozitif yüke negatif $\hat{j}$ doğrultusunda bir kuvvet etki ediyor. Dolayısıyla parçacık hareket ederken dönmeye devam ediyor.
- İşte yüklü parçacık bu şekilde hareketini tamamlayarak dairesel bir harekette bulunacaktır. Dairesel hareket sırasında ivmesinde bir değişiklik olacaktır, merkezci ivme, fakat sürati sabit kalacaktır.

$$|\vec{F}_B(t_1)| = qvB \quad (9.10)$$

$$= m\frac{v^2}{R}. \quad (9.11)$$

- Dolayısıyla dönme yarıçapı R bulunur.

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (9.12)$$

- Açısal sürati çizgisel süratinden bağımsız aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w = \frac{v}{R} \quad (9.13)$$

$$= \frac{qB}{m} \quad (9.14)$$

- Birim zamanda dönme sayısı, **siklotron frekansı** olarak adlandırılır

$$f = \frac{w}{2\pi} \quad (9.15)$$

$$= \frac{qB}{2\pi m} \quad (9.16)$$

Bilimsel araştırmalarda ve teknolojik uygulamalarda, bilinen bir manyetik alanda parçacığın dairesel hareketinin yarıçapı ölçülür ve buradan hızı, yükü ve kütesinden biri hesaplanır.

9.8.2 Helisoidal Hareket

Eğer yüklü parçacık **manyetik alana dik girmiyorsa** hızın alana paralel bileşeni sabit kalır, dik bileşeni ise yukarıda bahsettiğimiz dönme hareketini yaptırır. Paralel bileşen parçacığın ötelenmesini, dik bileşen dönmesini sağlamış olur. Bu hareket **Helis veya helezon** hareketidir. Helisin yarıçapı hızın dik bileşeni ile bulunacaktır.

Örnek 68. Bir proton pozitif x -eksenine yönelmiş $0,5(T)$ şiddetindeki manyetik alana, $v_x = 1,50 \cdot 10^5(m/s)$, $v_y = 0(m/s)$ ve $v_z = 2,00 \cdot 10^5(m/s)$ hız bileşenleri ile giriyor.

- $t = 0$ 'de proton üzerindeki net kuvveti bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_0 &= \vec{v}_{0x}\hat{i} + \vec{v}_{0y}\hat{j} + \vec{v}_{0z}\hat{k} \\
 &= 1,50 \cdot 10^5(m/s)\hat{i} + 2,00 \cdot 10^5(m/s)\hat{k} \\
 \vec{B} &= B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \\
 &= 0,5(T)\hat{i} \\
 \vec{F}_B(t=0(s)) &= q\vec{v}_0 \times \vec{B} \\
 &= 1,6 \cdot 10^{-19}(C)[1,50 \cdot 10^5(m/s)\hat{i} + 2,00 \cdot 10^5(m/s)\hat{k}] \times 0,5(T)\hat{i} \\
 \vec{F}_B(t=0(s)) &= 1,6 \cdot 10^{-14}(N)\hat{j}.
 \end{aligned}$$

- $t = 0$ 'de proton üzerindeki ivmeyi bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \vec{a}(t=0(s)) &= \frac{\vec{F}_B(t=0(s))}{m} \\
 &= \frac{1,6 \cdot 10^{-14}(N)\hat{j}}{1,67 \cdot 10^{-27}(kg)} \\
 &= 9,58 \cdot 10^{12}(m/s^2)\hat{j}.
 \end{aligned}$$

- Helisin yarıçapını bulunuz.

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{mv_{dik}}{qB} \\
 &= \frac{1,67 \cdot 10^{-27}(kg) \cdot 2,00 \cdot 10^5(m/s)}{1,6 \cdot 10^{-19}(C) \cdot 0,5(T)} \\
 &= 4,18 \cdot 10^{-3}(m).
 \end{aligned}$$

- Protonun açısal süratini bulunuz.

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{qB}{m} \\
 &= \frac{1,6 \cdot 10^{-19}(C) \cdot 0,5(T)}{1,67 \cdot 10^{-27}(kg)} \\
 &= 4,79 \cdot 10^7(rad/s).
 \end{aligned}$$

- *Hatve'yi (her dönmedeki helis eksen boyunca olan ötelenmedir) bulunuz.*

$$\begin{aligned}
T &= \frac{2\pi}{w} \\
&= \frac{2 * 3,14}{4,79 * 10^7 (rad/s)} \\
&= 1,31 * 10^{-7} (s) \\
x(t) &= v_{0x} t \\
|\vec{x}(1,31 * 10^{-7} (s))| &= 1,50 * 10^5 (m/s) 1,31 * 10^{-7} (s) \\
&= 0,0197 (m).
\end{aligned}$$

Ev ödevi 25. m kütleli q yüklü bir parçacık $\vec{B} = -B_0 \hat{k}$ manyetik alanı ile $\vec{E} = -E_0 \hat{j}$ elektrik alanına hangi hızla girmelidir ki, parçacık sapma yapmadan hareketine devam edebilsin?

9.9 Yüklü Parçacığın Düzgün Olmayan Manyetik Alandaki Hareketi

Yüklü bir parçacığın düzgün olmayan manyetik alandaki hareketi çok daha karmaşıktır. Burada bunun detaylarına girmeyeceğim ama birkaç örnekten bahsetmek istiyorum.

Dünyanın kendine ait düzgün olmayan bir manyetik alanı vardır. Güneşten gelen yüklü parçacıklar dünyanın çevresinde halka biçiminde olan bölgelerde hapsolülürler. Bu bölgelere "*Van Allen ışıınım kuşakları*" denir. Kutupların çevresinde, bu kuşaklardan gelen yüklü parçacıklar atmosfere girerek **Aurora Borealis** yani kuzey ışıkları ile **Aurora Australis** yani güney ışıkları oluştururlar.

Paralel iki bobin arasında manyetik alan şişeye benzer şekilde ortası şişkin bir alan oluşturur. Buna **manyetik şişe** denir. Bölgenin iki ucundaki parçacıklar bölgenin merkezine doğru bir kuvvete maruz kalır. Bu olay sayesinde sıcaklıkları $10^6 (K)$ mertebesinde olan iyonize gazlar bir arada tutulabilir. Normal şartlarda bu sıcaklığa maruz kalacak herhangi bir gerçek şişe buharlaşacaktır.

Son olarak temel parçacık fiziğinde önemli rol alabilirler. Sıvı hidrojen dolu bir odacığa düzgün olmayan bir manyetik alan uygulanır. Yüksek enerjili bir gamma ışını bu odacığa gönderilirse, hidrojenin atomundan bir elektron koparır. Kopan elektron ise sıvı hidrojende görülebilir bir iz bırakır onu yüksek süratle hareket eder. Manyetik kuvvet yüksek süratli bu elektronu hafifçe eğerek ilerletir. Ayrıca bu çarpışmada bir elektron pozitron çifti de oluşur. Yükleri tamamen birbirine zıt olduğundan, elektron ve pozitron birbirlerine zıt yönde kıvrılırlar. Bu parçacıklar sıvı hidrojen içinde hareket ederken diğer atomlara çarparak enerjilerini yitirirler. Bu deneysel gözlemlerle temel parçacıklar ve etkileşimleri anlmaya çalışırız.

9.10 Sürekli Yüklere Etkiyen Toplam Manyetik Kuvvet

Hareket eden noktasal yükler topluluğunu *elektrik akımı* olarak isimlendirmiştik. Akımın mutlaka bir iletken üzerindedir. Bu bölümde akım taşıyan iletkenlere etkiyecek toplam manyetik alanı öğreneceğiz.

9.10.1 Akım Taşıyan Bir İletken Üzerindeki Manyetik Kuvvet

Sürekli yüklere etkiyen kuvveti, tek yüke etkiyen manyetik kuvvetin tüm yükler üzerinden toplamı ile bulabiliriz. q yüküne etkiyen manyetik kuvvet

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Sürekli yüklerin sonsuz küçük bir kısmını dq diferansiyel yük olarak düşürsek, bu yüke etkiyen diferansiyel manyetik kuvvet

$$d\vec{F}_B = dq\vec{v} \times \vec{B}$$

ile yazılır. Akımın birim zamandaki yük değişimi olduğunu kullanarak

$$\begin{aligned} d\vec{F}_B &= \frac{dq}{dt} dt [\vec{v} \times \vec{B}] \\ &= I [dt\vec{v} \times \vec{B}] \\ &= I [d\vec{l} \times \vec{B}]. \end{aligned}$$

olarak yazılır. Burada $d\vec{l}$, $\vec{v}$ hızıyla hareket eden yüklerin dt sürede aldıkları diferansiyel yerdeğiştirmedir. Kuvvet ise bu diferansiyel kuvvetin toplamıdır.

$$\vec{F}_B = I \int [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Akım vektörel bir nicelik olmamasına rağmen $d\vec{l}$ vektörünü **bir anlamda akımın akış yönü** olarak değerlendirebiliriz. Kuvveti bazen

$$\vec{F}_B = I [\vec{l} \times \vec{B}].$$

olarak da ifade edilir.

Örnek 69. *Düz bakır bir çubuk yatay durumda batıdan doğuya doğru 50(A) akım taşıyor. İletkenin bulunduğu bölgede büyük bir mıknatıs doğudan kuzeye doğru yani kuzey doğu yönünde 45 derecelik bir açı ile 1,2(T) şiddetinde bir dış manyetik alan yaratmaktadır.*

- Çubuğun $1,0(m)$ 'lik kısmına etkiyen manyetik kuvveti bulunuz.

$$\begin{aligned}
\vec{l} &= 1,0(m)\hat{i} \\
\vec{B} &= 1,2(T)[\cos(45)\hat{i} + \sin(45)\hat{j}] \\
I &= 50(A) \\
\vec{F}_B &= I[\vec{l} \times \vec{B}] \\
&= 50(A) \left[1,0(m)\hat{i} \times 1,2(T) \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right] \right] \\
&= 30\sqrt{2}(N)\hat{k}.
\end{aligned}$$

- Çubuk yatay iken kuvvetin maksimum olması için, çubuk hangi konuma getirilmelidir?

– Maksimum olması için $\vec{l}$ vektörü manyetik alana dik olması gerekir. Bu da iki türlü elde edilebilir.

$$\begin{aligned}
\vec{l}_1 &= 1,0(m)[\cos(135)\hat{i} + \sin(135)\hat{j}] \\
\vec{l}_2 &= 1,0(m)[\cos(315)\hat{i} + \sin(315)\hat{j}]
\end{aligned}$$

- Çubuğun $1,0(m)$ 'lik kısmına etkiyen manyetik kuvveti yeni konumlarda bulunuz.

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{B1} &= 50(A) \left[1,0(m) \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right] \times 1,2(T) \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right] \right] \\
&= 60(N)\hat{k} \\
\vec{F}_{B2} &= 50(A) \left[1,0(m) \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right] \times 1,2(T) \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right] \right] \\
&= -60(N)\hat{k}
\end{aligned}$$

Örnek 70. Düzgün bir manyetik alan sayfa içinden dışarı doğru çıkmaktadır ve şiddeti B 'dir. Sayfanın içinden bize doğru I akımı $(x, y, z) = (R, 0, 0)$ noktasına akmaktadır. Bu noktaya gelen akımlar sayfa düzlemi içinde saat yönünün tersi yönünde $(x, y, z) = (-R, 0, 0)$ noktasına kadar akmaktadır. Son olarak bu noktadan batıya doğru doğrusal olarak akmaya devam edecektir. Telin üç parçası üzerine etkiyen toplam kuvveti verilenler cinsinden hesaplayınız.

- Telin üç farklı geometride olduğunu dörüyoruz. Her birini tek tek çözmek lazım. Önce yönleri belirleyelim. Doğu $\hat{i}$, Kuzey $\hat{j}$ ve sayfa düzleminden bize doğru olan yöne $\hat{k}$ ile gösterilirsin.
- Birinci tel L boyunda olsun, bu tel için manyetik kuvveti aşağıdaki gibi

bulunur.

$$\begin{aligned}
 d\vec{l}_1 &= dz' \hat{k} \\
 \vec{B} &= B \hat{k} \\
 \vec{F}_{B1} &= I \int_{-L}^0 [d\vec{l} \times \vec{B}] \\
 &= I \int_{-L}^0 [(dz' \hat{k}) \times (B \hat{k})] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

- İkinci tel R yarıçaplı bir teldir. Kutupsal koordinatlarda hesap yapmak manyetik kuvveti bulmak için en kolay yoldur.

$$\begin{aligned}
 |d\vec{l}_2| &= R d\theta \\
 |\vec{B}| &= B \\
 d\vec{l}_2 \times \vec{B} &= R d\theta B \sin(\theta) \\
 \vec{F}_{B2} &= I \int_0^\pi [d\vec{l} \times \vec{B}] \\
 |\vec{F}_{B2}| &= I \int_0^\pi [R d\theta B \sin(\theta)] \\
 &= IRB \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta \\
 &= IRB (-\cos(\theta)) \Big|_0^\pi \\
 &= -IRB [\cos(\pi) - \cos(0)] \\
 |\vec{F}_{B2}| &= 2IRB \\
 \vec{F}_{B2} &= 2IRB \hat{j}.
 \end{aligned}$$

- Üçüncü tel L boyunda olsun, bu tel için manyetik kuvveti aşağıdaki gibi

bulunur.

$$\begin{aligned}
d\vec{l}_3 &= dx' \hat{i} \\
\vec{B} &= B \hat{k} \\
\vec{F}_{B3} &= I \int_{-R}^{-R-L} [d\vec{l} \times \vec{B}] \\
&= I \int_{-R}^{-R-L} [(dx' \hat{i}) \times (B \hat{k})] \\
&= -IB \int_{-R}^{-R-L} dx' \hat{j} \\
&= -IB(x') \Big|_{-R}^{-R-L} \hat{j} \\
&= -IB(-R - L - (-R)) \hat{j} \\
&= IB L \hat{j}.
\end{aligned}$$

- Toplam kuvvet ise

$$\begin{aligned}
\vec{F}_B &= \vec{F}_{B1} + \vec{F}_{B2} + \vec{F}_{B3} \\
&= 0 + 2IRB \hat{j} + IB L \hat{j} \\
\vec{F}_B &= IB(L + 2R) \hat{j}
\end{aligned}$$

- İkinci telin hesabını yaparken bir miktar havadan yön belirledik gibi gözüksede aslında vektörel çarpımı sağ el kuralına göre yapınca bu sonuca ulaştığımızı anlayacaksınız. Fakat bütün ders notlarında olduğu gibi olayı tam olarak matematiksel açıklığa burada kavuşturmayı uygun buldum. Şöyleki

– $d\vec{l} = \vec{v}dt$ olarak tanımlıydı. Hız yüklü parçacıkların zamana göre yer değiştirmesidir.

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= R[\cos(\theta) \hat{i} + \sin(\theta) \hat{j}] \\
\frac{d\vec{r}(t)}{dt} &= -R \frac{d\theta}{dt} [\sin(\theta) \hat{i} - \cos(\theta) \hat{j}] \\
\frac{d\vec{r}(t)}{dt} dt &= -R d\theta [\sin(\theta) \hat{i} - \cos(\theta) \hat{j}] \\
d\vec{l} &= -R d\theta [\sin(\theta) \hat{i} - \cos(\theta) \hat{j}] \\
\vec{B} &= B \hat{k} \\
\vec{F}_{B2} &= I \int_0^\pi [d\vec{l} \times \vec{B}] \\
&= I \int_0^\pi [-R d\theta [\sin(\theta) \hat{i} - \cos(\theta) \hat{j}] \times B \hat{k}] \\
&= -IRB \int_0^\pi [-\sin(\theta) \hat{j} - \cos(\theta) \hat{i}] d\theta \\
&= IRB [\sin(\theta) \hat{i} - \cos(\theta) \hat{j}]_0^\pi \\
&= 2IRB \hat{j}.
\end{aligned}$$

- Veya yüklerin açının değişmesi yönündeki birim vektör yazılarak bulunur.

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= R[\cos(\theta)\hat{i} + \sin(\theta)\hat{j}] \\
\hat{e}_\theta &= \frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta}}{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} \right|} \\
\frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} &= R[-\sin(\theta)\hat{i} + \cos(\theta)\hat{j}] \\
\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} \right| &= R \\
\hat{e}_\theta &= [-\sin(\theta)\hat{i} + \cos(\theta)\hat{j}] \\
d\vec{l} &= R d\theta \hat{e}_\theta \\
&= R d\theta [-\sin(\theta)\hat{i} + \cos(\theta)\hat{j}].
\end{aligned}$$

9.11 Akım Halkasına Etkiyen Kuvvet ve Tork

Akım taşıyan halkalar genelde kapalı halkarlardır, bu nedenle halka biçimindeki bir iletken üzerindeki toplam manyetik kuvvet ve torku nasıl bulacağımızı öğrenmek anlamlıdır. Pratikte ise hoparlör, galvanometre gibi birçok aygıt halka üzerindeki kuvvet ve torktan yararlanılarak tasarlanmış ve günlük hayatta yerini almıştır.

Bir örnek olarak düzgün bir manyetik alan içinde dikdörtgen biçimdeki iletken tel halkası inceleyelim.

9.11.1 Kapalı Halkaya Etkiyen Toplam Kuvvet

Kenarları $(a, 0, 0)$, $(a, b, 0)$, $(0, 0, c)$ ve $(0, b, c)$ 'de bulunan dikdörtgen halkanın kenar uzunlukları b ve $\sqrt{a^2 + c^2}$ olsun. Dikdörtgen halkanın düzleminin normali ile manyetik alan $\vec{B}$ arasındaki θ açısı olsun. Matematiksel olarak bunu ifade etmek için şöyle düşünelim, manyetik alan sadece $\hat{k}$ doğrultusunda olsun.

$$\vec{B} = B\hat{k}$$

Dikdörtgen tel üzerinde yüklerin aktığı yolları dört farklı tel yolu üzerinden

$$\begin{aligned}
d\vec{l}_1 &= dy'\hat{j} \\
d\vec{l}_2 &= dx'\hat{i} + dz'\hat{k} \\
d\vec{l}_3 &= dy'\hat{i} \\
d\vec{l}_4 &= dx'\hat{j} + dz'\hat{k}
\end{aligned}$$

yazabiliriz. Bunların manyetik alan ile vektörel çarpımları

$$\begin{aligned}
d\vec{l}_1 \times \vec{B} &= -B dy'\hat{i} \\
d\vec{l}_2 \times \vec{B} &= -B dx'\hat{j} \\
d\vec{l}_3 \times \vec{B} &= B dy'\hat{i} \\
d\vec{l}_4 \times \vec{B} &= -B dx'\hat{j}.
\end{aligned}$$

olur. Her tele etkiyel kuvveti

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{B1} &= I \int_0^b d\vec{l}_1 \times \vec{B} \\
&= -IB \int_0^b dy' \hat{i} \\
&= -IB(0 - b)\hat{i} \\
\vec{F}_{B1} &= IBb\hat{i} \\
\vec{F}_{B2} &= I \int_a^0 d\vec{l}_2 \times \vec{B} \\
&= -IB \int_a^0 dx' \hat{j} \\
&= -IB(0 - a)\hat{j} \\
\vec{F}_{B2} &= IBa\hat{j}. \\
\vec{F}_{B3} &= I \int_b^0 d\vec{l}_3 \times \vec{B} \\
&= IB \int_b^0 dy' \hat{i} \\
&= IB(0 - b)\hat{i} \\
\vec{F}_{B3} &= -IBb\hat{i}. \\
\vec{F}_{B4} &= I \int_0^a d\vec{l}_4 \times \vec{B} \\
&= -IB \int_0^a dx' \hat{j} \\
&= -IB(a - 0)\hat{j} \\
\vec{F}_{B4} &= -IBa\hat{j}.
\end{aligned}$$

Toplam kuvvet sıfır çıkar, bu dengenin öteleme koşulunun sağlandığını gösterir.

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{net} &= IBb\hat{i} + IBa\hat{j} - IBb\hat{i} - IBa\hat{j} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Ev ödevi 26. *Toplam kuvvetin sıfır olduğunu sağ el kuralını kullanarak kendinize ispatlayınız.*

9.11.2 Kapalı Halkaya Etkiyen Toplam Tork

Denge koşullarından ilki olan öteleme kuvvetlerinin toplamı sıfır olduğundan kapalı halka ötelenmedi. Fakat kapalı halka dönme hareketi yapabilir. Bunu anlamak için dönme momentlerinin toplamı(TORK)nı hesaplamalıyız.

İkinci ve dördüncü yolların toplam kuvvetleri aynı doğrultu üzerindedir. Fakat birinci ve üçüncü yolların kuvvetleri birbirlerine eş şiddette paralel olarak dururlar. Bundan dolayı kapalı halka dönmeye başlayacaktır.

Bunu matematiksel olarak ifade edeceğim. Tel halkanın dönme eksenini geometrik merkezinden geçer. Tam olarak söylemek gerekirse tellerin tam ortasından geçen $\hat{j}$ doğrultusundadır. Dört tele etkiyen manyetik kuvveti, tellerin tam ortasında noktasal etki yapıyormuş gibi düşünürüz. Net Tork

$$\vec{\tau}_{net} = \sum_{i=1}^4 \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

İkinci ve dördüncü kuvvet dönme ekseninden geçtiği için döndürme momentleri sıfır olur.

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

Dönme ekseninden yazılacak vektörler için merkez noktanın koordinatlarına $(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2})$ ve tellerin tam orta noktalarına $(a, \frac{b}{2}, 0)$ ile $(0, \frac{b}{2}, c)$ ye ihtiyaç duyarız.

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \left(a - \frac{a}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{2}\right)\hat{j} + \left(0 - \frac{c}{2}\right)\hat{k} \\ \vec{r}_2 &= \left(0 - \frac{a}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{2}\right)\hat{j} + \left(c - \frac{c}{2}\right)\hat{k}.\end{aligned}$$

Tork

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 &= \left(\frac{a}{2}\hat{i} - \frac{c}{2}\hat{k}\right) \times (IBb\hat{i}) \\ &= -IBb\frac{c}{2}\hat{j} \\ \vec{r}_2 &= \left(\frac{a}{2}\hat{i} + \frac{c}{2}\hat{k}\right) \times (-IBb\hat{i}) \\ &= -IBb\frac{c}{2}\hat{j} \\ \vec{\tau}_{net} &= -IBb\frac{c}{2}\hat{j} - IBb\frac{c}{2}\hat{j} \\ &= -IBbc\hat{j}.\end{aligned}$$

Tork bu teli, dönme ekseninde saat yönünde $(Ibc)B$ şiddetiyle döndürmesi demektir. Eski yöntemle bunu nasıl elde ederdik?

Kenar uzunlukları b ile $\sqrt{a^2 + c^2}$ olan tel halkanın dönme momentinin şiddeti

$$\begin{aligned}|\vec{\tau}_{net}| &= |\vec{r} \times \vec{F}_B| \\ &= |\vec{r}||\vec{F}_B|\sin\theta \\ &= \sqrt{a^2 + c^2}(IBb)\sin\theta \\ \sin\theta &= \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \\ |\vec{\tau}_{net}| &= \sqrt{a^2 + c^2}(IBb)\frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \\ &= (Ibc)B.\end{aligned}$$

Açısal ivme torku kullanarak yazılabilir ve ilk dönemde yaptığımız gibi dönme hareketinin dinamiği incelenebilir.

$$\vec{\tau}_{net} = I_{cm}\vec{\alpha}$$

Bu dönme momenti manyetik alan ile düzlem normalinin aynı hizaya gelmesi ile sıfırlanır, buna karşın varolan açısal hızdan dolayı dönme devam eder. Düzlem normali ile manyetik alan arasında yeniden oluşan açı, bu sefer ters bir tork yaratarak düzlem normalini yeniden manyetik alan hizasına getirmek için etkir. Sonuç olarak dönme hareketi sürtünmesiz durumda düzlemi manyetik alan ile hizalamak için sürekli tekrarlayarak devam edecektir.

9.12 Manyetik Dipol

Elektrik alanı incelerken elektrik dipolü tanımlamıştık.

$$\vec{p} = q\vec{L}$$

Benzer şekilde hareketli yükleri incelerken manyetik dipol momenti tanımlamayacağız. Şöyleki,

Yüklü parçacıkların oluşturduğu akım kapalı bir yüzey etrafında dönsün, vektörel bir nicelik olacak olan manyetik dipol momenti yüzey alanının akım ile çarpımı ve sağ el kuralına göre akımın dönme yönündeki normal doğrultudan oluşur.

$$\vec{\mu} = IA\hat{n}$$

İkisini alt alta yazarak tekrar bakarsanız, yakın ilişkiyi görebilirsiniz. Durgun yük yerine hareketli yükün fiziksel karşılığı akım, yükler arasındaki vektör yerine de dönme hareketinin kapladığı alan ve bu alanın normali kullanılıyor.

Yukarıdaki dikdörtgen şeklindeki akım halkasının manyetik dipol momentini yazmaya çalışalım. Halkanın alanı $b\sqrt{a^2 + c^2}$ 'dir. Önemli olan bu alanın normal vektörünü yazmaktır. Bunu sağ el kuralına göre iki adet birim vektörün çarpımı

ile yapacağız:

$$\begin{aligned}
\hat{n}_1 &= \frac{\vec{n}_1}{|\vec{n}_1|} \\
\vec{n}_1 &= (a-a)\hat{i} + (b-0)\hat{j} + (0-0)\hat{k} \\
&= b\hat{j} \\
|\vec{n}_1| &= b \\
\hat{n}_1 &= \frac{b\hat{j}}{b} \\
&= \hat{j} \\
\hat{n}_2 &= \frac{\vec{n}_2}{|\vec{n}_2|} \\
\vec{n}_2 &= (0-a)\hat{i} + (b-b)\hat{j} + (c-0)\hat{k} \\
&= -a\hat{i} + c\hat{k} \\
|\vec{n}_2| &= \sqrt{a^2 + c^2} \\
\hat{n}_2 &= \frac{-a\hat{i} + c\hat{k}}{\sqrt{a^2 + c^2}}.
\end{aligned}$$

Alanın sağ el kuralına göre (akımın akma yönünü göz önüne alarak) normal vektörü

$$\begin{aligned}
\hat{n} &= \hat{n}_1 \times \hat{n}_2 \\
&= \hat{j} \times \left(\frac{-a\hat{i} + c\hat{k}}{\sqrt{a^2 + c^2}} \right) \\
&= \frac{a\hat{k} + c\hat{i}}{\sqrt{a^2 + c^2}}.
\end{aligned}$$

Manyetik dipol momenti

$$\begin{aligned}
\vec{\mu} &= IA\hat{n} \\
&= I(b\sqrt{a^2 + c^2}) \frac{c\hat{i} + a\hat{k}}{\sqrt{a^2 + c^2}} \\
&= I(bc\hat{i} + ba\hat{k}).
\end{aligned}$$

ve şiddeti

$$|\vec{\mu}| = I(b\sqrt{a^2 + c^2}).$$

elde edilir.

9.12.1 Torkun manyetik dipol momenti cinsinden ifadesi

Daha önce elektrik alanı etkisiyle dönen elektrik dipollerin torkunu elektrik dipol ve elektrik alan cinsinden ifade etmiştik.

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{p} \times \vec{E}(x, y, z) \quad (9.17)$$

Şimdi de manyetik dönme etkisini manyetik dipol cinsinden nasıl ifade edeceğimizi yazacağım.

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{\mu} \times \vec{B}(x, y, z) \quad (9.18)$$

Bunu hemen kontrol edelim. Örneğimizde manyetik dipol momenti

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_{net} &= I(bc\hat{i} + ba\hat{k}) \times B\hat{k} \\ &= -IBbc\hat{j}. \end{aligned}$$

aynı sonucu elde ettik. Şiddetleri düşünerek de kontrol edelim:

$$\begin{aligned} |\vec{\tau}_{net}| &= |\vec{B}||\mu| \sin \theta \\ &= B(I(b\sqrt{a^2 + c^2})) \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \\ |\vec{\tau}_{net}| &= IBbc. \end{aligned}$$

9.13 Manyetik Potansiyel Enerji

Neden kapalı halkaların üzerinde bir tork oluşuyor. Oluşan torkun amacı kapalı halkanın manyetik dipol momentini manyetik alan yönünü çevirmektir. Tıpkı elektrik dipolde olduğu gibi. Elektrik dipolleri elektrik alanda hizalamay çalışan torkun motivasyonu sistemin potansiyel içenerjisini minimum yapmaktır. Hatırlayalım:

$$U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (9.19)$$

Manyetik alan için manyetik Potansiyel enerji

$$U_M = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (9.20)$$

Yukarıdaki örneğimizdeki Manyetik potansiyel enerji

$$\begin{aligned} U_M(t=0(s)) &= -I(bc\hat{i} + ba\hat{k}) \cdot (B\hat{k}) \\ &= -IBba. \end{aligned}$$

Bu değer minimum enerji değeri değildir. Minimum manyetik potansiyel enerji değeri

$$\begin{aligned} U_M(t=t_1(s)) &= -I(b\sqrt{a^2 + c^2})\hat{k} \cdot (B\hat{k}) \\ &= -IB(b\sqrt{a^2 + c^2}). \end{aligned}$$

değerinde olur. Bu manyetik potansiyel enerji değişimi torkun yaptığı iş ile karşılanacaktır.

9.14 "N" sarımlı kapalı halkalar

Bir sarım için yaptığımız herşeyi N ile çarparak N sarımlı halkalar yumağının fizliğini anlayabiliriz. N sarımlı halka örnekleri: **Senoit(bobin)** ve **Toroit**'tir.

Örnek 71. 30 sargılı yatay düzlemde bulunan çembersel bir bobinin(senoit) yarıçapı $0,05(m)$ 'dir. Tam yukarısından bakıldığında saatin ters yönünde dönen $5(A)$ lık akım taşınmaktadır. Bobin düzlem üzerinde doğu yönünde yönlendirilmiş $1,2(T)$ şiddetinde bir manyetik alan içerisinde dir. $t = 0$ anında

- Senoitin manyetik momentini bulunuz.

$$\begin{aligned}
 r &= 0,05(m) \\
 A &= \pi r^2 \\
 &= 25\pi 10^{-4}(m^2) \\
 I &= 5(A) \\
 N &= 30 \\
 \mu &= NIA\hat{n} \\
 &= 30 * 5(A) * 25 * \pi * 10^{-4}(m^2)\hat{k} \\
 \mu &= 1,18(Am^2)\hat{k}.
 \end{aligned}$$

- Senoite etkiyecek torku bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \vec{\tau}_{net} &= \vec{\mu} \times \vec{B}(x, y, z). \\
 \vec{B}(x, y, z) &= 1,2(T)\hat{i} \\
 \vec{\tau}_{net} &= 1,18(Am^2)\hat{k} \times 1,2(T)\hat{i} \\
 &= 1,41(Nm)\hat{j}.
 \end{aligned}$$

- Bu döndürme etkisi bobini döndürerek manyetik momenti manyetik alan ile hizalamay çalışacaktır. Tam hizaya geldiği andaki manyetik potansiyel enerjisinde değişimi hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 U_M(t = 0(s)) &= -\vec{\mu}(t = 0(s)) \cdot \vec{B} \\
 &= -1,18(Am^2)\hat{k} \cdot 1,2(T)\hat{i} \\
 &= 0(Joule)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_M(t_p) &= -\vec{\mu}(t_p) \cdot \vec{B} \\
 &= -1,18(Am^2)\hat{i} \cdot 1,2(T)\hat{i} \\
 &= -1,41(Joule)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta U_E &= U_M(t_p) - U_M(t=0(s)) \\ &= -1,41(J) - O(J) \\ &= -1,41(J).\end{aligned}$$

Chapter 10

MANYETİK ALAN ve KAYNAKLARI

Daha önceki bölümlerde durgun veya hareketli bir elektrik yükün çevresinde bir elektrik alan yarattığını ve bu elektrik alana giren başka yüklerin bir elektriksel kuvvete maruz kaldığını öğrendik.

Manyetik alan içinde buna benzer bir yaklaşım olsa da, çok temel bir farklı önemsemeliyiz. Manyetik alanı **sadece hareketli** bir yükün oluşturabilir. Oluşan manyetik alana giren başka hareketli bir yük üzerinde bir manyetik kuvvet hisseder.

Manyetik alanın birimi *Tesla* olarak okunur ve (T) ile gösterilir. Manyetik alanın manyetik kuvvet ile ilişkisini düşünersek

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_B|}{q|\vec{v}|\sin(\theta)}$$

bir Teslanın

$$1(T) = 1 \frac{(N)(s)}{(C)(m)} \quad (10.1)$$

eşit olduğu bulunur.

10.1 Noktasal Parçacığın Manyetik Alanı

$\vec{v}$ sabit hızı ile hareket eden q elektrik yükünün oluşturduğu manyetik alanı inceleyelim.

Deneylerde, oluşan manyetik alanın, tıpkı elektrik alanda olduğu gibi, yüklerle doğru orantılı uzaklığın karesi ile ters orantılı olduğunu gözlemlenmiştir. Bununla beraber elektrik alan radyal doğrultuda oluşurken, manyetik alan radyal doğrultuda oluşmaz. Manyetik alanın yönü, yükün hızı ile yükten manyetik alanı bulmak istediğimiz noktaya çizilen radyal vektörün oluşturduğu düzlemin normal yönüdür. Sağ el kuralı ile bulunur. Şimdi bunu matematiksel olarak yazalım.

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (10.2)$$

Burada kullanılan μ_0 Boşluğun manyetik geçirgenliği olarak adlandırılır. Değeri ise

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0}{4\pi} &= 10^{-7} \left(\frac{Tm}{A} \right) \\ &= 10^{-7} \left(\frac{Ns^2}{C^2} \right) \end{aligned}$$

gibidir. Bu değer çok anlamlıdır şöyleki, Boşluğun elektrik geçirgenlik kat-sayısını

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right)$$

olarak öğrenmiştik. c ışık hızının şiddeti olmak üzere

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu_0} &= 10^7 \left(\frac{C^2}{Ns^2} \right) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} &= 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \\ \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} &= 10^7 \left(\frac{C^2}{Ns^2} \right) * 9 * 10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right) \\ \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} &= 9 * 10^{16} \left(\frac{m}{s} \right)^2 \\ c^2 &= 9 * 10^{16} \left(\frac{m}{s} \right)^2 \\ \Rightarrow c &= \sqrt{\frac{1}{\mu_0\epsilon_0}}. \end{aligned}$$

elde edilir.

Işık hızının karesi, boşluk elektrik geçirgenliği ile manyetik geçirgenliklerinin çarpımıyla ters orantılıdır. Bu bize elektrik alan ve manyetik alanın birşekilde ışık hızı ile bağıntılı olduğu hissini uyandırıyor. Aslında ışık bir foton demeti olarak düşünülür ve bir elektromanyetik dalga özelliği de gösterir. Dolayısıyla hem bir elektrik alan hemde manyetik alan bileşeni vardır.

Örnek 72. q yüklü bir parçacığın $\vec{v} = v\hat{i}$ yönünde hareket ettiğini düşünelim.

- $\hat{r} = \hat{j}$ noktasındaki manyetik alanın yönünü bulunuz.
- $\hat{r} = -\hat{j}$ noktasındaki manyetik alanın yönünü bulunuz.
- $\hat{r} = \hat{k}$ noktasındaki manyetik alanın yönünü bulunuz.
- $\hat{r} = -\hat{k}$ noktasındaki manyetik alanın yönünü bulunuz.

Örnek 73. Sayfa düzleminin içene doğru giden bir elektronun yarattığı manyetik alanı sayfa düzlemi üzerindeki her nokta için belirleyiniz.

10.2 Sürekli Yüklerin Manyetik Alanı

Beraber hareket eden sürekli yapıdaki yüklü parçacıkların yarattığı toplam manyetik alanı, diferansiyel bir yük topluluğunun yarattığı manyetik alan kullanılarak hesaplanır. $\vec{v}$ sürüklenme hızıyla hareket eden dq yükünün kendinden $\hat{r}$ radyal uzakta yarattığı diferansiyel manyetik alan

$$d\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (10.3)$$

ile bulunur. Bunu yeniden

$$\begin{aligned} d\vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\frac{dq}{dt} dt \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \end{aligned}$$

olarak yazılır Toplam manyetik alan ise bu diferansiyel alanın tüm yükler üzerinden toplamıdır.

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (10.4)$$

Bu yasanın adı **Biot-Savart** yasasıdır. Manyetik alan yüklerin hareket doğrultusuna ve radyal doğrultuya diktir. Elektrostatikteki karşılığını bu noktada hatırlatmak istiyorum.

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

10.3 Manyetik Alan ile ilgili Örnekler

Örnek 74. İki proton x doğrultusunda birbirlerine paralel zıt yönlerde eşit sürat ile hareket ediyor. Bir an için bunların $(0, 0, 0)$ ve $(0, a, 0)$ noktalarında olduklarını kabul edelim.

- Yukarıdaki protonu etkileyen elektrik alanı bulunuz.

– Alttaki protonun uzayın herhangi bir alanında yarattığı elektrik alan

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \\ \vec{r} &= (x - 0)\hat{i} + (y - 0)\hat{j} + (z - 0)\hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \hat{r} &= \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \vec{E}(x, y, z) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

- $(0, a, 0)$ noktasındaki elektriksel kuvvet ise

$$\begin{aligned}\vec{F}_E(x, y, z) &= q\vec{E}(x, y, z) \\ &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \\ \vec{F}_E(0, a, 0) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \hat{j}.\end{aligned}$$

- Yukarıdaki protonu etkileyen manyetik alanı bulunuz.

- Aşağıdaki proton pozitif yönde hareket etsin. O anda $(0, a, 0)$ noktasına doğru radyal vektör

$$\hat{r} = \hat{j}$$

dir. Alttaki protonun hızını

$$\vec{v}_a = v\hat{i}$$

olduğunu kabul edelim. Böylelikle üsteki protonun hızının aynı anda

$$\vec{v}_u = -v\hat{i}$$

olduğunu kabul etmiş oluruz. Alttaki protonun o anda yarattığı manyetik alanı

$$\begin{aligned}\vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v}_a \times \hat{r}}{r^2} \\ \vec{B}(0, a, 0) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv\hat{i} \times \hat{j}}{a^2} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{a^2} \hat{k}.\end{aligned}$$

- Üsteki protonun hissettiği manyetik kuvvet ise

$$\begin{aligned}\vec{F}_B(0, a, 0) &= q\vec{v}_u \times \vec{B}(0, a, 0) \\ &= -qv\hat{i} \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{a^2} \hat{k} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{a^2} \hat{j}.\end{aligned}$$

- Alan şiddetlerini birbirlerine oranlayınız.

$$\begin{aligned}\frac{|\vec{F}_E(0, a, 0)|}{|\vec{F}_B(0, a, 0)|} &= \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}}{\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{a^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{q^2}{a^2} \frac{a^2}{q^2 v^2} \\ &= \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{1}{v^2} \\ \frac{|\vec{F}_E(0, a, 0)|}{|\vec{F}_B(0, a, 0)|} &= \frac{c^2}{v^2}.\end{aligned}$$

Örnek 75. $2a$ uzunluğundaki bir telden I akımı geçmektedir. Telin uzayın herhangi bir noktasında oluşturduğu manyetik alanı bulunuz.

- Teli y eksenine simetrik olarak koyalım. Diferansiyel manyetik alanı bulmak için ihtiyaç duyduğlarımız

$$\begin{aligned}\vec{r} &= (x-0)\hat{i} + (y-y_0)\hat{j} + (z-0)\hat{k} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{x^2 + (y-y_0)^2 + z^2} \\ \hat{r} &= \frac{x\hat{i} + (y-y_0)\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{x^2 + (y-y_0)^2 + z^2}} \\ d\vec{l} &= dy_0\hat{j}\end{aligned}$$

kullanılarak elde edilecektir. Akımın pozitif yöne doğru olduğunu kabul ettik. Şimdi manyetik alanı hesaplayalım.

$$\begin{aligned}d\vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{x^2 + (y-y_0)^2 + z^2} (dy_0\hat{j}) \times \left[\frac{x\hat{i} + (y-y_0)\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{x^2 + (y-y_0)^2 + z^2}} \right] \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{zdy_0\hat{i} - xdy_0\hat{k}}{[x^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \\ \vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a dy_0 \frac{z\hat{i} - x\hat{k}}{[x^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[z \int_{-a}^a \frac{dy_0}{[x^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \hat{i} - x \int_{-a}^a \frac{dy_0}{[x^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \hat{k} \right] \\ \vec{B}(x, y, z) &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{x^2 + z^2} \left[\frac{y-a}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2}} - \frac{y+a}{\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2}} \right] \hat{i} \\ &\quad + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{z}{x^2 + z^2} \left[\frac{y-a}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2}} - \frac{y+a}{\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2}} \right] \hat{k}\end{aligned}$$

Yukarıdaki integrali yapmak için sadece basit bir dönüşüme ihtiyacınız vardı. $t = y - y_0$

- Özel durumlar için integrali daha kolay hale getirelim ve çözelim.

– $(x, 0, 0)$ noktasındaki manyetik alanı bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a dy_0 \frac{z\hat{i} - x\hat{k}}{[x^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \\
 \vec{B}(x, 0, 0) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a dy_0 \frac{0\hat{i} - x\hat{k}}{[x^2 + (0 - y_0)^2 + 0^2]^{3/2}} \\
 &= -\frac{\mu_0 I x}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{dy_0}{[x^2 + y_0^2]^{3/2}} \hat{k} \\
 &= -\frac{\mu_0 I x}{4\pi} \left[\frac{1}{x^2} \frac{y_0}{(x^2 + y_0^2)^{1/2}} \right]_{-a}^a \hat{k} \\
 &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{x} \frac{2a}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \hat{k}
 \end{aligned}$$

Burada 1.36 integralini kullandık.

– $(0, 0, -z)$ noktasındaki manyetik alanı bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a dy_0 \frac{z\hat{i} - x\hat{k}}{[x^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \\
 \vec{B}(0, 0, -z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a dy_0 \frac{-z\hat{i} - 0\hat{k}}{[0^2 + (0 - y_0)^2 + (-z)^2]^{3/2}} \\
 &= -\frac{\mu_0 I z}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{dy_0}{[z^2 + y_0^2]^{3/2}} \hat{i} \\
 &= -\frac{\mu_0 I z}{4\pi} \left[\frac{1}{z^2} \frac{y_0}{(z^2 + y_0^2)^{1/2}} \right]_{-a}^a \hat{i} \\
 &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{z} \frac{2a}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \hat{i}
 \end{aligned}$$

- Özel durum olarak teli sonsuz uzun bir tel kabul edelim.

$$\begin{aligned}
 x &\ll a \\
 \vec{B}(x \ll a, 0, 0) &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x} (x^2 + a^2)^{-1/2} \hat{k} \\
 &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x} \left[a^2 \left(1 + \frac{x^2}{a^2} \right) \right]^{-1/2} \hat{k} \\
 &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x} \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{x^2}{a^2} + \dots \right) \hat{k} \\
 &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2}{x} \hat{k} \\
 \vec{B}(x \ll a, 0, 0) &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \hat{k}.
 \end{aligned}$$

Örnek 76. İletken bir tel $y - z$ düzleminde x eksenine göre simetrik olarak orijin etrafına R yarıçapıyla konulmuştur. Bu telden saat ekseninin tersine I akımı akmaktadır. Bu dairesel tel halkasının

- Uzayın herhangi bir noktasında yarattığı manyetik alan nedir?

$$\begin{aligned}
 \vec{r} &= (x-0)\hat{i} + (y-R\cos\theta)\hat{j} + (z-R\sin\theta)\hat{k} \\
 |\vec{r}| &= \sqrt{x^2 + (y-R\cos\theta)^2 + (z-R\sin\theta)^2} \\
 \hat{r} &= \frac{x\hat{i} + (y-R\cos\theta)\hat{j} + (z-R\sin\theta)\hat{k}}{\sqrt{x^2 + (y-R\cos\theta)^2 + (z-R\sin\theta)^2}} \\
 d\vec{l} &= \vec{v}dt \\
 &= \frac{d\vec{r}(t)}{dt} dt \\
 \vec{r}(t) &= R[\cos\theta\hat{j} + \sin\theta\hat{k}] \\
 \frac{d\vec{r}(t)}{dt} &= R\frac{d\theta}{dt}[-\sin\theta\hat{j} + \cos\theta\hat{k}] \\
 \frac{d\vec{r}(t)}{dt} dt &= Rd\theta[-\sin\theta\hat{j} + \cos\theta\hat{k}] \\
 d\vec{l} &= Rd\theta[-\sin\theta\hat{j} + \cos\theta\hat{k}] \\
 \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} &= \frac{Rd\theta[-\sin\theta\hat{j} + \cos\theta\hat{k}] \times [x\hat{i} + (y-R\cos\theta)\hat{j} + (z-R\sin\theta)\hat{k}]}{[x^2 + (y-R\cos\theta)^2 + (z-R\sin\theta)^2]^{3/2}} \\
 \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} &= \frac{Rd\theta[x\sin\theta\hat{k} - \sin\theta(z-R\sin\theta)\hat{i} + x\cos\theta\hat{j} - \cos\theta(y-R\cos\theta)\hat{i}]}{[x^2 + (y-R\cos\theta)^2 + (z-R\sin\theta)^2]^{3/2}} \\
 \vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{[(R-y\cos\theta-z\sin\theta)\hat{i} + (x\cos\theta)\hat{j} + (x\sin\theta)\hat{k}]}{[x^2 + (y-R\cos\theta)^2 + (z-R\sin\theta)^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

- x ekseninde herhangi bir noktadaki manyetik alanı hesaplayınız?

$$\begin{aligned}
 \vec{B}(x, 0, 0) &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{[(R-0\cos\theta-0\sin\theta)\hat{i} + (x\cos\theta)\hat{j} + (x\sin\theta)\hat{k}]}{[x^2 + (0-R\cos\theta)^2 + (0-R\sin\theta)^2]^{3/2}} \\
 &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{R\hat{i} + (x\cos\theta)\hat{j} + (x\sin\theta)\hat{k}}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \frac{R}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \hat{i} \\
 &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \frac{R}{(x^2 + R^2)^{3/2}} (2\pi) \hat{i} \\
 \vec{B}(x, 0, 0) &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{i}.
 \end{aligned}$$

- Bu sonucu manyetik dipol momenti cinsinden ifade ediniz. Manyetik dipolü hatırlayalım

$$\vec{\mu} = IA\hat{n}$$

O halde manyetik alanı

$$\begin{aligned}\vec{\mu} &= I\pi R^2\hat{i} \\ \vec{B}(x, 0, 0) &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I\pi R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}\hat{i} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{(x^2 + R^2)^{3/2}}.\end{aligned}$$

- Orijindeki manyetik alanı hesaplayınız?

$$\begin{aligned}\vec{B}(0, 0, 0) &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(0^2 + R^2)^{3/2}}\hat{i} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{R^3}\hat{i} \\ \vec{B}(0, 0, 0) &= \frac{\mu_0 I}{2R}\hat{i}.\end{aligned}$$

- Tek sarım yerine aynı telden N tane sarım olduğunu varsayalım, bu teller çok sıkı sarılmış olsun ve her halkanın $(x, 0, 0)$ olan uzaklığı aynı olsun. Böylece $(x, 0, 0)$ noktasında yaratacakları manyetik alan toplamı

$$\vec{B}(x, 0, 0) = N \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}\hat{i}.$$

- Manyetik alanın x 'e bağlı grafiğini çizin ve yorumlayınız.
 - $1/x^3$ şeklindeki çift fonksiyon orijinde maksimum değere ulaşıyor. Eğer bir noktada manyetik alan üretmek istiyorsak, N tane teli çember olarak birbirine sarar ve bir selenoit oluştururuz.
 - Çembersel ekseninde dönen elektrik yükleri birer manyetik alan kaynağıdır.

Ev ödevi 27. $x - y$ düzleminde sayfanın içinden gelen I akımı $(-d, 0)$ noktasından bir tel ile, diğer bir tek ise sayfanın dışından içine doğru I akımını $(d, 0)$ noktasından geçerek taşıyordur. Şu noktalardaki toplam manyetik alanı bulunuz.

- $(-3d, 0, 0)$
- $(0, 0, 0)$
- $(2d, 0, 0)$

10.4 Paralel İletkenler Arasındaki Kuvvet

Akım taşıyan teller birbirlerine yakınsa, manyetik kuvvet etkin bir rol oynamaya başlar. Bu nasıl oluyor?

Akan yükler etrafta manyetik alan yaratırlar, diğer tel yakın ise bu telden akan yükler manyetik alan içinde belirli hızla hareket ettikleri için manyetik kuvvete maruz kalırlar. Şöyle diyelim: İki paralelde tel aynı yöne doğru I_1 ve I_2 akımları akıyor olsun. Birinci tel ikinci telin olduğu çizgi boyunca

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

şiddetinde bir manyetik alan oluşacak. Bu manyetik alan içinde ki ikinci tel üzerinde L uzunluğuna etkiyen toplam manyetik kuvvetin şiddeti

$$|\vec{F}_B| = I_2 L |\vec{B}_1|$$

olur. Birim uzunluk başına düşen manyetik kuvvet,

$$\frac{|\vec{F}_B|}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \quad (10.5)$$

olur. Yönünü sağ el kuralına göre belirlerleriz. Diyelim ki doğu yönünde akan akımlar olsun. İkinci tel birinci telin üzerinde olsun. Birinci telin, ikinci telin olduğu çizgide yarattığı manyetik alanın yönü sayfadan dışarı yönlüdür. Böylelikle sağ el kuralına göre uygulanan kuvvetin yönü güney yönü olacaktır.

Dolayısıyla aynı yönde akan akımlar yüzünden teller birbirlerine doğru yaklaşır.

Örnek 77. *Ters yönde akan eş şiddetli akımların birbirlerine etkiyeceği manyetik kuvveti hesaplayınız.*

10.5 Manyetik Alan Çizgileri

Manyetik alan çizgileri elektrik alan çizgilerinden çok farklıdır.

- Elektrik alan çizgileri elektrik kuvvet ile aynı doğrultuda iken, manyetik alan çizgileri manyetik kuvvete diktir. Dolayısı ile manyetik alan çizgileri manyetik kuvvet çizgisi değildir.
- Manyetik alan çizgileri her noktada oradaki manyetik alan vektörüne teğettir.
- Alan çizgilerin sayısı daha fazla olduğu yerlerde manyetik alan daha şiddetlidir.

Manyetik alan desenleri üç boyutludur. Çoğu kez bir düzlemsel kesiti ile gösterilir. Kesit üzerinde

$$\odot = \text{düzlemden dışarı doğru} \quad (10.6)$$

$$\otimes = \text{düzlemden içeri doğru} \quad (10.7)$$

bir manyetik alan ifade eder.

Ev ödevi 28. *Aşağıda verilen cisimlerin manyetik alan çizgilerini tahmin ediniz.*

- *C biçindeki bir mıknatısın manyetik alanı,*
- *Akım taşıyan düz bir telin manyetik alanı,*
- *Akım taşıyan bir halkanın manyetik alanı,*
- *Selenoit bir bobinin manyetik alanı.*

Chapter 11

AMPER YASASI

Tıpkı elektrik alanda yaptığımız gibi, etraftaki manyetik alana bakarak kaynağını bilebilirmiyiz diye düşünüyoruz. Öncelikle manyetik akıyı düşünelim, ve manyetizma için Gauss yasasını yazalım.

11.1 Manyetik Akı

Elektrik alanda Elektrik akıyı bir yüzeyden geçen elektrik alan vektörleriyle

$$\Phi_E = \int \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S}$$

gibi tanımlamıştık. Manyetik akıyı da benzer şekilde

$$\Phi_B = \int \vec{B}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \quad (11.1)$$

ile tanımlarız.

Manyetik akı skalar bir nicelik olup birimi (Tm^2) veya (*Weber*) olarak isimlendirilir.

11.2 Manyetizma için Gauss Yasası

Elektrik alan için Gauss yasası kapalı bir yüzeydeki elektrik akının o yüzey içindeki net elektrik yük ile orantılı olmasıdır.

$$\oint \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{net}}{\epsilon_0}$$

Manyetik alanda ise Gauss yasası doğal olarak işe yaramaz, çünkü manyetik tek kutup yoktur. Bir başka şekilde söylemek istersek, kapalı yüzeylerin içindeki manyetik net yük her zaman sıfır olacaktır.

$$\oint \vec{B}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = 0. \quad (11.2)$$

11.3 Amper Yasası

Kapalı yüzeylerde manyetik akı her zaman sıfır olacağı için, Manyetik alana Gauss yasası uygulanamaz. Bunun yerine başka ne yapabiliriz?

Manyetik Alanın, Elektrik Alandan farkını düşünelim. Manyetik alan her zaman radyal doğrultuya diktir. Akımın ilerleme yönünde bir kesit aldığımız zaman, manyetik alan bu kesit düzleminde oluşuyordur. O halde bunu kullanmaya çalışacağız.

Bir akımın telden eş uzaklıklarda oluşturduğu manyetik alanı, bu uzaklığa iz düşürüp toplayacağız. Toplama yapacağımız yolu diferansiyel küçük parçacıklara bölelim. Böylece o sonsuz küçük noktalarda manyetik alan yol ile aynı doğrultuda olur.

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint |\vec{B}| |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| \oint |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| (2\pi r).\end{aligned}$$

Sonsuz uzun telin kendinden x uzaklıktaki bir noktada yarattığı manyetik alanı geçen bölümde hesaplamış ve

$$\vec{B}(x \ll a, 0, 0) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \hat{k}.$$

olarak bulmuştuk. Buna göre kendinden r uzaklıktaki manyetik alanın şiddetini kullanırsak

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= |\vec{B}| (2\pi r) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) \\ &= \mu_0 I.\end{aligned}$$

elde edilir. Bu ifade ortamın manyetik alan geçirgenliği ve seçili çemberin içinde kalan akım miktarıdır. Böylelikle Amper yasası elde edilmiş olunur.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{ic} \quad (11.3)$$

Tabii ki manyetik alanı bir çember boyunca toplamak zorunda değilsiniz. Fakat simetrik çember bize kolaylık sağlar. Çember üzerindeki her noktada manyetik alan sabit bir değer alır ve yoldan bağımsız olarak integral dışına çıkar.

Amper yasası böylelikle ortamda akan akımlara bakarak manyetik alanı tahmin etmemizi sağlayan ve elektrik alandaki Gauss yasasına karşılık gelen yasadır.

Örnek 78. *I akımı akan bir teli etrafını bir A noktasından başlayarak neredeyse bir çember gibi kapattıp B noktasına gelince tele doğru radyal doğrultuda bir miktar ilerleyip C noktasına gelelim, bu sefer de neredeyse bir çember gibi kapatalım ve D noktasına ulaşım. Bu noktadan radyal doğrultuda ilerleyip A noktasına ulaşarak hareketi sonlandıralım. Amper yasasını kullanmaya çalışalım. Manyetik alanın farklı olduğu dört yol vardır. Bu yolların çevrelediği alan içinde ise akım yoktur. Denklemin sağ tarafı bu yüzden sıfır olacaktır.*

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{ic}$$

$$\int_A^B \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \int_B^C \vec{B}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \int_C^D \vec{B}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \int_D^A \vec{B}_4 \cdot d\vec{l}_4 = 0.$$

Manyetik iki diferansiyel yol değişimine integral boyunca diktir.

$$\begin{aligned} \vec{B}_2 &\perp d\vec{l}_2 \\ \vec{B}_4 &\perp d\vec{l}_4. \end{aligned}$$

Manyetik alan iki yaklaşık çember üzerinde farklı şiddetlere sabit olsada çemberlerin kendisi üzerinde sabit değerleri vardır. Bununla beraber manyetik alan ile çemberler üzerinde yüklerin hareketini gösteren diferansiyel yerdeğiştirmeler bir çember boyunca aynı yönde iken diğerinde zıt yöndedir. Sonuçta

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I_{ic} \\ \int_A^B \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \int_C^D \vec{B}_3 \cdot d\vec{l}_3 &= \int_A^B |\vec{B}_1| |d\vec{l}_1| - \int_C^D |\vec{B}_3| |d\vec{l}_3| \\ &= |\vec{B}_1| \int_A^B |d\vec{l}_1| - |\vec{B}_3| \int_C^D |d\vec{l}_3| \\ &= |\vec{B}_1| (2\pi R_1) - |\vec{B}_3| (2\pi R_2) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} (2\pi R_1) - \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} (2\pi R_2) \\ &= \mu_0 I - \mu_0 I \\ &= 0. \end{aligned}$$

bulunur. Bunun nedeni açıktır. Üzerinde gittiğimiz çembersel yapının çevirdiği alan içinden geçen akım yoktur.

11.3.1 Amper Yasasının Uygulamaları

Örnek 79. Yarıçapı R olan düzgün ve uzun bir silindirik telin içinden I akımı akmaktadır.

- Telin içindeki herhangi bir uzaklık için $r < R$ manyetik alanın şiddetini Amper yasasını kullanarak bulunuz.
 - Önce telin içinde bir çember belirleyelim. Manyetik alan bu çembere her noktada teğet ve çember üzerinde eşdeğerlidir.

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I_{ic} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint |\vec{B}| |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| \oint |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| (2\pi r).\end{aligned}$$

- Seçili çemberin içinden geçen akımı bulmalıyız. πR^2 'lik kesitten I akımı geçiyorsa, πr^2 'lik kesitten ne kadarlık akım geçer?

$$I_{ic} = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

- O halde artık Amper yasasını sonucunu yazabiliriz.

$$\begin{aligned}|\vec{B}| (2\pi r) &= \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \\ |\vec{B}| (r \leq R) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r.\end{aligned}$$

- Telin dışındaki herhangi bir uzaklık için $r > R$ manyetik alanı Amper yasasını kullanarak bulunuz.
 - Telin bu sefer dışında bir çember belirleyelim. Manyetik alan bu çembere her noktada teğet ve çember üzerinde eşdeğerli olduğunu yineleyelim.

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I_{ic} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint |\vec{B}| |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| \oint |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| (2\pi r).\end{aligned}$$

- Seçili çemberin içinden geçen akımı bulmalıyız. Bu akım telin o kesitinden akımın ta kendisidir.

$$I_{ic} = I$$

- O halde artık Amper yasasını sonucunu yazabiliriz.

$$\begin{aligned} |\vec{B}|(2\pi r) &= \mu_0 I \\ |\vec{B}(r \geq R)| &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r}. \end{aligned}$$

- Telin tam üzerinde manyetik alan sürekli midir? Manyetik alanın konuma göre değişim grafiğini çiziniz.

$$|\vec{B}(r = R)| = |\vec{B}(r = R)|$$

Örnek 80. İç yarıçapı b , dış yarıçapı a olan içi boş silindirik bir iletkenin bir kesitinden düzgün I akımı akmaktadır. $b < r < a$ bölgesindeki manyetik alanın şiddetini Amper yasasını kullanarak bulunuz.

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I_{ic} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint |\vec{B}| |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}| \oint |d\vec{l}| \\ &= |\vec{B}|(2\pi r). \end{aligned}$$

Seçilen çemberin içinden akan akımı bulmalıyız. $\pi(a^2 - b^2)$ 'lik kesitten I akımı geçiyorsa, $\pi(r^2 - b^2)$ 'lik kesitten ne kadarlık akım geçer?

$$I_{ic} = I \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(a^2 - b^2)}$$

O halde artık Amper yasasını sonucunu yazabiliriz.

$$\begin{aligned} |\vec{B}|(2\pi r) &= \mu_0 I \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(a^2 - b^2)} \\ |\vec{B}(b < r < a)| &= \frac{\mu_0 I}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{(r^2 - b^2)}{r}. \end{aligned}$$

Ev ödevi 29. a yarıçaplı bir sonsuz iletken silindirin içinden I akımı geçerken, eş eksenli olacak şekilde bu silindirin dışına b iç ve c dış yarıçaplı kalın sonsuz uzun bir silindirik kablondan ters yöne doğru I akımı geçmektedir. Dört farklı bölgedeki manyetik alanı Amper yasasını kullanarak hesaplayınız.

11.3.2 Solenoid

İletken bir tel, uzun bir silindirin çevresine helezon şeklinde çok sıkı sarılırsa, bir Solenoid elde edilir. Silindirin R yarıçapı, uzunluğu L 'ye göre çok çok küçük ise, bu Solenoid **sonsuz** olarak kabul edilir.

Durgun elektrik yükleri çalışırken sonsuz düzlem kondansatörü de, plakalar arası uzaklığın düzlemin ayırıtına oranla çok çok küçük olduğu durumlar için kabul edilmiştir. Sonsuz düzlem kondansatörün levhaları arasında **düzgün** elektrik alan oluşurken, levhaların dışında elektrik alan **oluşmuyordu**. Benzer şekilde, Sonsuz solenoidin içinde **düzgün manyetik alan oluşurken, dışındaki bölgede manyetik alan oluşmaz**. Şimdi bunu görelim.

Amper yasasını önce dışarıda manyetik alan oluşmadığını kanıtlamak için kullanalım. Solenoidin etrafına $r > R$ yarıçaplı bir çember çizelim. Bu çemberin içinde kalan bölgede net akım sıfırdır. Dolayısıyla dışarıda manyetik alan sıfırdır.

Solenoidin içi için ise solenoidi düşey olarak keselim. Yarım çemberin üst kısmında içeri giren akımlar, alt kısmında da dışarı çıkan akımlar olsun. Amper yasasını uygulamak için dikdörtgen bir halkayı çizelim. Ara bölgedeki halkayı isimlendirelim. Başladığımız nokta A olsun, Solenoidin içinde yatay olarak B noktasına kadar ilerleyip düşey olarak harekete devam edeyim. Solenoidi kestiği nokta C noktası olsun, Solenoidin dışında tekrar paralele döndüğü köşe D olsun. Yatay olarak E noktasına gittikten sonra tekrar düşey doğrultuda F noktasından solenoidi kesip A noktasının üzerine halka kapansın. Amper yasası

$$\begin{aligned} & \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_A^B \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \int_B^C \vec{B}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \int_C^D \vec{B}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \int_D^E \vec{B}_4 \cdot d\vec{l}_4 + \int_E^F \vec{B}_5 \cdot d\vec{l}_5 \\ &+ \int_F^A \vec{B}_6 \cdot d\vec{l}_6 = \mu_0 I_{ic}. \end{aligned}$$

İç bölgelerde

$$\begin{aligned} \vec{B}_2 &\perp d\vec{l}_2 \\ \vec{B}_6 &\perp d\vec{l}_4. \end{aligned}$$

Dışta ise manyetik alan sıfır olduğundan yukarıdaki ifade aniden

$$\int_A^B \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 = \mu_0 I_{ic}.$$

haline sadeleşir. AB çizgisi boyunca manyetik alan $\vec{dl}$ vektörüne paraleldir

ve sabit değerlidir.

$$\begin{aligned}\int_A^B \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 &= \int_A^B |\vec{B}_1| |d\vec{l}_1| \\ &= |\vec{B}_1| \int_A^B |d\vec{l}_1| \\ &= |\vec{B}_1| L.\end{aligned}$$

Bu dikdörtgen içindeki toplam akım ise, birim uzunluktaki sargı sayısı n olmak üzere, L uzunluğunda

$$I_{ic} = InL$$

dir. Dolayısıyla Amper yasasından Manyetik alanın şiddetini iç bölgede

$$|\vec{B}_1| = \mu_0 nI \quad (11.4)$$

olarak buluruz. Dikkat ederseniz, bu düzgün sabit bir değerdir. Selonoidin içinde her yerde aynı şiddette ve doğrultudadır. **Yönü sağ el kuralına göre belirlenir.** Buna göre akımın aktığı yönde 4-Parmağımızı ilerletirsek, başparmak manyetik alanın yönünü verecektir.

11.3.3 Toroid

Sıklıkla kullanılan bir başka selonoid cinsi, Toroid'tir. Simit şeklinde birleştirilmiş silindirin üzerinde N tane halka sarılarak oluşturulur. Toroidin içinde manyetik alan oluşurken dışında manyetik alan sıfırdır. İç yarıçap R_1 , dış yarıçap R_2 olmak üzere $R_1 < r < R_2$ bölgesinde oluşan manyetik alanı Amper yasasını kullanarak bulunuz.

Toroidi anlamak için yatay olarak tam ortasından keselim. Eğer en dış yani $r > R_2$ 'ye veya en iç $r < R_1$ e bir çember çizersek, bu çemberin içinde kalan toplam akım sıfır olduğundan dışarıda ve en içeride manyetik alan olmayacağını hemen anlarız.

Orta bölgeyi yapmak için ise biraz daha dikkatli olmamız gerekir. $R_1 < r < R_2$ bölgesinde r yarıçaplı bir çember çizilir ve Amper yasası uygulanır. Bu çember içinde kalan akım bulunur.

$$I_{ic} = IN$$

İç bölgede çember boyunca manyetik alan diferansiyel vektöre paraleldir. Skaler çarpım düz çarpım haline gelir ve o noktalarda sabit bir değer olduğundan integral dışına alınır ve integral yapıldığında

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= |\vec{B}| 2\pi r \\ &= \mu_0 IN\end{aligned}$$

elde edilir. Sonuçta manyetik alanın şiddeti

$$\begin{aligned} |\vec{B}(R_1 < r < R_2)| &= \frac{\mu_0 I N}{2\pi r} \\ &= \mu_0 I n \end{aligned}$$

Burada n birim uzunluk başına düşen sarım sayısıdır.

Sonuç olarak düz yada Toroidal Solenoid olsun, manyetik alan ara bölgede sabit ve eş bir şiddete bulunur.

Chapter 12

ELEKTROMANYETİK ETKİLEME

Bir elektrik devresinden elektrik akımı geçmesi için bir Elektromotorkuvvet(εMK) kaynağı gereklidir. Bu kaynak genelde pil olarak alınır, fakat bu çoğu zaman doğru değildir. Evde, okulda veya işyerinde kullandığımız prizlerin kaynağı nerededir?

Bu sorunun cevabı "Elektrik Üretim Santralleri" dir. Bu santrallerde farklı enerji türleri elektrik enerjisine çevrilir. Örneğin

- Su barajlarında, Kütleçekim Potansiyel Enerjisinden,
- Termik santrallerde, Kimyasal Potansiyel Enerjisinden,
- Nükleer santrallerde, Nükleer Potansiyel Enerjisinden,
- Rüzgar panellerinde, Rüzgar Potansiyel Enerjisinden

Elektrik Enerjisi üretilir.

Bu bölümde, bu enerji dönüşümlerinden hangi fiziksel temel yasa kullanılarak elektrik üretildiğini öğreneceğiz.

12.1 Etkileme Deneyleri

Elektrik ile manyetizmayı birleştiren deneyler 1830'lu yıllarda Faraday ve Henry tarafından gerçekleştirilmiştir.

12.1.1 Solenoide Yaklaşan Mıknatıs

Üzerinden akım akmayan bir solenoide bir galvanometre bağlanarak kapalı bir devre oluşturulsun. Bu devrenin bir elektromotor kuvvet kaynağının olmadığına dikkat ediniz. Bir mıknatısı bu bobine doğru yaklaştırıp uzaklaştıralım. Bu hareket esnasında galvanometrede sapmalar gözlemlenecektir. Mıknatısın hareketi son bulunca, sapmalarda sona ermiştir.

12.1.2 Mıknatısa Yaklaşan Solenoid

Üzerinden akım akmayan bir solenoide bir galvanometre bağlanarak kapalı bir devre oluşturulsun. Bu devrenin bir elektromotor kuvvet kaynağının olmadığına dikkat ediniz. Bir solenoidi bu mıknatısa yaklaştırıp uzaklaştıralım. Bu hareket esnasında galvanometrede sapmalar gözlemlenecektir. Solenoidin hareketi son bulunca, sapmalarda sona ermiştir.

12.1.3 Solenoide Yaklaşan Diğer Solenoid

Üzerinden akım akmayan bir solenoide bir galvanometre bağlanarak kapalı bir devre oluşturulsun. Bu devrenin bir elektromotor kuvvet kaynağının olmadığına dikkat ediniz. Bir diğer solenoide ise bir güç kaynağı bağlı olsun ve üzerinden belirli bir akım aksın.

Anahtar kapalı iken üzerinden akım geçen ikinci solenoid, üzerinde güç kaynağı bulunmayan diğer solenoide yaklaştırıp uzaklaştırdıkça galvanometrede sapmalar oluşmuştur.

12.1.4 Solenoide Yaklaşan Diğer Solenoid

Üzerinden akım akmayan bir solenoide bir galvanometre bağlanarak kapalı bir devre oluşturulsun. Bu devrenin bir elektromotor kuvvet kaynağının olmadığına dikkat ediniz. Bir diğer solenoide ise bir güç kaynağı bağlı olsun ve üzerine de bir anahtar seri olarak bağlansın.

Solenoidler hareket etmeyecekler fakat anahtar açılıp kapanacak. Anahtarın açılıp kapanma anlarında diğer solenoidin üzerindeki galvanometrelerde sapmalar oluşmuştur.

12.2 Etkileme Akımı

Bütün bu deneylerde dikkat etmemiz gereken en temel nokta üzerinden akım geçen solenoide herhangi bir güç kaynağının bağlı olmamasıdır. Bu yüzden bu akıma **etkileme akımı** denir.

12.3 Etkileme ϵ_{mk} 'sı

Etkilenme akımını oluşturan enerji kaynağına **etkileme elektromotor kuvvet kaynağı** denir.

12.4 Etkilemenin Fiziksel Süreci

Yukarıdaki gözlemlerden yapabileceğimiz tek tahmin, ortamdaki manyetik alan şiddetinin değişmesi bir etki akımı oluşturuyor. Şimdi yeni bir dizi gözlem yaparak etkilemenin fiziksel sürecini anlamaya çalışalım.

Küpten bir elektromıknatısımız olsun. Bunun üst yüzeyi "Güney", alt yüzeyi ise "Kuzey" manyetik kutuplara sahip olduğunu varsayalım. İletken bir bobine bir galvanometre bağlayarak elektromıknatısın içine sokalım.

1. Elektromıknatısta akım yokken, galvanometrede akım gözlenmez.
2. Elektromıknatısta akım varken, anlık olarak galvanometrede akım gözlenir ve derhal son bulur.
3. Elektromıknatıs ile manyetik alan artışı sağlanırsa bu süreç boyunca galvanometrede akım gözlemlenir.
4. Elektromıknatısta manyetik alan farklı şiddetlerde sabit değerlere durdurulursa galvanometrede akım sıfır olur.
5. Elektromıknatıs sabit bir manyetik alan şiddetinde sabitlensin. Bu arada yalıtkan bir malzeme ile bobinin yüzey alanı daralacak şekilde sıkıştırılırsa anlık bir akım gözlemlenir. Sıkıştırılma bırakıldığında, bobin eski haline dönerken yeniden anlık bir akım gözlemlenir.
6. Elektromıknatıs sabit bir manyetik alan şiddetinde sabitlensin. Bobini yatay ekseninde birkaç derecelik bir açı altında döndürürsek, bu süreç içinde etkileme akımı oluşur.
7. Elektromıknatıs sabit bir manyetik alan şiddetinde sabitlensin. Bobini elektromıknatısın dışına doğru çekelim. Elektromıknatıs kutusundan bobin dışarı çıkarken bir etkileme akımı oluşur.
8. Elektromıknatıs sabit bir manyetik alan şiddetinde sabitlensin. Dışarıdaki bobini aninden sarsalım, sarsma anında yeniden bir etkileme akımı gözlemlenir.
9. Elektromıknatıs sabit bir manyetik alan şiddetinde sabitlensin. Dışarıdaki bobinin birkaç tane sarımını sarsmadan dikkatlice açarsak zıt yönde bir etkileme akımı oluşur.
10. Elektromıknatısı kapatırken, mıknatısı açarkenki akıma zıt yönde yeni bir etkileme akımı oluşur.
11. Oluşan akımların şiddeti yapılan değişimlerin süresine bağlıdır.
12. Tüm bu gözlemler farklı malzemeden yapılmış bir bobin ile gerçekleştirilirse gözlemlenen etkileme akımı toplam direnç ile ters orantılı değiştiği bulunur.

Bütün bu gözlemler bize birşeyi işaret eder. Etki akımı Manyetik akı ile çok yakın ilişkilidir, çünkü: Manyetik akı geometriye ve manyetik alan şiddetine bağlıdır. Fakat bu yeterli değildir. Daha dikkatli söylemek gerekirse oluşan etkileme elektromotor kuvvet kaynağı manyetik akının zaman içinde nasıl değiştiği ile orantılıdır.

Son olarak Etkileme elektromotor kuvvet kaynağının manyetik akının artışı veya azalışına zıt bir etki ile oluştuğunu söyleyebiliriz.

12.5 Faraday Yasası

Etkileme elektromotok kuvvet kaynağının manyetik akı ile ilişkili olduğunun ifadesidir. Daha net olarak:

Faraday yasası; İletken çerçeveye çevrelenmiş bir yüzeyden geçen manyetik akının zamana göre değişiminin, bu çerçevede bir etkileme elektromotor kuvveti oluşturmasıdır.

12.6 Lenz Yasası

Aslında Faraday yasasının içinde görülmelidir. Etkileme akımının manyetik akının değişim yönü ile ilişkisini verir. Daha net olarak **Lenz yasası; Etkileme** elektromotor kuvvetinin oluşturacağı akımın, manyetik akıdaki değişime karşı koyacak yönde olmasıdır. Matematiksel olarak iki yasa beraber

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (12.1)$$

gibi ifade edilir.

Örnek 81. *Bir elektromıknatısın dikey durumda kutupları arasındaki manyetik alan düzgün ve $0,02(T/s)$ oranında **artmaktadır**. Manyetik alan içinde yatay bulunan bir iletken halkanın alanı $120(cm^2)$ 'dir ve toplam devre direnci $5,0(\Omega)$ 'dır.*

- Devredeki etkileme elektromotor kuvvet kaynağının değerini bulunuz.

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \vec{B} \cdot \vec{A} \\ &= |\vec{B}||\vec{A}| \cos \theta \\ \varepsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ |\varepsilon| &= \left| \frac{d(|\vec{B}||\vec{A}| \cos \theta)}{dt} \right| \\ &= \left| \frac{d(|\vec{B}|)}{dt} |\vec{A}| \cos \theta + \frac{d(|\vec{A}|)}{dt} |\vec{B}| \cos \theta - |\vec{B}||\vec{A}| \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \right| \end{aligned}$$

Burada sadece manyetik alan zaman ile artmakta diğer değişimler ise olmamaktadır.

$$\begin{aligned} \frac{d(|\vec{B}|)}{dt} &= 0,02(T/s) \\ \frac{d(|\vec{A}|)}{dt} &= 0 \\ \frac{d\theta}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

Etkileme ε mk'sı böylece

$$\begin{aligned} |\varepsilon| &= \left| \frac{d(|\vec{B}|)}{dt} |\vec{A}| \cos \theta \right| \\ &= \left| 2 * 10^{-2} (T/s) * 120 * 10^{-4} (m^2) * \cos(90) \right| \\ |\varepsilon| &= 2,40 * 10^{-4} (V). \end{aligned}$$

- Devredeki etkileme akımı bulunuz.

$$\begin{aligned} I &= \frac{|\varepsilon|}{R} \\ &= \frac{2,40 * 10^{-4} (V)}{5(\Omega)} \\ I &= 4,80 * 10^{-5} (A) \end{aligned}$$

- Eğer iletken halka yalıtkan bir halka ile değiştirilirse etkileme elektromotor kuvvet kaynağını ve akımının değerleri nasıl değişecektir, yorumlayınız.

1. Etkileme elektromotor kuvveti malzemeden bağımsızdır, sabit kalır.
2. Yalıtkan telin toplam direnci sonsuza gider, etki akımı oluşmaz.

12.7 Etkileme ε mk'sının Yönü

1. $\vec{A}$ yüzey vektörü için pozitif bir yön belirleyiniz. Yüzey alanın iki tane normal vektörü vardır. Sağ el kuralına uygun olması açısından bir seçim yapalım.

Aslında hangisini seçtiğimiz bir önemi yoktur fakat hangisini seçtiğimizi bilmemiz lazım. Yüzey normalini, yüzeyin sınırlarından saat ekseninin tersine dönerek seçelim. Bu yönü pozitif normal vektörü olarak kabul etmiş olalım.

2. $\vec{B}(t_1)$ başlangıç manyetik alanını yazınız.
3. $\vec{B}(t_2)$ sonraki bir an için manyetik alanını yazınız.
4. Φ_B başlangıç ve son manyetik akıyı düşünün.
5. $\frac{d\Phi_B(t)}{dt}$ Manyetik akının zamanla nasıl değiştiğini bulun.
6. Etkileme elektromotor kuvvet potansiyelini belirleyiniz.

Eğer yukarıdaki sağ el kuralına uygun olarak yüzey alan normalini belirlediyseniz: Etkileme akımı EMK'nın negatif çıkması halinde saat yönünde, pozitif çıkması halinde ise saatin dönme yönünde oluşacaktır.

Örnek 82. $x - y$ düzleminde bulunan sabit bir çember olsun. Yüzey alanının şiddeti $1(m^2)$ olsun. Saatin dönmesine ters yönde yüzey alan vektörünü seçersek, $\vec{A} = 1(m^2)\hat{k}$ yazılır. Manyetik alanı dört farklı durum için ayrı ayrı vereceğim.

$$1. \vec{B}_1(t_1) = [2t(T/s) + 10(T)]\hat{k}$$

$$2. \vec{B}_2(t_1) = [-2t(T/s) + 10(T)]\hat{k}$$

$$3. \vec{B}_3(t_1) = [2t(T/s) - 10(T)]\hat{k}$$

$$4. \vec{B}_4(t_1) = [-2t(T/s) - 10(T)]\hat{k}$$

$t_1 = 0(s)$ ve $t_2 = 2(s)$ anlarını düşünerek oluşacak etkileme elektromotor kuvveti ve yönünü

- Dört farklı durum için yukarıda bahsedilenleri tek tek yapalım. Manyetik alanlar

$$\vec{B}_1(0(s)) = 10(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_1(2(s)) = 14(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_2(0(s)) = 10(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_2(2(s)) = 6(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_3(0(s)) = -10(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_3(2(s)) = -6(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_4(0(s)) = -10(T)\hat{k}$$

$$\vec{B}_4(2(s)) = -14(T)\hat{k}$$

- Manyetik akıları hesaplayalım. $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$

$$\Phi_{B1}(0(s)) = 10(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k}$$

$$= 10(Wb)$$

$$\Phi_{B1}(2(s)) = 14(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k}$$

$$= 14(Wb)$$

$$\Phi_{B2}(0(s)) = 10(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k}$$

$$= 10(Wb)$$

$$\Phi_{B2}(2(s)) = 6(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k}$$

$$= 6(Wb)$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{B3}(0(s)) &= -10(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -10(Wb) \\
\Phi_{B3}(2(s)) &= -6(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -6(Wb)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{B4}(0(s)) &= -10(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -10(Wb) \\
\Phi_{B4}(2(s)) &= -14(T)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -14(Wb)
\end{aligned}$$

- Manyetik akı değişimlerini $\frac{d\Phi_B(t)}{dt}$ hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi_{B1}(t)}{dt} &= \frac{d\vec{B}_1}{dt} \cdot \vec{A} \\
&= 2(T/s)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= 2(Wb/s).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi_{B2}(t)}{dt} &= \frac{d\vec{B}_2}{dt} \cdot \vec{A} \\
&= -2(T/s)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -2(Wb/s).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi_{B3}(t)}{dt} &= \frac{d\vec{B}_3}{dt} \cdot \vec{A} \\
&= 2(T/s)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= 2(Wb/s).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi_{B4}(t)}{dt} &= \frac{d\vec{B}_4}{dt} \cdot \vec{A} \\
&= -2(T/s)\hat{k} \cdot 1(m^2)\hat{k} \\
&= -2(Wb/s).
\end{aligned}$$

- Aslında tam hesap yapabileceğimiz gibi akının değişiminin pozitif veya negatif olduğuna bakabiliriz.

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{B1} &= \Phi_{B1}(2(s)) - \Phi_{B1}(0(s)) \\
&= 14(Wb) - 10(Wb) \\
&= 4(Wb).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{B2} &= \Phi_{B2}(2(s)) - \Phi_{B2}(0(s)) \\
&= 6(Wb) - 10(Wb) \\
&= -4(Wb).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{B3} &= \Phi_{B3}(2(s)) - \Phi_{B3}(0(s)) \\
&= -6(Wb) + 10(Wb) \\
&= 4(Wb).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{B4} &= \Phi_{B4}(2(s)) - \Phi_{B4}(0(s)) \\
&= -14(Wb) + 10(Wb) \\
&= -4(Wb).
\end{aligned}$$

- Değişimin $2(s)$ için hesap edildiğini düşünürseniz, iki sonucun da aynı noktaya ulaştığını anlayacaksınız. Hangi şekilde düşünürseniz düşünün.
- Etkileme elektromotor kuvveti manyetik akının değişiminin tersine oluşacaktır.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &< 0 \\
\varepsilon_2 &> 0 \\
\varepsilon_3 &< 0 \\
\varepsilon_4 &> 0
\end{aligned}$$

Sağ el kuralına göre etkileme elektromotor kuvveti **negatif ise saat yönünde, pozitif ise saat yönünün tersinde** olacaktır. Kontrol ediniz.

12.7.1 Bobinin Etkileme Elektromotor Kuvveti

N özdeş sarımlı bir bobinin toplam etkileme εmk 'sı

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (12.2)$$

ile verilir.

Örnek 83. Yarıçapı $4,0(cm)$ olan 500 sarımlı dairesel bir bobin, bir elektromıknatısa yerleştirilmiştir. Bu elektromıknatısın $0,2(T/s)$ oranında düzgün azalan manyetik alanı, bobinin düzlemi 60 derecelik bir açı yapmaktadır. Etk-

ileme elektromotorkuvvetinin şiddetini ve yönünü bulunuz.

$$\begin{aligned}
 |\vec{A}| &= \pi(4 * 10^{-2}(m))^2 \\
 &= 16\pi * 10^{-4}(m^2) \\
 \left| \frac{d\vec{B}(t)}{dt} \right| &= 0,2(T/s) \\
 \frac{d\Phi_B}{dt} &= \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}(t)}{dt} \\
 &= 16\pi * 10^{-4}(m^2) * (-0,2(T/s)) * \cos 30 \\
 &= -8,71 * 10^{-4}(Wb/s) \\
 \epsilon &= -N \frac{d\Phi_B}{dt} \\
 &= -500 * (-8,71 * 10^{-4}(Wb/s)) \\
 \epsilon &= 0,435(V).
 \end{aligned}$$

12.7.2 Basit Alternatör; Alternatif Akım Üretici

Alternatör, mekanik enerjiyi alternatif akıma çeviren elektromekanik bir aygıttır. Çoğu alternatör bu işi yapmak için dönen bir manyetik alan kullanır fakat burada sabit bir manyetik alan içinde dönen bir dikdörtgen çerçeve kullanacağız.

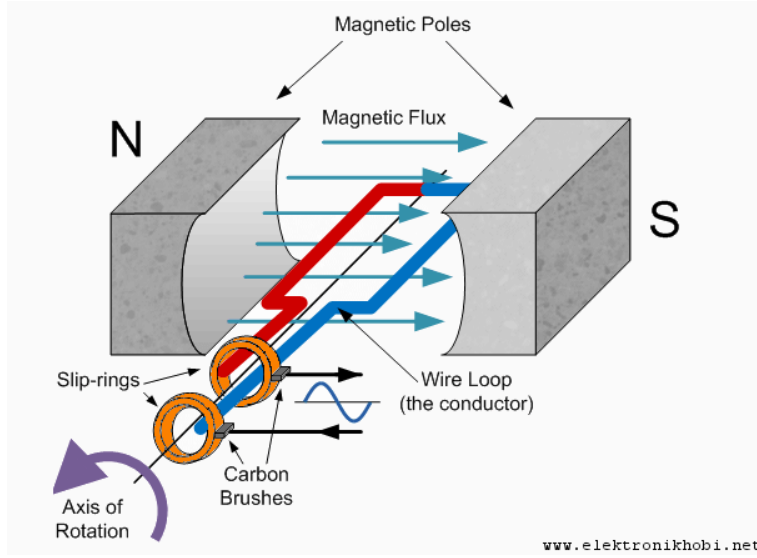


Figure 12.1: Basit alternatör

Örnek 84. *Dikdörtgen halka şekil(12.1) de gösterildiği gibi eksenini etrafında $\vec{\omega}$ açısal hızı ile dönecek gibi tasarlanmıştır. Manyetik alan düzgün ve sabittir.*

Manyetik alan ile yüzey normali arasındaki açı ϕ ile gösterilsin ve başlangıç anında $\phi = 0$ olsun. Etkilenme elektromotor kuvvetini verilenler cinsinden ifade ediniz.

- Önce eksenlerimizi belirleyelim. Doğu eksenini $\hat{i}$, kuzey eksenini $\hat{j}$ ile gösterilsin. Sayfadan bize doğru gelen yön ise sağ el kuralına göre $\hat{k}$ ile gösterilmelidir.
- Verilenleri belirlediğimiz yön ile yazalım:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= B\hat{i} \\ \vec{w}(t) &= \theta\hat{k} \\ \vec{A}(t=0(s)) &= A\hat{i}.\end{aligned}$$

- Manyetik akı $\Phi_B(t)$

$$\begin{aligned}\Phi_B(t) &= \vec{B} \cdot \vec{A}(t) \\ &= BA \cos(\theta t)\end{aligned}$$

- Etkilenme elektromotor kuvveti

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} \\ &= +BA\theta \sin(\theta t)\end{aligned}$$

elde edilir.

- Etkilenme elektromotor kuvveti sinüsoidal olarak değişirken, manyetik akı cosinüsel değişim göstermektedir. Buna göre:

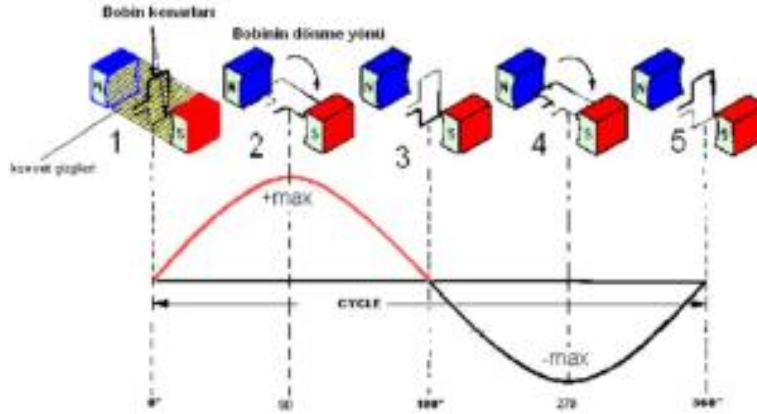


Figure 12.2: Bobin hareketine göre etkilenme elektromotor kuvveti veya etkilenme akımının oluşumu

- $\theta = 0$ veya $\theta = \pi$ olunca, yani halka düzlemi manyetik alan vektörüne dik olunca manyetik akı maksimum ve minimum değerlerine ulaşır. Bu anlarda etkilenme elektromotor kuvveti sıfırdır.
- $\theta = \frac{\pi}{2}$ veya $\theta = \frac{3\pi}{2}$ olunca, yani halka düzlemi manyetik alana paralel veya antiparalel olunca, manyetik akı sıfırken, etkilenme elektromotor kuvvetinin mutlak değeri maksimum olur.
- Bu haliyle bu basit bir alternatif akım üreticidir.

Üretilen bu ani gerilim değeri dikkate alınmaz. Önemli olan **etkin** değerdir. Bu etkin potansiyel farkı hesaplamayı ileride göreceğiz.

Bazı jeneratörler döner manyetik alan sabit bobin üzerine çalışmaktadır. Gerilimin etkin değeri bu hareketten hiç birşey kaybetmez.

12.7.3 Doğru Akım Üretici

Alternatif akımı üreticine benzer bir tanımla, doğru akım üretici elde etmek mümkündür. Burada yapılması gereken tek şey sistem 180 derece döndüğünde etkilenme elektromotor kuvvetininin bağlı olduğu ucu da bir komitatör yardımıyla ters döndürmektir.

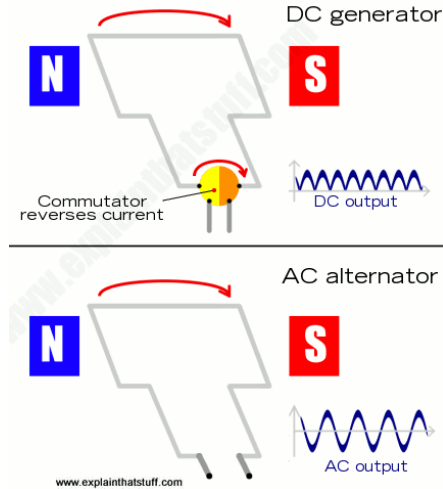


Figure 12.3: Basit bir DC ile AC üretici

DC alternatörlerde etkin gerilim sıfırdan farklıdır, pozitif ve sabit bir değer alır.

Alternatör rüzgar enerjisi, dizel motor ve su türbinleri gibi değişik çeviricilerle kullanılabilir. Elektrik gereksinimi olan ortamlarda şebeke yedeği olarak dizel motor ile çalıştırılan alternatörler kullanılır.

Otomobillerde kullanılan alternatörler aracın motoru çalışırken aküyü şarj eder ve diğer tüm elektrik sistemlerine de enerji sağlar.

Örnek 85. Bu örnekte **kaygan tel üretici**'ni öğreneceğiz. Şöyleki: sayfa düzlemine dik ve içeri yönelmiş bir $\vec{B}$ manyetik alanı içine konmuş $\square$ şeklinde bir iletken var. L uzunluğunda bir metal çubuğu iletkenin iki kolları üzerine koyunca bir devre oluşur. Bu çubuk v sabit süratiyle kuzeye doğru hareket etsin. Bu hareket devrede bir etkileme ε_{mk} 'sı ve akımı oluşturur. Bunları bulunuz.

- Önce eksenleri belirtelim. Sayfanın sağı yani doğu yönü $\hat{i}$, kuzey yönü $\hat{j}$ ce sayfa düzleminde bize yönelerek dışarı olan yönü $\hat{k}$ ile gösterelim. $\square$ şeklindeki teli ise, bir köşesi merkeze, diğer köşesi ise $(L, 0, 0)$ 'a gelecek şekilde ağız kuzeye bakacak şekilde yerleştirelim. Kaygan çubuk y üzerinde hareket edecektir ve yüzey alanı zamana bağlı değişecektir.

$$\begin{aligned} A(t) &= y(t)L \\ \frac{dA(t)}{dt} &= \frac{dy(t)}{dt}L \\ &= vL. \end{aligned}$$

- Sağ el kuralına uygun olarak yüzeyin normalini $\hat{k}$ olarak seçebiliriz. Manyetik akının zamana göre değişimi

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{A}(t)}{dt} &= vL\hat{k} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \frac{d\Phi_B}{dt} &= \vec{B} \cdot \frac{d\vec{A}(t)}{dt} \\ &= [-B\hat{k}] \cdot [vL\hat{k}] \\ &= -BvL \\ \varepsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ \varepsilon &= BvL \end{aligned}$$

- Elektromotor kuvvet pozitif çıktığından akım saat yönünün tersine doğru akacaktır. Akımın şiddeti ise direnç R olmak üzere

$$I = \frac{BvL}{R}$$

Örnek 86. Yukarıdaki gibi bir kaygan üretçi devresindeki enerji, mekanik enerjiden üretilir. Hareketli kaygan tel ve onun uçlarını birbirine bağlayan $\square$ şeklindeki iletkenin oluşan devrenin hareket esnasında herhangi bir noktadaki direnci R olsun. Birim zamanda devrede üretilen elektrik enerjisinin metal çubuğun manyetik alan içinde hareket ettirmek için dışarıdan yapılan mekanik işe eşit olduğunu gösteriniz.

- Devredeki üretilen elektrik enerjisi aslında zamana bağlılık gösterir, çünkü devredeki etkileme elektromotor kuvveti her an değişmektedir. Herhangi bir

andaki elektromotor kuvvet $\varepsilon(t)$ ve etkileme elektrik akımı $I(t)$ olmak üzere elektriksel güç

$$P_{elektrik}(t) = \varepsilon(t)I(t).$$

- Etkileme akımından dolayı hareketli çubuğa bir kuvvet etki eder. Bu kuvvet

$$\begin{aligned}\vec{F}(t) &= I(t)\vec{L} \times \vec{B} \\ \vec{L} &= -L\hat{i} \\ \vec{B} &= -B\hat{k} \\ \vec{F}_{etkileme}(t) &= I(t)[-L\hat{i}] \times [-B\hat{k}] \\ &= -I(t)LB\hat{j}.\end{aligned}$$

- Bu etkileme kuvvetine zıt bir dış kuvvet uygulanarak çubuğun sabit hızla hareket etmesi sağlanır.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{dis} &= -\vec{F}_{etkileme} \\ &= I(t)LB\hat{j}\end{aligned}$$

- Birim zamanda bu dış kuvvetin yaptığı iş, yani mekaniksel güç

$$\begin{aligned}P_{mekanik}(t) &= \vec{F}_{dis} \cdot \vec{v} \\ &= I(t)LB\hat{j} \cdot v\hat{j} \\ &= I(t)BvL \\ &= \varepsilon(t)I(t) \\ &= P_{elektrik}(t)\end{aligned}$$

Görüldüğü gibi Kaynaksız enerji üretmek mümkün değildir. Çubuğu eğer hareket ettiremezseniz manyetik akı zamanla değişmez ve etkileme akımı oluşmaz. Burada tam anlamıyla (ideal durumda)

MEKANİK ENERJİ $\rightarrow$ **ELEKTRİK ENERJİSİNE** dönüşmüştür.

12.8 Jenaratör ve Transformatörler

Hareket enerjisini elektrik enerjisine dönüştüren aletlere jeneratör denir. Hidroelektrik santrallarda yüksekte düşen suyun kütleçekim potansiyel enerjisini, termoelektrik santrallarda buhar enerjisini, nükleer santrallarda kimyasal reaksiyon potansiyel enerjisini elektrik enerjisine dönüştürürler. Biraz önce altarnatör örneklerinde alternatif veya doğrusal akımı nasıl elde ettiğimizi detaylıca görmüştük.

Alternatif akım, doğrudan üretildiği haliyle tüketime sunulur çünkü elektrik enerjisinin iletiminde ve sanayisel kullanımında kullanışlıdır. Bu iletim sırasında sıklıkla **transformatörler** kullanılır.

İletim sırasında ısı enerji kaybını azaltmak için voltaj yükseltilir. Halk arasında trafo olarak bilinen özel yerlerdeki transformatörler etki elektromotor kuvvetlerinin temel prensipleriyle çalışırlar.

Örnek olarak ferromanyetik bir malzemeden yapılmış toroidal bir malzemeye primier(birincil) ve sekonder(ikincil) sargılar yapılır. Birincil sargıdaki elektromotor kuvvet zamanla değişerek toroidin içinde oluşan manyetik alanı zamana bağlı olarak sürekli değiştirir. İkincil sargının yüzey alanı sabit olmasına rağmen manyetik alanın zamanla değişimi manyetik akının zamanla değişmesi demektir. Bu da etkileme elektromotor kuvvet oluşması demektir.

Birincil sargı N_1 , ikincil sargı N_2 sayıdan oluşsun. O halde

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(t) &= -N_1 \frac{d\Phi_{B1}(t)}{dt} \\ \varepsilon_2(t) &= -N_2 \frac{d\Phi_{B2}(t)}{dt} \\ \frac{d\Phi_{B1}(t)}{dt} &= \frac{d\Phi_{B2}(t)}{dt} \\ \Rightarrow \frac{\varepsilon_1(t)}{N_1} &= \frac{\varepsilon_2(t)}{N_2}.\end{aligned}$$

Bu sarımlar uygun ayarlanarak voltajlar kolaylıkla yükseltilir veya azaltılır.

Bu ideal bir sistemdir. Gerçekte transformatörlerde enerji kayıpları kaçınılmazdır. Bu kayıpları engellemenin bir yolu sarımları çok dikkatli ve sıkı sarmaktır.

12.9 Hareketli εmk

Bu bölümde şu ana kadar iletkenlerin bir manyetik alan altında hareket ettiği örnekleri inceledik. Burada iletkenlerdeki hareketli yüklere etkiyen manyetik kuvvetlere bakarak etkilenme elektromotor kuvvetinin kökeni hakkında bilgi elde etmeye çalışacağız.

Varsayalım ki sayfa düzleminden içeri doğru yönelmiş düzgün bir manyetik alan $\vec{B} = -B\hat{k}$ var. Sayfa düzleminde L uzunluklu bir tel $\vec{v} = v\hat{i}$ hızıyla hareket ediyor. Çubuğun $(0, 0, 0)$ noktasında bulunan ucuna a , $(0, L, 0)$ noktasında bulunan ucuna b ismini verelim. İletken telin üzerindeki yüklere manyetik bir kuvvet etkir.

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= q[v\hat{i}] \times [-B\hat{k}] \\ \vec{F}_B &= qvB\hat{j}.\end{aligned}$$

Böylelikle pozitif q yükleri b noktasına ilerlerken negatif yükler a noktasına ilerler. Yüklerin kısa sürede bu şekilde ayrışması bir elektrik alanı oluşturur. Bu etkileme elektrik alanı

$$\vec{E}_{etkileme} = -E\hat{j}$$

Bu etkileme elektrik alanı bir etkileme elektriksel kuvvet oluşturur

$$\begin{aligned}\vec{F}_{etkileme} &= q\vec{E}_{etkileme} \\ &= -qE\hat{j}.\end{aligned}$$

ve bu da manyetik kuvveti dengeler.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{net} &= 0 \\ \vec{F}_B + \vec{F}_{etkileme} &= qvB\hat{j} - qE\hat{j} \\ 0 &= q[vB - E]\hat{j}.\end{aligned}$$

O halde etkileme elektrik alan şiddeti ile manyetik alan şiddeti arasında bir ilişki bulunur.

$$v = \frac{E}{B} \quad (12.3)$$

a ile b noktaları arasındaki potansiyel fark ise

$$\begin{aligned}V_b - V_a &= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= - \int_0^L [-E\hat{j}] \cdot [dy_0\hat{j}] \\ &= E \int_0^L dy_0 \\ V_b - V_a &= EL.\end{aligned}$$

Bu indüklenmiş elektrik potansiyel farkı manyetik alan şiddeti cinsinden ifade edersek

$$V_b - V_a = BvL. \quad (12.4)$$

b ucu a ucuna göre daha büyük bir elektrik potansiyele sahiptir.

Şimdi bu problemi kapalı bir devre haline getirmek için $\square$ şeklindeki iletkeni devreye dahil edelim. Bu iletken durağan halde olduğu için üzerindeki yüklere bir manyetik kuvvet etki etmez. Fakat a ve b noktalarındaki yük toplanmaları sebebiyle oluşan elektrik alandan etkilenirler. İletken hareketsiz çubuk üzerinde yükler elektrik alan etkisiyle hareket ederler, yani akım oluşur. Bu yöntemle oluşan elektromotor kuvvete **hareketli elektromotor kuvvet** ismi verilir.

$$\varepsilon = BvL. \quad (12.5)$$

Eğer hareketsiz iletkenin direnci R ise, o halde hareketsiz iletkenin akan elektrik akımı

$$I = \frac{BvL}{R} \quad (12.6)$$

olarak ifade edilebilir.

Bu düzenek bize bir pili hatırlatabilir. Fakat iki elektromotor kuvvetin oluşum sebebi tamamiyle birbirinden farklıdır. Birinde kimyasal enerji diğeri de elektromanyetik kuvvetler etkindir.

12.10 Hareketli εmk 'nın Genel İfadesi

Hareketli elektromotor kuvvetini düzgün veya düzgün olmayan fakat her noktada zaman içinde sabit kalan bir manyetik alan içinde hareket eden ve herhangi bir geometrik şekile sahip olan bir iletken için genelleştirebiliriz. Buna göre

- Bir iletkenin $d\vec{l}$ dilimi için elektromotor kuvvete katkısı $d\varepsilon$ ve,
- Birim yük başına düşen manyetik kuvvet $\vec{v} \times \vec{B}$ olmak üzere

$$d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (12.7)$$

ile tanımlanır. Toplam etki ise, kapalı bir halka için

$$\varepsilon(t) = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (12.8)$$

ile ifade edilir.

Bu ifade Faraday yasasının bir özel halidir. Kullanırken dikkatli olmak gerekir Öyleki

1. Hareketli bir iletken halkadan geçen manyetik akının zaman göre değişimini gösterirken bu yeni ifade son derece kullanışlıdır.
2. Değişken manyetik alan içinde duran sabit iletkenlerde ise işe yaramaz. Klasik Faraday yasasını kullanmamız gerekmektedir.

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt}$$

Örnek 87. *Hareketli bir iletken çubuğun uzunluğu $0,1(m)$ 'dir. Çubuğun hızı $2,5(m/s)\hat{j}$ ve halkanın toplam direnci $0,03(\Omega)$ olmak üzere hareketsiz bir bir $\square$ iletkeninin üzerinde kuzeye doğru kaymaktadır. Manyetik alanın ise sayfa düzleminden içeri yönlü ve $0,6(T)$ şiddetindedir.*

- Etkilenme elektromotor kuvvetini bulunuz.

Batı yönünü pozitif $\hat{i}$, kuzey yönünü pozitif $\hat{j}$ ve sayfa düzleminden dışarı doğru olan yönü pozitif $\hat{k}$ alalım. Sonra da verilenleri yazalım:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= 2,5(m/s)\hat{j} \\ \vec{B} &= -0,6(T)\hat{k} \\ d\vec{l} &= dx_0\hat{i} \end{aligned}$$

O halde etkilenme elektromotor kuvveti Faraday yasasının özel haline göre:

$$\varepsilon(t) = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (12.9)$$

$$= \int_0^{0,1(m)} (2,5(m/s)\hat{j} \times -0,6(T)\hat{k}) \cdot dx_0\hat{i} \quad (12.10)$$

$$= - \int_0^{0,1(m)} 1,5dx_0 \left(\frac{mT}{s} \right) (\hat{i} \cdot \hat{i}) \quad (12.11)$$

$$= -0,15(V) \quad (12.12)$$

- Etkilenme akımını bulunuz.

Etkilenme elektromotor kuvvetinin negatif olması akımın saatin dönme yönünün tersine akım akacağı anlamına geldiğini biliyoruz. Akımın değeri ise

$$\begin{aligned} I &= \frac{0,15(V)}{0,03(\Omega)} \\ &= 5(A) \end{aligned}$$

olarak elde edilir.

- Hareketli çubuğa etkiyen manyetik kuvveti bulunuz.

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

Burada $d\vec{l}$ akan yüklerin akma yönünü gösterecek. O halde

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= 5(A)(-dx_0\hat{i}) \times (-0,6(T)\hat{k}) \\ \vec{F} &= -3(AT) \int_0^{0,1(m)} dx_0\hat{j} \\ &= -0,3(N)\hat{j}. \end{aligned}$$

Bu manyetik kuvvet hızı azaltmaya ve değişimi durdurmaya çalışacaktır.

Örnek 88. $x - y$ düzlemi içine yerleştirilmiş R yarıçaplı bir disk z eksenini etrafında pozitif yönde dönmektedir. Disk düzgün ve z -ekseni ile aynı yönde olan bir dış $\vec{B}$ manyetik alanı içindedir. Diskin merkezi ve kenarı arasında meydana gelecek etkilenme elektromotor kuvvetini bulunuz.

Literatürde böyle bir diske Faraday Disk Dinamosu denir. Şekil (12.4)'de bir örneği gösterilmektedir. Bu problemin çözümünde diskini farklı parçalarının dönme eksenine olan uzaklıklarına bağlı olarak farklı çizgisel hızlarda hareket ettiklerini görmekteyiz. Dolayısıyla her bir parçanın farklı etkilenme elektromotor kuvvet katkısı yapacağını anlamaktayız. Bunu hesaplayabilmek için diski diferansiyel çemberlere bölelim. Her parçanın bir noktasındaki hız vektörü ile

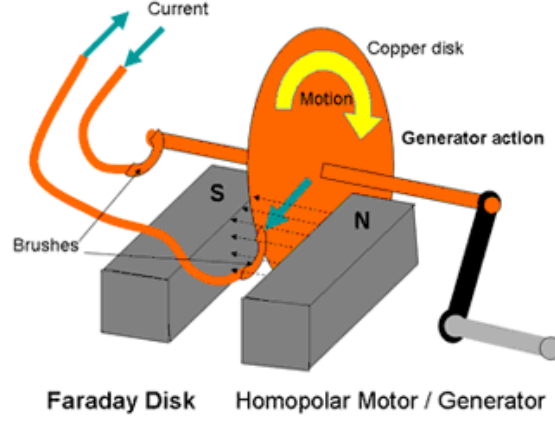


Figure 12.4: Faraday Disk Dinamosu

Manyetik alan vektörünü vektörel çarparsak radyal doğrultuda bir vektör elde ederiz.

Bu örnekte incelersek, herhangi bir andaki diskin x -ekseni üzerindeki hız vektörü ile manyetik alan

$$\begin{aligned}\vec{v} &= |\vec{v}|\hat{j} \\ \vec{B} &= |\vec{B}|\hat{k} \\ \vec{v} \times \vec{B} &= |\vec{v}||\vec{B}|\hat{i}.\end{aligned}$$

dışa doğru radyal doğrultuda, başka bir yer olan y -ekseni üzerindeki hız vektörü ile manyetik alan

$$\begin{aligned}\vec{v} &= |\vec{v}|\hat{-i} \\ \vec{B} &= |\vec{B}|\hat{k} \\ \vec{v} \times \vec{B} &= |\vec{v}||\vec{B}|\hat{j}.\end{aligned}$$

dışa doğru radyal doğrultuda bulunur. Diğer durumları siz çalışabilirsiniz. O halde anlıyoruz ki etkilenme elektromotor kuvveti bu problemde hep radyal doğrultuda dışa doğru olacaktır. Diferansiyel etkilenme elektromotor kuvveti

$$\begin{aligned}d\varepsilon &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= |\vec{v}||\vec{B}|\hat{r} \cdot dr\hat{r} \\ &= |\vec{v}||\vec{B}|dr\end{aligned}$$

olarak bulunur. Burada $d\vec{l} = dr\hat{r}$ olarak kullanıldı. Şimdi diferansiyel etkilenme

elektromotor kuvvetini integre ederek

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \int_0^R |\vec{v}| |\vec{B}| dr \\
 &= \int_0^R wr |\vec{B}| dr \\
 &= |\vec{B}| w \int_0^R r dr \\
 \varepsilon &= \frac{|\vec{B}| w R^2}{2}.
 \end{aligned}$$

Burada açısal süratin sabit olduğunu kullandık.

Chapter 13

ETKİLENME ve ÖZETKİLENME

İki sargı birbirine yakın olduğu zaman, sargıların birinden akan akımın yarattığı manyetik akı diğer sargı içinde bir manyetik akı değişimi yaratır. Eğer bu manyetik akı, akımla beraber zaman içinde değişiklik gösteriyorsa ikinci sargıda bir etkilenme elektromotor kuvveti oluşur ve Faraday yasasına göre sargıda bir etkilenme akımı akmaya başlar. Bu fiziksel sürece **etkilenme** ismi verilir.

Buna karşın benzer bir fiziksel süreç tek sargıda da oluşur. Sargıdaki manyetik akının değişimi aynı sargıda etkilenme akımı oluşumuna sebep verir. Bu fiziksel sürece de **özetkilenme** denir.

13.1 Etkilenme

İlk olarak sıkı ve düzgünce sarılmış bir sargı düşünelim, öyle ki bu toroid veya selenoit olabilir, farketmez. Bu sargının üzerine ince yalıtkan bir malzeme koyarak ikinci bir sargılama yapalım. Böylelikle bir sargıyı kullanarak iki tane sargı elde edebiliriz. Bunun avantajı ise, farklı sarım sayıları ile sarılmış sargılarından akacak elektrik akımı azaltmaya veya arttırmamıza yardım edecektir. Bu tip sargılar günlük hayatımızda her yerde vardır. Örnek, bir arabanın bataryasından gelen 12(V)'luk potansiyel farkı, bu tip sargılar onlarca katına çıkartır. Bu da ateşleme mekanizmasını harekete geçirir.

Faraday yasasına göre etkilenme elektromotor kuvveti

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

ile bulunur.

Etkilenmenin karakteristiği neye bağlıdır?

- Etrafdaki manyetik alana,
- Geometriye ve

- Malzemenin manyetik özelliklerine

bağlı olabilir. Biz burada manyetik özellik göstermeyen malzemelerin kullanıldığını ve etrafta sistemi etkilemeyecek bir manyetik alan olduğunu varsayıyoruz. Etkilenme katsayısı L , manyetik akı ile doğru orantılı iken akım ile ters orantılı olarak tanımlanır.

$$N\Phi_B(t) = Li(t) \quad (13.1)$$

Şimdi Faraday yasası uygulanırsa

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (13.2)$$

$$= -\frac{d}{dt}Li \quad (13.3)$$

$$\varepsilon = -L\frac{di(t)}{dt} \quad (13.4)$$

Etkilenme katsayısını bir başka şekilde,

$$L = -\frac{\varepsilon}{\frac{di(t)}{dt}} \quad (13.5)$$

gibi yazabiliriz. Bu tanımlama ister selenoit, ister toroid olsun tüm malzemelerde aynıdır.

Etkilenme katsayısının durgun yüklerdeki karşılığı sığadır. Bir kapasitörün sığasını hatırlayalım:

$$C = \frac{q}{V}$$

ile tanımlamıştık. Dolayısıyla kapasitör bir doğrusal akım devresi için ne anlama geliyorsa, bir sargı da alternatif akım devresi için aynı anlamı taşır. Bunu ileride daha detaylı anlatmaya çalışacağım.

13.1.1 Etkilenme katsayısının birimi nedir?

Bir sargının etkilenme katsayısının birimi Amerikalı fizikçi Joseph **Henry**'nin anısına ile tanımlanır. Buna göre:

$$1(Henty) = 1\frac{Weber}{Ampere} \quad (13.6)$$

$$(h) = \frac{(Wb)}{(A)} \quad (13.7)$$

olarak ifade edilebildiği gibi

$$\begin{aligned} 1(Hen) &= 1\frac{(Vs)}{(A)} \\ &= (\Omega s) \\ &= \frac{(J)}{(A^2)} \end{aligned}$$

olarak da yazılabilir.

13.2 Özetkilenme

Bir sargıdaki manyetik akının değişimi sargı üzerinde yeni bir etkilenme akımı üretir. Çünkü sistem değişime karşılık bir tepki verir, zaten bu tepkiyi Lenz yasası açıklamaktadır. Örnek olarak bir akımın ani olarak kesilmesinden dolayı manyetik akı azalır. Sistem manyetik akının azalmaması için bir akım üretecektir.

Özetkilenme veya etkilenme, iki durumda da aynı şekilde formülize edilmektedir.

$$L = - \frac{\varepsilon}{\frac{di(t)}{dt}}$$

Örnek 89. Uzunluğu l ve kesit yüzey alanı A olan uzun bir selenoit toplam N_1 sarım sayılı tel ile sıkıca ve düzgünce sarılmıştır. Bu selenoitin hemen üzerinde N_2 sarımlı bir diğer selenoit eşmerkezli olarak bulunmaktadır. Bu ikinci selenoitin de uzunluğu l olup eşyüzey alanlı olduğu kabülünü yapacağız. İlk sargıdan i_1 akımı geçmektedir.

- Bu durumda etkilenme sabiti L 'yi verilenler cinsinden hesaplayınız.

İçerideki selenoitin üzerinden i_1 akımı geçerken selenoitin içinde

$$\begin{aligned} B_1(t) &= \frac{\mu_0 N_1 i_1(t)}{l} \\ &= \mu_0 n_1 i_1(t). \end{aligned}$$

manyetik alanı oluştuğunu Amper yasasını kullanarak daha önce göstermiştik. Manyetik akı ise

$$\Phi_{B1}(t) = \frac{\mu_0 N_1 i_1(t)}{l} A$$

olarak bulunur. Bu akı ikinci sargının da akısıdır.

$$\Phi_{B2}(t) = \frac{\mu_0 N_1 i_1(t)}{l} A$$

Etkileşme katsayısı L ise

$$\begin{aligned} L &= N_2 \frac{\Phi_{B2}}{i_1(t)} \\ &= N_2 \frac{\mu_0 N_1 i_1(t) A}{i_1(t) l} \\ L &= \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l} \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Görüldüğü gibi Etkilenme katsayısı akımdan bağımsızdır.

- Sargının uzunluğu $0,50(m)$, yüzey alanı $10(cm^2)$, sargı sayıları sırasıyla 1000 ve 10 sarım ise, etkilenme katsayısını hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l} \\
 &= \frac{4\pi 10^{-7} \left(\frac{Wb}{Am}\right) 10 \times 10^{-4} (m^2) 1000 \times 10}{0.5(m)} \\
 L &= 25(\mu H)
 \end{aligned}$$

- Dış bobinden geçen akım

$$i_2(t) = 2 \times 10^6 t (A/s)$$

olsun. $t = 3(\mu s)$ 'de dış bobinden akımın yarattığı ortalama manyetik akıyı birinci sargının birim sargısı başına bulunuz.

$$\begin{aligned}
 L &= 25(\mu H) \\
 i_2(t = 3 \times 10^{-6} s) &= 2 \times 10^6 \times 10^{-6} (s) (A/s) \\
 i_2(t = 3 \times 10^{-6} s) &= 2(A) \\
 \Phi_{B1} &= \frac{M i_2(t)}{N_1} \\
 &= \frac{25 \times 10^{-6} (H) 6(A)}{1000} \\
 \Phi_{B1} &= 0,15(\mu Wb)
 \end{aligned}$$

- Selenoitte üretilen etkilenme ε_{MK} 'sını hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= -M \frac{di_2(t)}{dt} \\
 &= -25(\mu H) \frac{d}{dt} \left(2 \times 10^6 t (A/s) \right) \\
 &= -25(\mu H) \times 2 \times 10^6 (A/s) \\
 \varepsilon_1 &= -50(V).
 \end{aligned}$$

Örnek 90. N sarımlı a iç yarıçaplı ve b dış yarıçaplı bir toroidin dikdörtgen kesit alanının etkilenme katsayısını verilenler cinsinden hesaplayınız.

- Önce Amper yassını kullanarak Manyetik alanının şiddetini buluruz. Bunu daha önce yaptığımız için burada sadece cevabı yazıyorum.

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r}$$

- Manyetik akı ise

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

ile hesaplanacak. Dikdörtgen kesit alanı h yükseklik olmak üzere

$$|d\vec{S}| = h dr$$

ile hesaplanır. Manyetik alan ile yüzey alan normalini aynı doğrultuda alırsak

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \int_a^b |\vec{B}| |d\vec{S}| \\ &= \int_a^b \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r} h dr \\ &= \int_a^b \frac{\mu_0 i_0 N h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ &= \frac{\mu_0 i_0 N h}{2\pi} \ln r \Big|_a^b \\ &= \frac{\mu_0 i_0 N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \end{aligned}$$

- Özetkilenme katsayısı ise

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi_B}{i_0} \\ &= \frac{\mu_0 i_0 N^2 h}{2\pi i_0} \ln \frac{b}{a} \\ L &= \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \end{aligned}$$

13.3 Devre Elemanı Olarak Etkileç

Daha önce Direnç, Kapasitör ve Bataryaları görmüştük. Bunlara ek olarak etkileçi koyabiliriz. Etkileç Alternatif ve Doğrusal devrelerde farklı özellikte çalışır. Neden?

1. Bir AC devresinde Etkileç, akımdaki beklenilmeyen ve istenilmeyen **ani** değişimleri dizginler.
2. Bir DC devresinde elektromotor kuvveti değiştirmesine rağmen akımı sabit tutar.

13.3.1 Kirchhoff Kuralı

Alternatif bir akım varlığında etkileşler devrede potansiyel değişimleri yaratabilirler. Davranışları dirençe benzer, eğer çevriminizde:

- Akım ile aynı yönde ilerliyorsanız

$$-L \frac{di(t)}{dt} \quad (13.8)$$

- Akım ile ters yönde ilerliyorsanız

$$L \frac{di(t)}{dt} \quad (13.9)$$

bir değişime sebep olacaktır.

13.4 LR Devresi

Daha önce bir batarya, direnç ve kapasitörden oluşan bir RC devresi çalışmıştık. Orada bataryaya bağlanan boş bir kapasitörün dolması için belirli bir zaman geçmesi gerektiğini görmüştük. Bunu şöyle de yorumlayabiliriz:

- Kapasitör ani olarak denge durumuna gelene gelemmez. Gelineceye kadar, yani üzerindeki elektrik potansiyel fark $C\varepsilon$ değerine ulaşmaya kadar, yüklerin zaman içindeki değişimi

$$q(t) = C\varepsilon \left(1 - e^{-t/\tau_C} \right)$$

ile belirlenmektedir. Burada τ_C kapasitatif devrenin zaman sabitidir ve

$$\tau_C = RC \quad (13.10)$$

ile tanımlıdır.

- Eğer o devreden batarya ani olarak devredışı bırakılırsa, bu sefer yükler ani olarak sıfırlanmaz. Bir başka değişle bunu kapasitörün üzerindeki potansiyel fark ani olarak kaybolmaz olarak yorumlayabiliriz. Buna göre RC devresinin boşalması sırasında yükler

$$q(t) = C\varepsilon e^{-t/\tau_C}$$

olarak değişiyordu.

Burada RC devresinin analoğu olan LR devresinin çalışma prensibini işleyeceğiz.

Şekil 13.1'deki LR devresinde anahtar(switch) B konumunda iken batarya, direnç ve etkileş bir seri devre oluştururlar. Eğer devrede etkileş bağlı olmasaydı direnç üzerindeki akım ani olarak

$$\frac{\varepsilon}{R}$$

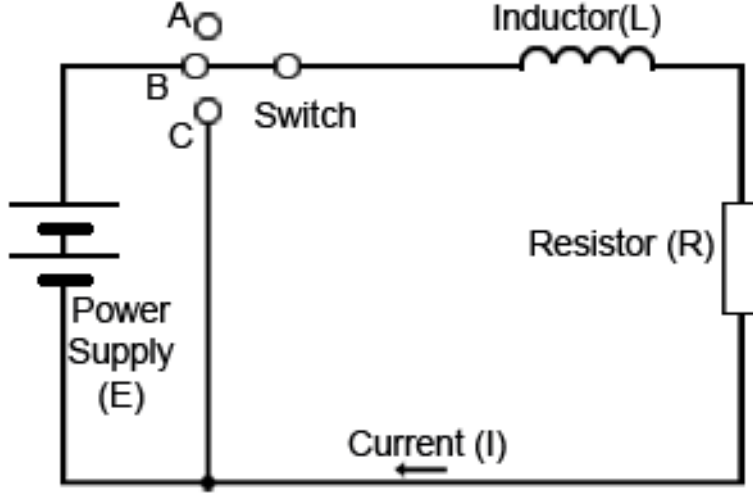


Figure 13.1: LR devresi

olacaktı. Fakat etkileş tepki olarak Lenz yasasına göre bir ters olarak özetkilenme elektromotor kuvveti yaratır. Bu şekilde dirençteki akım bir gecikme ile yükselmeye başlar. Zaman içinde sistem dengeye girer ve akım değişimi giderek azalır ve yeteri kadar uzun bir aralık sonra sıfırlanır. Faraday yasasına göre akım değişimi sonlandığında etkilenme elektromotor kuvveti de sıfırlanır. İşte bu andan sonra direnç üzerinde oluşan potansiyel fark bataryanın potansiyel farkına eşit olacaktır. Bu sistem bu haliyle ani voltaj değişimlerinde devrenin yanmamasını sağlar.

Şimdi bunu matematiksel olarak çalışalım: Kirchhoff kuralına göre saatin dönme eksenini doğrultusunda bir çevrim belirleyelim. B noktasından başlayarak yazalım

$$V_B - L \frac{di(t)}{dt} - i(t)R + \varepsilon = V_B$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R = \varepsilon$$

Bu denklemi çözmek için akımı tek tarafta toplayıp integre etmemiz gerekiyor.

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\varepsilon - i(t)R}{L}$$

$$\frac{di(t)}{\varepsilon - i(t)R} = \frac{dt}{L}$$

$$\int \frac{di(t)}{\varepsilon - i(t)R} = \int \frac{dt}{L}$$

$$\frac{-1}{R} \ln \frac{(\varepsilon - i(t)R)}{A} = \frac{t}{L}$$

Burada A bir integrasyon sabitidir, başlangıç koşulunu kullanarak elde edeceğiz.

$$\begin{aligned}\ln \frac{(\varepsilon - i(t)R)}{A} &= -\frac{R}{L}t \\ \frac{(\varepsilon - i(t)R)}{A} &= e^{-\frac{R}{L}t} \\ \varepsilon - i(t)R &= -Ae^{-\frac{R}{L}t} \\ i(t)R &= \varepsilon + Ae^{-\frac{R}{L}t} \\ i(t) &= \frac{1}{R}\left(\varepsilon + Ae^{-\frac{R}{L}t}\right)\end{aligned}$$

Bağlangıç anında devreden akım akmamaktadır. Dolayısıyla

$$i(t=0(s)) = 0 \quad (13.11)$$

olmalıdır. Bu şartı kullanarak integrasyon sabiti A 'yı

$$\begin{aligned}\varepsilon + Ae^{-\frac{R}{L}0(s)} &= 0 \\ A &= -\varepsilon.\end{aligned}$$

buluruz. O halde akımın zamana bağlı ifadesi

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (13.12)$$

olarak elde edilir. Kapasitatif zaman sabitine benzer bir zaman sabitini de indüktif zaman sabiti olarak tanımlayabiliriz:

$$\tau_L \equiv \frac{L}{R} \quad (13.13)$$

Ev ödevi 30. *İndüktif zaman sabitinin birimi (s) olmalıdır, bunu açıkça gösteriniz.*

Bu tanımlarla birlikte devrede akan akımı ve direnç üzerindeki potansiyel farkı

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \quad (13.14)$$

$$V_R(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \quad (13.15)$$

elde ederiz. Etkileş üzerindeki potansiyel fark ise

$$\varepsilon = V_R(t) + V_L(t) \quad (13.16)$$

$$V_L(t) = \varepsilon - \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \quad (13.17)$$

$$V_L(t) = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau_L}}. \quad (13.18)$$

Diğer bir fiziksel süreç olarak ise farklı bir t anında anahtarı C konumuna alalım. Güç kaynağı devre dışı kalır. Direnç üzerindeki akım aniden boşalmalıdır.

Burada yeniden etkileş devreye girer. Lenz yasasına göre ters elektromotork kuvvet yaratarak akımın hızlıca düşmesini engeller.

Bu süreci matematiksel olarak incelersek, Kirchhoff kuralına uygun olarak yine aynı çevrimi yani saat yönünde çevrimi alalım. Denkleminizde sadece elektromotor kuvveti eksik olacaktır.

$$\begin{aligned} V_B - L \frac{di(t)}{dt} - i(t)R &= V_B \\ L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R &= 0 \end{aligned}$$

Akımı bir tarafta toparlayıp

$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} &= -i(t)R \\ \frac{di(t)}{i(t)} &= -\frac{dt}{\tau_L} \end{aligned}$$

integre edeceğiz.

$$\begin{aligned} \int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{dt}{\tau_L} \\ \ln \frac{i(t)}{A} &= -\frac{t}{\tau_L} \\ \frac{i(t)}{A} &= e^{-\frac{t}{\tau_L}} \\ i(t) &= Ae^{-\frac{t}{\tau_L}} \end{aligned}$$

Bu sefer başlangıç koşulu farklı olacak. Başlangıçta dirençten akacak akım

$$i(t=0(s)) = \frac{\varepsilon}{R} \quad (13.19)$$

olmalıdır. Dolayısıyla integrasyon sabitini

$$A = \frac{\varepsilon}{R}$$

olarak bulurken akımı ise

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}} \quad (13.20)$$

olarak elde ederiz. Direnç üzerindeki potansiyel farkı

$$V_R(t) = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau_L}} \quad (13.21)$$

elde ederken etkileş üzerindeki potansiyel farkı da

$$V_L(t) = -\varepsilon e^{-\frac{t}{\tau_L}} \quad (13.22)$$

buluruz.

Örnek 91. Özetkilenme katsayısı $50(h)$ olan bir selenoid $30(\Omega)$ 'lık bir direnç ile $100(V)$ luk bir devreye seri bağlanmıştır.

1. Bu LR devresinin indüktif zaman sabiti nedir?

$$\begin{aligned}\tau_L &= \frac{L}{R} \\ &= \frac{50(h)}{30(\Omega)} \\ \tau_L &= \frac{5}{3}(s).\end{aligned}$$

2. Bu devrede akımın son durumunda ulaşacağı değerin yarısına ne kadar zaman içinde ulaşacağını hesaplayınız.

$$\begin{aligned}i(t) &= \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \\ i(t \rightarrow \infty) &= \frac{\varepsilon}{R} \\ i(t_{1/2}) &= \frac{\varepsilon}{2R}\end{aligned}$$

olması için gereken süreyi

$$\begin{aligned}i(t_{1/2}) &= \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_L}}\right) \\ \frac{\varepsilon}{2R} &= \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_L}}\right) \\ \frac{1}{2} &= \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_L}}\right) \\ e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_L}} &= \frac{1}{2} \\ \frac{t_{1/2}}{\tau_L} &= \ln 2 \\ t_{1/2} &= \tau_L \ln 2.\end{aligned}$$

olarak buluruz. Sayısal değeri ise

$$\begin{aligned}t_{1/2} &= \frac{5}{3}(s) \ln 2 \\ &= \frac{5}{3}(s) 0,69 \\ t_{1/2} &= 1,15(s).\end{aligned}$$

13.5 Etkileğin Enerjisi

Bir etkileğin iç direncini sıfır alalım. Herhangi bir anda üzerinden akan akım $i(t)$ ve akımdaki değişim $\frac{di(t)}{dt}$ ile gösterilsin. a pozitif ve b negatif uçları göstermek

üzere potansiyel fark

$$\begin{aligned} V_a - L \frac{di(t)}{dt} &= V_b \\ V_a - V_b &= L \frac{di(t)}{dt} \end{aligned}$$

ile gösterilir. Anlık güç

$$P(t) = L \frac{di(t)}{dt} i(t) \quad (13.23)$$

ile ifade edilir. Diferansiyel bir zaman aralığında enerji, ki bu **manyetik enerji** olarak adlandırılır:

$$\begin{aligned} dU_B &= P dt \\ &= L \frac{di(t)}{dt} i(t) dt \\ dU_B &= Li(t) di(t) \end{aligned}$$

Toplam manyetik potansiyel enerji ise

$$U_B = \int_0^I Li(t) di(t) \quad (13.24)$$

$$= L \int_0^I i(t) di(t) \quad (13.25)$$

$$U_B = \frac{LI^2}{2}. \quad (13.26)$$

Manyetik potansiyel enerji $i(t)$ akımının sabit I akımına ulaşmasına kadar devam eder.

13.5.1 Manyetik Potansiyel Enerji Yoğunluğu

Toplam manyetik potansiyel enerji

$$U_B = \frac{LI(t)^2}{2}. \quad (13.27)$$

olarak bulundu. Kapasitörde toplam elektrik potansiyel enerjiyi

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} \quad (13.28)$$

$$= \frac{CV^2}{2} \quad (13.29)$$

$$= \frac{QV}{2} \quad (13.30)$$

olarak ifade etmiştik. Ayrıca Elektrik potansiyel enerji yoğunluğunda

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (13.31)$$

olarak bulmuştuk.

Birim hacimdeki manyetik enerjiyi bulmak istersek hangi geometrik etkileşten bahsettiğimizi öncelikle belirlememiz gerekir.