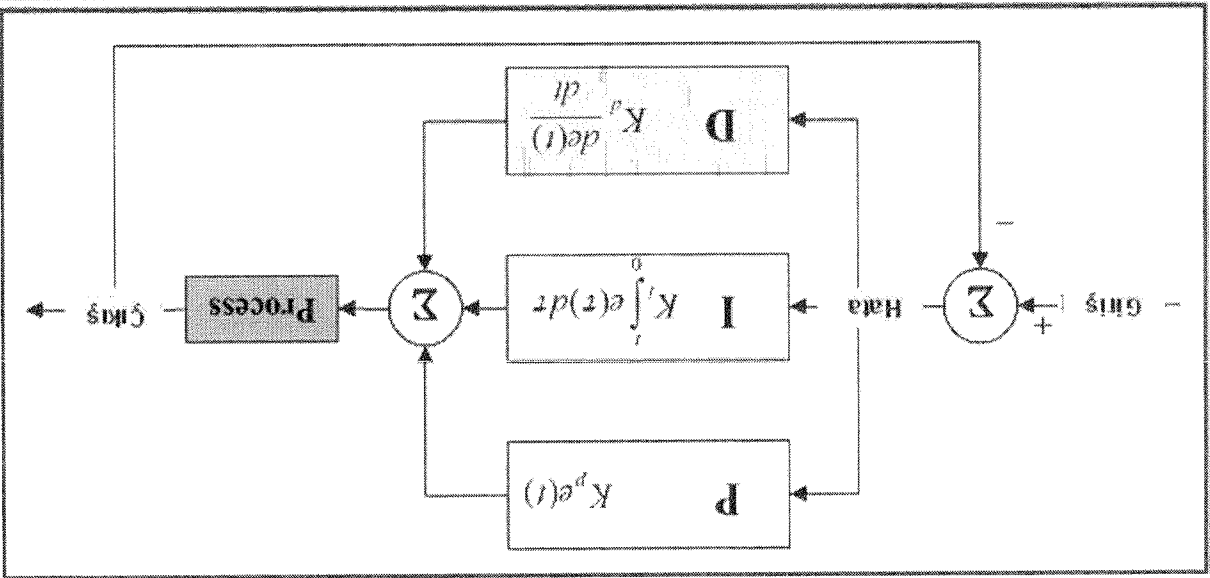
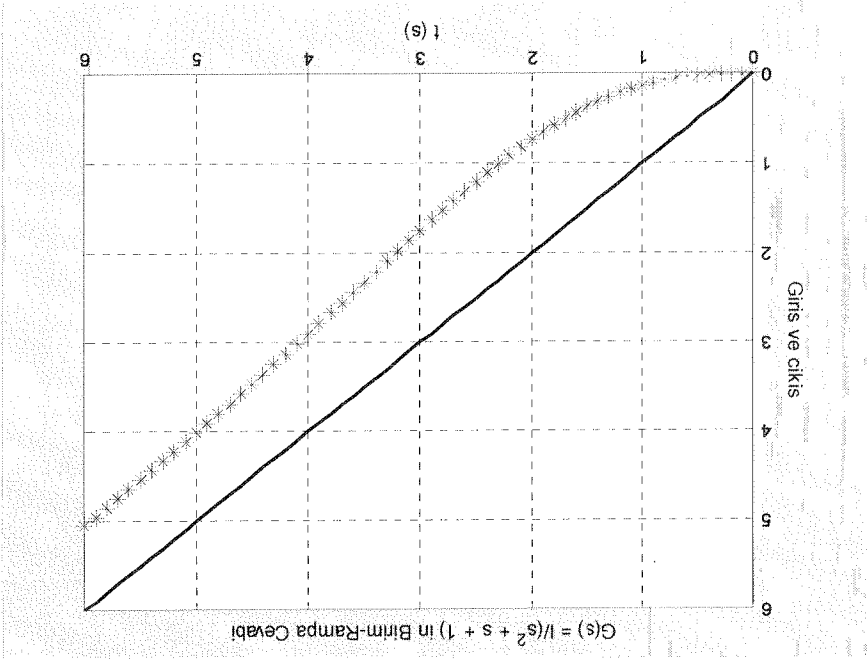




OTOMATİK KONTROL DERS NOTLARI-2011



Doç. Dr. Şükrü ÖZEN

TEMEL TANIMLAR ve KONTROL ÖRNEKLERİ

BÖLÜM-1

DENTİM SİSTEMLERİNİN YAPISI VE KULLANIM ALANLARI =

Endüstriyel Dentim sistemi:

Bölüm-I
Giriş

- 1) Denetlenen sistem veya süreç
- 2) Dentim elemanları dinamiği olmak üzere iki kısımdan oluşur.

Dentim organları dinamiğin parçaları:

- i) Ölme sistemi
- ii) Karşılaştırma elemanı
- iii) Dentim organı
- iv) Süreci veya kuranda elemanı.

DENTİM SİSTEMLERİNİN TASARIM İLKELERİ

Dentim sisteminin amacı, dentim büyüklüğünün pirişteki arzu edilen değere uygun tutmaktır.

Dentim sistemlerinin çalışmalarında geacu-durum ve kalici-durum çalışmalarının uygulanması istenen bazı şartlar mevcuttur.

1) Kararlı çalışma: Dentim sistemi herseyden önce kararlı çalışmalıdır. Kararlı bir çalışma

saplamayayan dentim sistemi his bir ise yaramaz. Sistem sınırlı bir giriş değeri karşılık sınırlı çıkış ver-

mesi: Kararlılığın temel koşullardır.

(i) Geacu durum çalışması halinde hızlı cevap.

Bir dentim sisteminde, geacu durum çalışmasında dentim büyüklüğünün kalici durum değeri mümkün olan en kısa zamanda erişmesi diğer bir deyişle uyarılara hızlı bir cevap vermeye istenir. cevap

hızı sistem kavanci ile artar.

(ii) Kalici durum davranış. Dentim sistemlerinde kalici-durum çalışmada hataların -o- veya ihmal edilabilir şekilde tutulması istenir. Bu dentim sisteminin duyarlılığı ile ilgilidir. Duyarlılık sistemi

Kavanci ile artar. Hata genel olarak -o- da tutulamaz

ancak duyarlılığın + tolerans aralığında tutulur.

ideal olarak bir dentim sistemi, kararlı, hızlı ve

duyarlı olmalıdır.

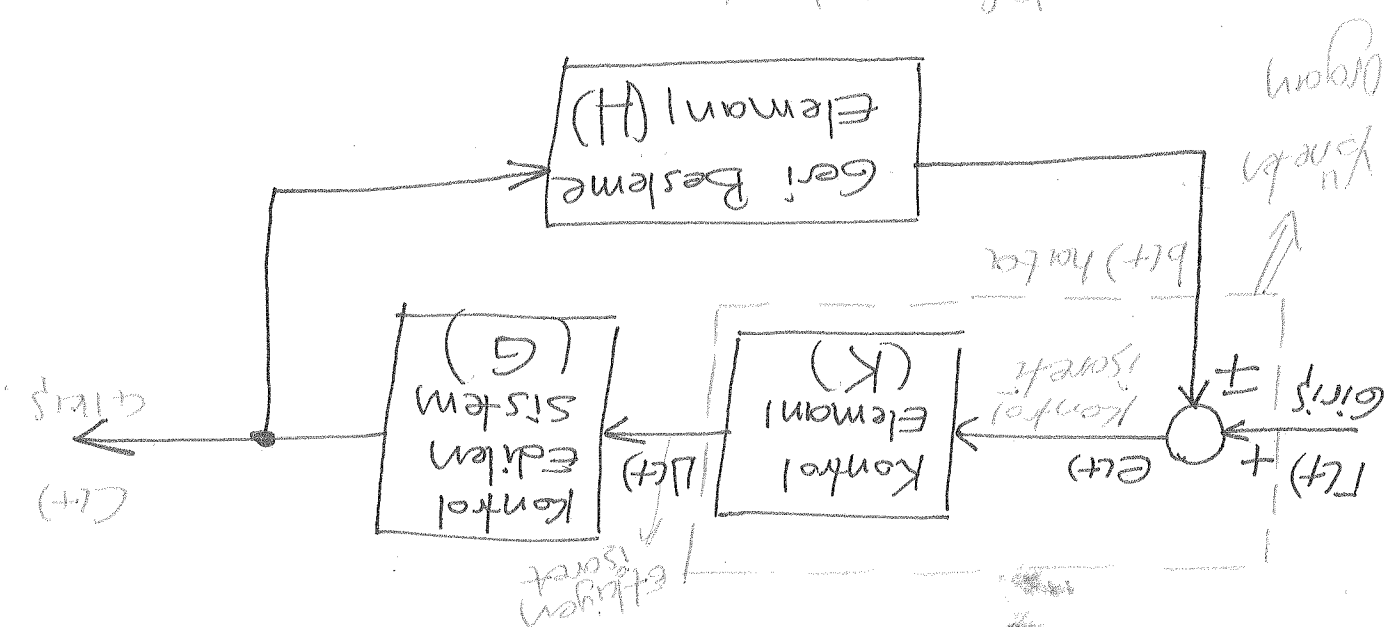
Doğal örnekler:

- Ekolojik denetim sis.
- Kan basıncı "
- Solunum "
- Adrenalin "
- Günlük hayatımızdan örnekler.

- v.b.
- budaletabi
- sıcak su kovanı gibi yerlerde kullanılan
- sıcaklık kontrol sistemleri;

Endüstriyel ise; suya ve imalat endüstrilerinde kullanılan sıcaklık, basınç, debi, pH, konsantrasyon, kovan, his v.b. denetim sistemleri örnek olarak verilebilir.

Geri-Beslemeli Kontrol Sistemleri



+ → pozitif geri besleme
 - → negatif geri besleme. Dr.

Geri Beslemeli sistemlerde çıkış giris ile karşılaştırılması ve hatanın düzeltilmesi; yarıda izlenilen de mevcut. İfade izlenilen ailematik olarak blok diyagramı de alalım.

$$C(t) = R(t) \mp b(t)$$

$$U(t) = K e(t)$$

$$C(t) = U(t) G$$

$$b(t) = C(t) \cdot H$$

$$T = \frac{C(t)}{R(t)} = \frac{1 + KGH}{1 + KGH} = \frac{1}{1 + KGH}$$

Yazalım. → her yıl kovanı yazalım.

Kapalı Çevrim Sistemin T ile verilen ileri yol (3) kazanç $1 \pm K_{GH}$ faktörüne bağlıdır.

$1 \pm K_{GH} > 1 \Rightarrow$ Kazanç $T \searrow$ küçülür.
 $1 \pm K_{GH} < 1 \Rightarrow$ $T \nearrow$ büyür.

Örneğin paydamin 0 -

$$T = \frac{C(s)}{1 \pm K_{GH}} = \frac{C(s)}{1 \pm K_{GH}}$$

olması incelenirse yansı: $K_{GH} = -1$ (Neg. GB için) $K_{GH} = +1$ (Pos. GB için)

Paydamin 0 - olması $\frac{C(s)}{1 \pm K_{GH}} = \infty$ olması anlamına gelir.

gecektir Bu sonuç sistemin KAPALI olması

anlamına gelir. verilen blok diyagramda, geribelemenin olmadığı

yansı $b(s) = 0$, $H = 0$ olması durumunda K_G için Bu geribelemenin kontrol sisteminde

Örneğin: Dönüş depolarının sıcağıyla depoları, tozların kayması

Geribelemeli Kontrol sisteminde, özellikle

1- Geri Beslemeli Kontrol ile AG Kontrol sisteminde göre daha uygun bir sistem olur.

2- sisteminde eleman depolarının depolarının etkisi

yeniden ağırlar. 3- Ağırlı çevrim Kontrol sisteminin kazancı depoları

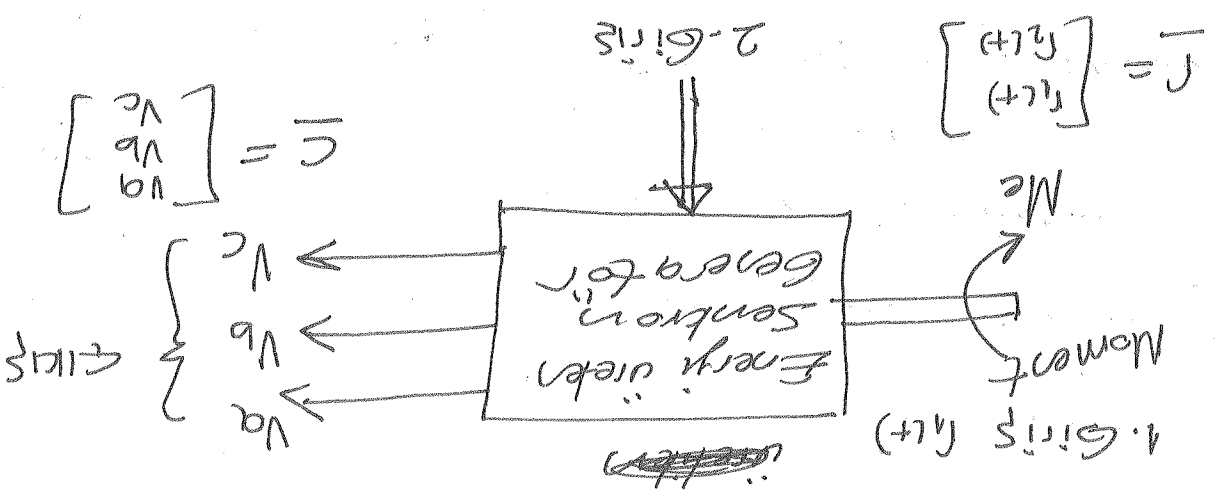
4- Band genişliği Kontrol edilir. 5- Bana kazancı kazancı depolarının artması

birbirinde olması halinde kazancı ve salınımlar ortaya çıkar.

KONTROL SİSTEMLERİNDE KULLANILAN

Örnek. Senkron jeneratörün ilk giriş büyüklüğü vardır.

- 1- Mke uygulamaları moment
 - 2- Uyarma sağısına uygulanacak genlik.
- Açık gerilim kontrol sistemi olarak senkron jeneratör bloke emması asgınlıkta gibi tasarlanabilir.



Gerilimin otomatik olarak kontrol edilmesi veya sabit tutulmasını istese.

Kabul: 1. giriş olasturan Mke momentinin kontrol istemini yapıldığı sürede sabit kalacağını kabul edelim. Bu durumda çıkış gerilimi genliği, V_g uyarma gerilimi bağlı olacaktır. Bu durumda çıkış gerilimini kontrol etmek ve sabit tutmak için uyarlama yapılması gerekir. Senkron jeneratör.

1- Çıkış geriliminden örnek alınır, depolattılır ve süzülür.

2- Elde edilen gerilim, bir referans girisi, "örneğin" yarı ilekten elektronik bir zener diyodu ile karşılaştırılır.

5

Boylece $e(t)$ hataya da ekle edilir ve

3- Senkron per. çıkış gerilimi aşağıda kontrol

isareti büyük ve uyurma perlini veya aktimin

büyükler Eper tervise çıkış perlini alacak

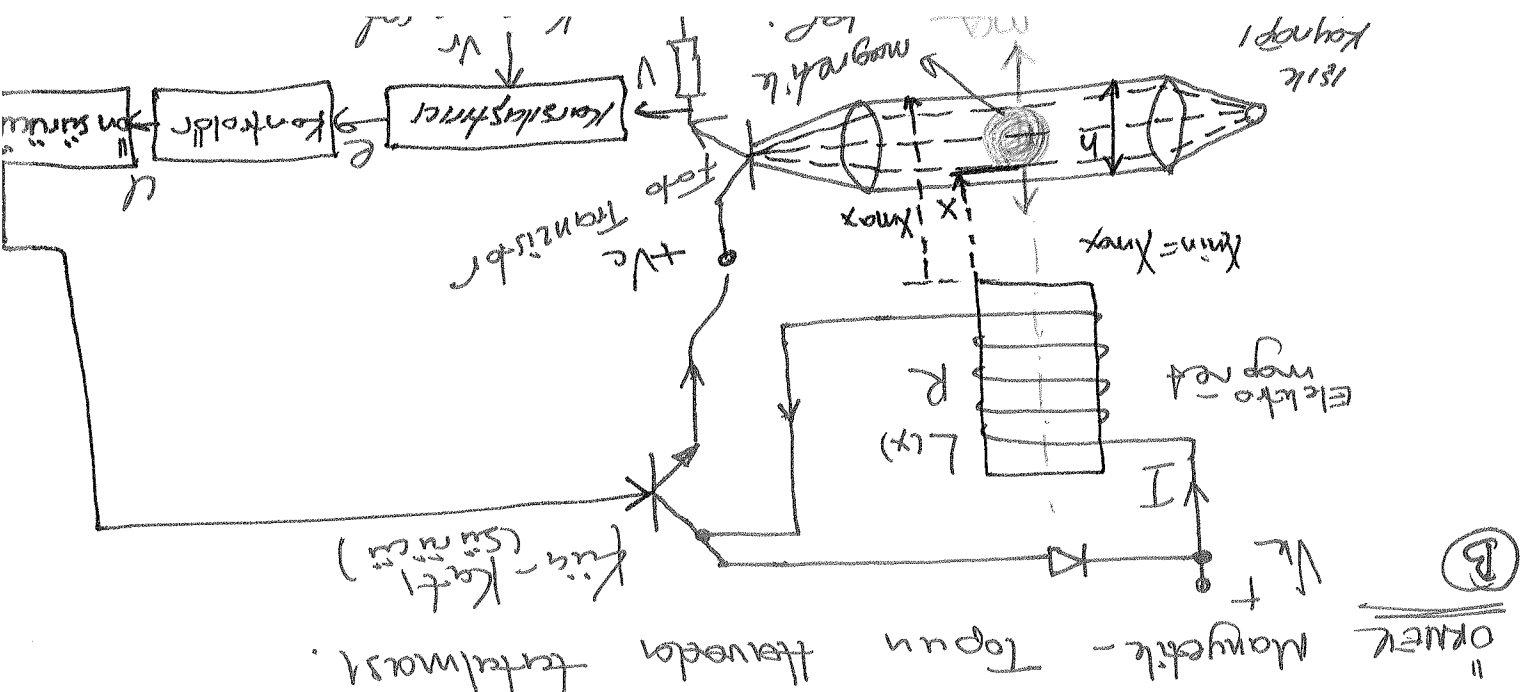
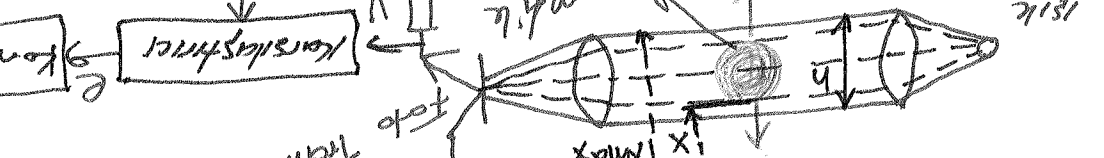
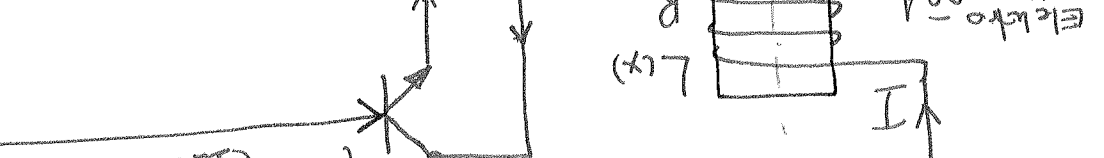
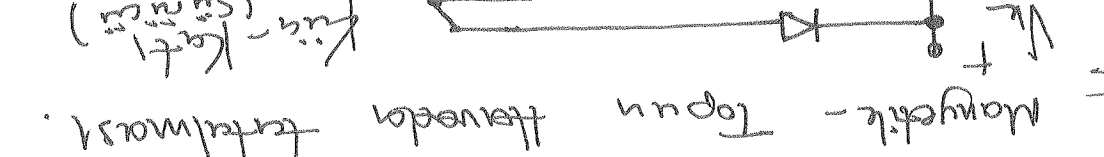
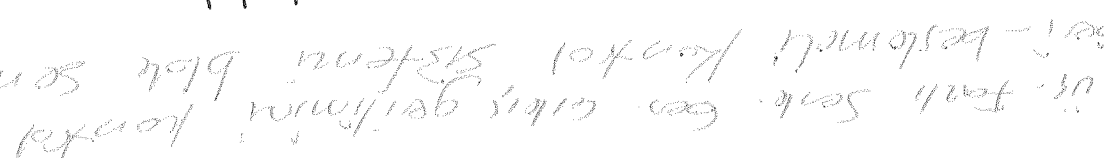
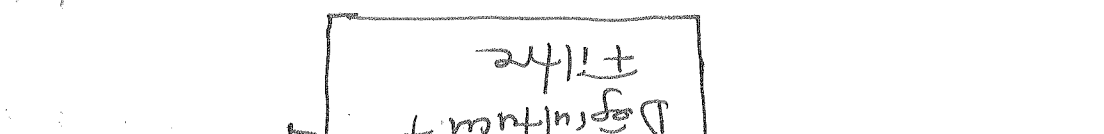
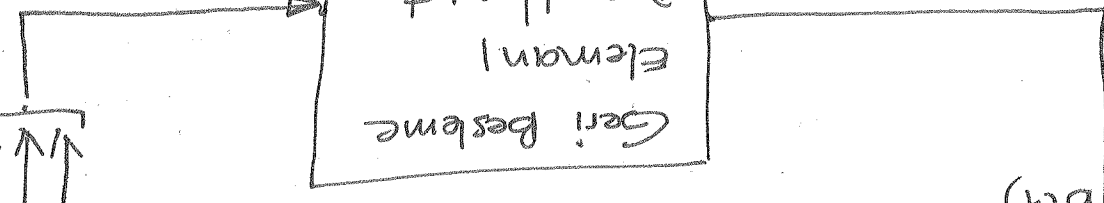
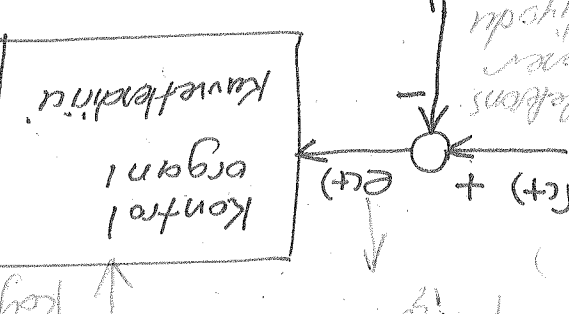
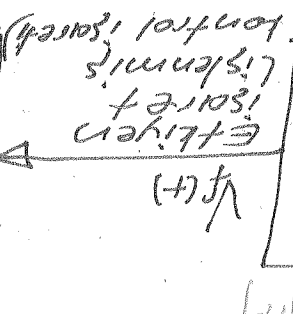
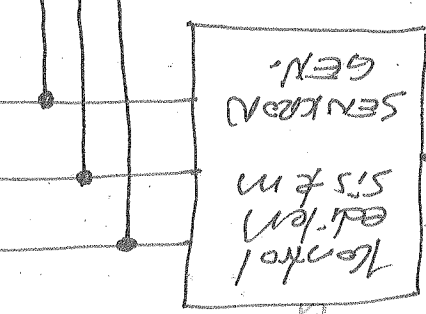
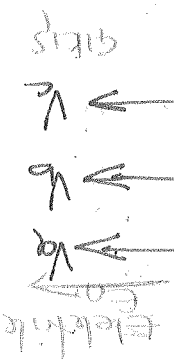
olarak, kontrol isareti uyurma gerilim veya

aktimin alarak gen. çıkış geriliminin sabit

kolmasını sağlar. Bu işleme karşılık gelen

perbesleme blok yapıyı oluşturulur.

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \\ v_b \\ v_a \end{bmatrix}$$



ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

ur. Farlı Senk. Gen. çıkış geriliminin kontrol eden
Gerilim besleme blok senkron.

magnetik topu harada dümənəyin bir
magnetik topu harada dümənəyin bir

üstünlük. Burada, kəməri Elektromagnet

səfər. Topu havada ki kəməri bir optik

alqayıcı ilə alqayıcı. Bu sistem bir kontrol

sistemi ilə kontrol edilir. Magnetik topu

kəməri $X(t)$, bir işıq kəməri, mərkəzi və

foto kəmərlərdən olusan kəmərləyi yoxaladı

ilə ölçülür və $X(t)$ ilə orantılı bir $X(t)$ qorunur

elde edilir. $X(t)$ qorunur bir referans kəməri ilə

qorunur. Bunun üçün bir kəmərləyi kəməri

kəmərləyi. Bu kəmərləyi kəməri kəməri

həyata gətirir. Bu kəmərləyi kəməri

kontrol sistemindən, belli kontrol işarəti

üçün kəmərləyi kəməri kəmərləyi kəmərləyi

olusan püs kəmərləyi kəmərləyi kəmərləyi

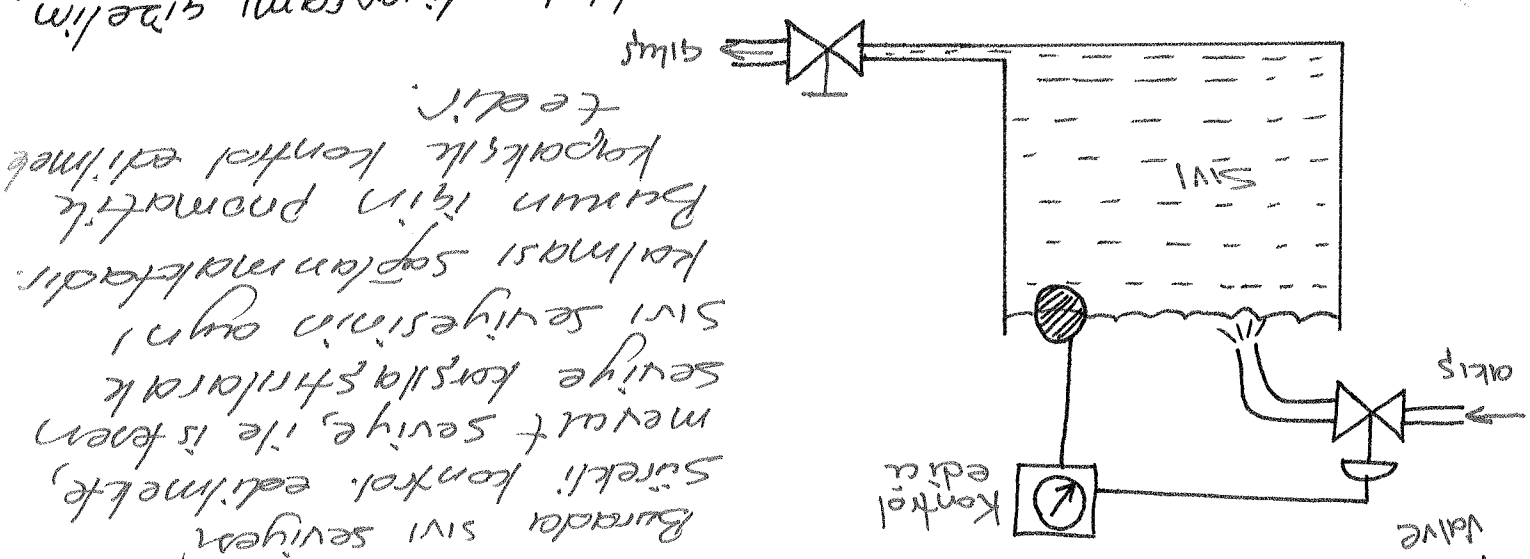
akimdir. Oran belə $X(t)$ kəmərləyi kəmərləyi

düsmə epilin püs kəmərləyi, $X(t)$ büyü, ve kontrol

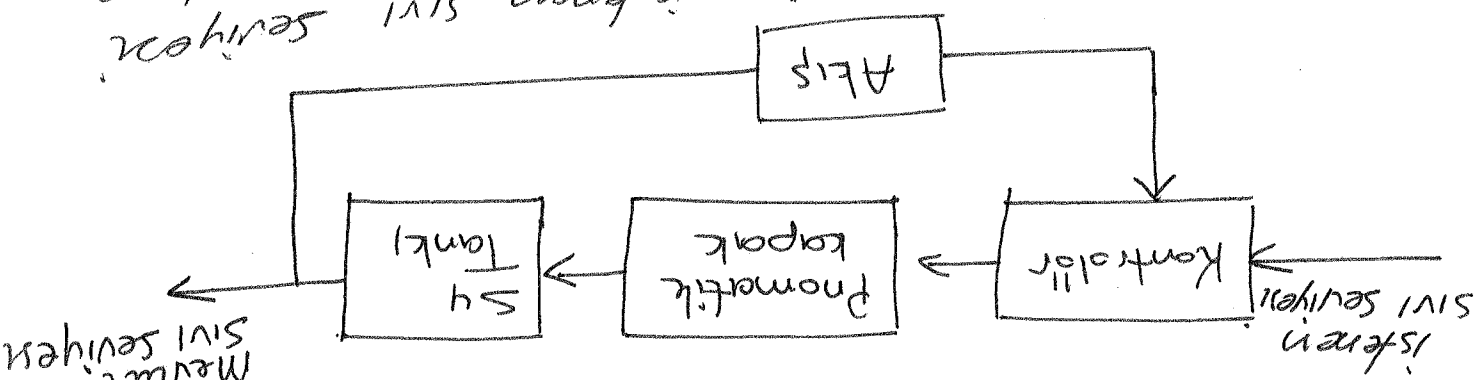
sistemi. Elektromagnetin (it) akimini artırırlar

gəlmə kəmərləyi artırırlar.

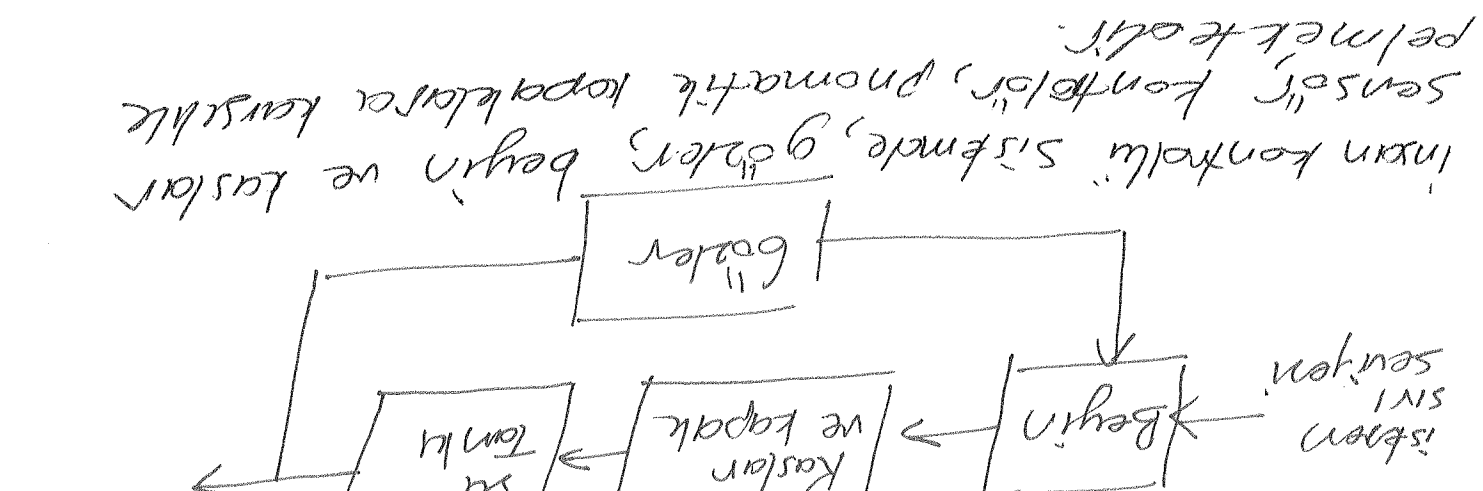
① Sivi-Seviyesi Kontrol Sistemi - Analiz (Bölüm-I) (devamını gör.)



Bu kontrol sisteminin ait blok diyagramı aşağıda.

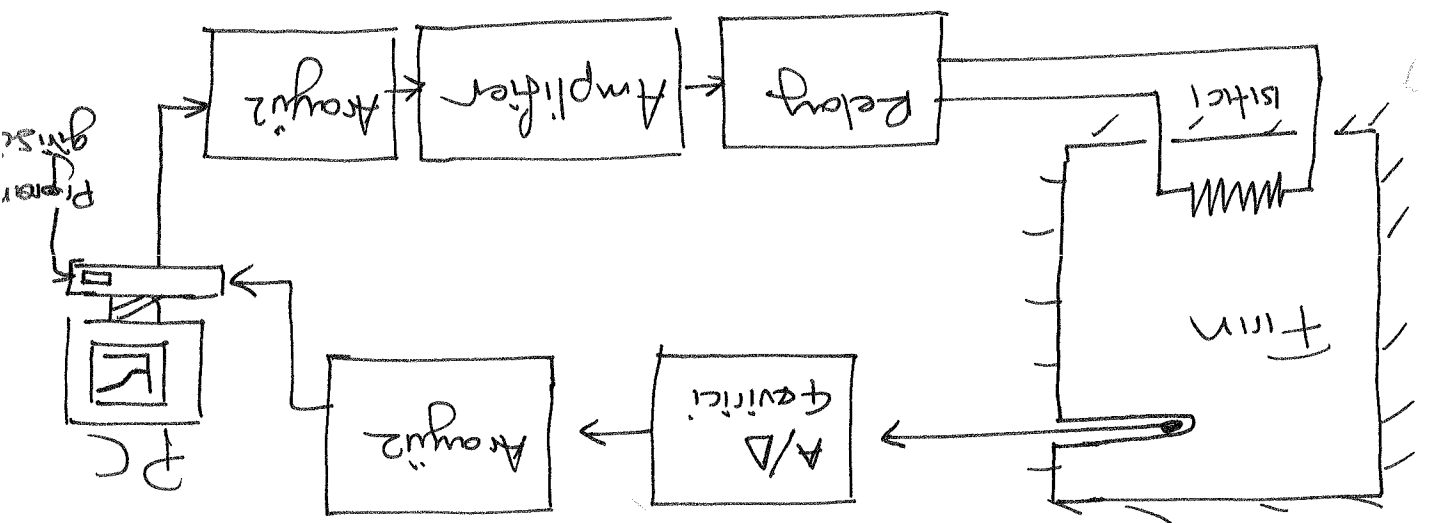


Blok diyagramda, sivi seviyenin istenen sivi seviyeye ulaşmasını ve çıkış da mevcut sivi seviyesi ile karşılaştırılarak alınan bilgi, istenen seviye ile kontrol biriminde ele alınır ve bu bilgi ile pnömatik kapak açılır ve bu şekilde su tankına akış ayarlanabilir. Bu model insan kontrolü tasarlarsak:



Sıcaklık Kontrol Sistemi (temperature control system).

(E)



Bu elektrikli fırın sıcaklık kontrolüne ait diyagram
 Sekilde gösterilmektedir. Fırında sıcaklık analog
 olarak bir termometre ile ölçülmekte, sonra
 ADC ile dijitalleştiriliyor. Dijital sıcaklık
 bilgisiye göre yazıcı ile iletilecek program
 uygulanıyor. Bu sıcaklık programında ayarlanan
 sıcaklık ile karşılaştırılıyor, Eğer bir fark (hata)
 varsa ise, kontroler sıcaklığı bir sinyal gönderiyor.
 Bu sinyal, amplifikatör ile güçlendirilerek
 Isıtıcıya gönderiliyor.

Örnek:

Araç ve sürücü ilişkisinin kontrol sistemi ile ilgili

Kontrol sisteminin temel bileşenleri

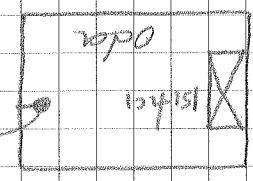
- gözler
- beyin
- eller
- direksiyon ve araç

Gözet karşılaştırmaya ya da forlana noktası işlevini görür

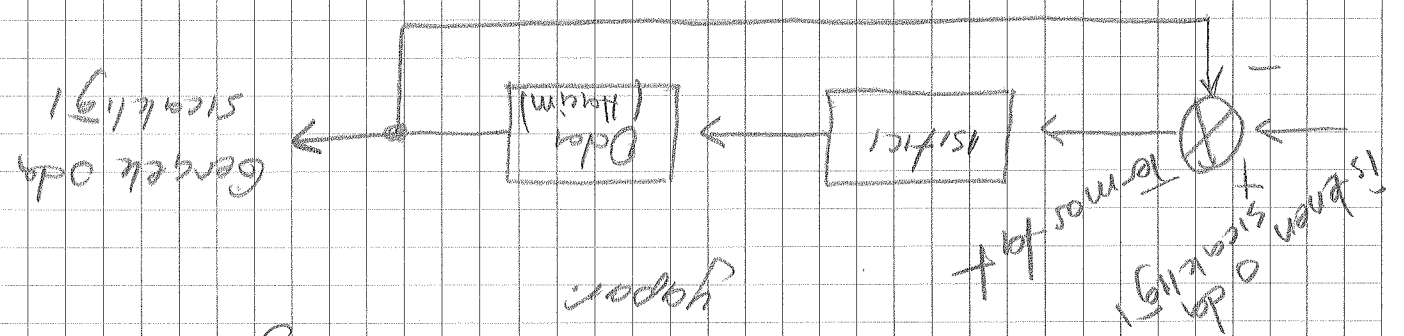
Örnek: Sıcaklığı termostate kontrol edenler

Bir odanın ısıtılmasına ilişkin kontrol modeli

- Termostat odanın ısıtılma noktasıdır
- Giriş değeri odanın ısıtılma noktasıdır
- Kontrol edilen değeri odanın ısıtılma noktasıdır



- Termostat forlana noktasıdır
- (Ayar noktası) işlevini görür
- Oda sıcaklığının ayar işlevini yapar



Termostat ile kontrol edilen bir odanın kontrol blok yapısı

LAPLACE DÖNÜŞÜMÜ

BÖLÜM-2

LAPLACE Dönüşümü

$f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

ile formulanır. Burada: $s = \sigma + j\omega$ kompleks değişken.

Ters Laplace Dönüşümü:

$$\mathcal{L}^{-1}[\bar{f}(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} \bar{f}(s) e^{st} ds, t > 0$$

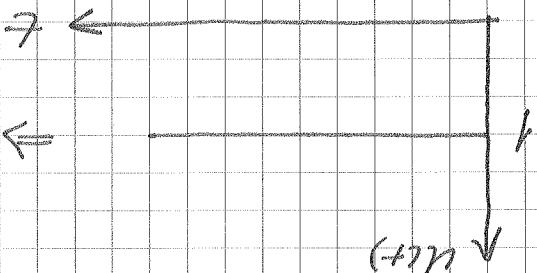
ile bulunur

$$= f(t) \cdot u(t)$$

Birim Basamak Fonk:

Birim basamak fonksiyonu.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



Örnek: $f(t) = K e^{-\alpha t} u(t)$ nin Laplace dönüşümü

bulunur.

$$\bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} K e^{-\alpha t} e^{-st} dt$$

$$= K \int_0^{\infty} e^{-(s+\alpha)t} dt = -\frac{K}{s+\alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_0^{\infty}$$

$$\bar{f}(s) = \frac{K}{s+\alpha}$$

"Chemie" Laplace Dönüşümleri

$$1 - \mathcal{L}[k \cdot f(t)] = k \cdot \underline{f(s)}$$

$$2 - \mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = \underline{f_1(s)} + \underline{f_2(s)}$$

$$3 - \mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = \underline{f(s+a)}$$

$$4 - \mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-s\tau} \underline{f(s)}$$

$$5 - \mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} \underline{f\left(\frac{s}{a}\right)}$$

$$6 - \mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = s \underline{f(s)} - f(0)$$

$$7 - \mathcal{L}\left[\frac{d^2 f}{dt^2}\right] = s^2 \underline{f(s)} - s f(0) - \dot{f}(0)$$

$$8 - \mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n \underline{f(s)} - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0)$$

$$9 - \mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{\underline{f(s)}}{s}$$

integral

$$\underline{f(s)}$$

$$\underline{u(t)}$$

$$e^{-at}$$

$$\sin wt$$

$$\cos wt$$

$$\delta(t)$$

$$\frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s+a}$$

$$\frac{w}{s^2+w^2}$$

$$\frac{1}{s^2+w^2}$$

$$1$$

Birim doğru font.

Birim basamak font.

/ Laplace Transformation

(continues on next page)

18	$\frac{1}{s^2} (1 - e^{-as} - ase^{-as})$	$\frac{1}{s^2} (s + a)$
19	$\frac{1}{s^2} (e^{-as} - 1 + ase^{-as})$	$\frac{1}{s^2} (s + a)$
20	$e^{-as} \sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
21	$e^{-as} \cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
22	$\frac{\omega_n}{\omega_n^2 - \zeta^2} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}$ ($0 < \zeta < 1$)	$\frac{\omega_n}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$
23	$-\frac{1}{\omega_n^2} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) - \phi$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$ ($0 < \zeta < 1$, $0 < \phi < \pi/2$)	$\frac{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}{s}$
24	$1 - \frac{1}{\omega_n^2} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) + \phi$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$ ($0 < \zeta < 1$, $0 < \phi < \pi/2$)	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$
25	$1 - \cos at$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + a^2)}$
26	$at - \sin at$	$\frac{\omega^3}{s^2(s^2 + a^2)}$
27	$\sin at - at \cos at$	$\frac{2\omega^3}{s^2(s^2 + a^2)}$
28	$\frac{1}{2a} t \sin at$	$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$
29	$t \cos at$	$\frac{s^2 - a^2}{s^2(s^2 + a^2)}$
30	$\frac{1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t)$ ($\omega_1^2 \neq \omega_2^2$)	$\frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_2^2)}{s}$
31	$\frac{1}{2a} (\sin at + at \cos at)$	$\frac{1}{s^2(s^2 + a^2)}$

TEAS LAPLACE DÖNÜŞÜMÜ

1- Kısmi Kesirlere Ayırma

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \text{ olarak ifade edilmiş olsun.}$$

! $G(s)$ in kutuplarının katlız olması durumu:

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{(s+s_1)(s+s_2)\dots(s+s_n)}$$

yarılar ve kesirlere

ayırma uygulanırsa

$$G(s) = \frac{K_{s1}}{s+s_1} + \frac{K_{s2}}{s+s_2} + \dots + \frac{K_{sn}}{s+s_n}$$

elde edilir

$$K_{s1} = \frac{P(s)}{Q(s)} \Big|_{s=-s_1} = \frac{P(-s_1)}{Q'(-s_1)}$$

$$K_{sn} = \frac{P(s)}{Q(s)} \Big|_{s=-s_n} = \frac{P(-s_n)}{Q'(-s_n)}$$

Örnek:

$$F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

nin fers laplace dönüşümü?

$$F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{s+2}$$

$$K_1 = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \Big|_{s=-1} = \frac{s+3}{s+2} \Big|_{s=-1} = 2$$

$$K_2 = \left[\begin{array}{c} (s+2) \\ s+3 \end{array} \right] \bigg|_{s=-2} = \frac{s+3}{s+1} \bigg|_{s=-2} = -1$$

Burada:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} [F(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{s+1} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[-\frac{1}{s+2} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}, \quad t \geq 0 \text{ için} \end{array} \right.$$

9) $G(s)$ 'de katlı kutupların bulunması durumu.

$$\overline{f(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3} \quad \text{olsun.}$$

$$\overline{f(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{A_1}{(s+1)} + \frac{A_2}{(s+1)^2} + \frac{A_3}{(s+1)^3} \quad \text{yazılır ve}$$

esitliğini her iki tarafı $(s+1)^3$ ile çarpılırsa:

$$(s+1)^3 \frac{Q(s)}{P(s)} = A_1(s+1)^2 + A_2(s+1) + A_3 \quad *$$

$$A_3 = \left[(s+1)^3 \frac{Q(s)}{P(s)} \right]_{s=-1}$$

* esitliğinde her 2 tarafın her iki tarafı alınır sa:

$$\frac{d}{ds} \left[(s+1)^3 \frac{Q(s)}{P(s)} \right] = 2A_1(s+1) + A_2 + 0 \quad \text{yazılır}$$

$$A_2 = \frac{d}{ds} \left[\frac{(s+1)^3}{(s+1)^3} \right]_{s=-1}$$

Tekrar f\u00fcr s = -1

$$\left\{ \frac{d^2}{ds^2} \left[\frac{(s+1)^3}{(s+1)^3} \right] = 2A_1 \right\} \text{ y\u00f6z\u00fcl\u00fcr}$$

Elde edilen ifadeleri \u2192

$$\begin{cases} A_1 = 1 \\ A_2 = 0 \\ A_3 = 2 \end{cases}$$

bulunur

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s+1} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{0}{(s+1)^2} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{(s+1)^3} \right]$$

$$f(t) = e^{-t} + 0 + t^2 e^{-t} = (1+t^2)e^{-t}, \quad t \geq 0 \text{ in.}$$

$$* e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2 \cos \theta \quad * e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j \sin \theta$$

Ornek: $F(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)^2} \Rightarrow f(t) = ?$

$$F(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)^2} = \frac{K_1}{(s+1)} + \frac{K_2}{(s+2)} + \frac{K_3}{(s+2)^2}$$

$$K_1 = \left[\frac{(s+1) F(s)}{s=-1} \right] = \left[\frac{(s+1)}{2} \cdot \frac{2}{(s+1)(s+2)^2} \right]_{s=-1} \Rightarrow \boxed{K_1 = 2}$$

K_2 ve K_3 için: yutarıcıdaki ifadedeyi $(s+2)^2$ 'ile çarpalım (*)
 $\frac{2}{(s+1)^2} = (s+2)^2 \frac{K_1}{(s+1)^2} + K_3 + (s+2)K_2$ yazalım (*)

$$\boxed{s = -2} \Rightarrow \text{çin} \Rightarrow \boxed{K_2 = -2}$$

bulunur: K_2 'ye bulmak

çin için alırsak: (*)

$$\frac{2}{(s+1)^2} = \frac{(s+2)^2}{(s+1)^2} K_1 + K_2 \Rightarrow s = -2 \Rightarrow \boxed{K_2 = -2}$$

$$f(t) = 2e^{-t} - 2te^{-2t} - 2e^{-2t}$$

"Ornek: Diferansiyel Denklem Çözümü

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0, \quad x(0) = a, \quad \dot{x}(0) = b$$

a ve b sabit. $\Rightarrow x(t) = ?$

Başlangıç koşulları $\Rightarrow \{x(0) = a \text{ ve } \dot{x}(0) = b\}$

$$\mathcal{L}[x(t+1)] = X(s)$$

$$\mathcal{L}[\dot{x}] = sX(s) - x(0)$$

$$\mathcal{L}[\ddot{x}] = s^2X(s) - sX(0) - \dot{x}(0)$$

Bu ifadeleri denkleme yerine yazalım.

$$s^2X(s) - sX(0) - \dot{x}(0) + 3sX(s) - 3X(0) + 2X(s) = 0$$

$$(s^2 + 3s + 2)X(s) - a s - b - 3a = 0$$

$$X(s) = \frac{as + b + 3a}{s^2 + 3s + 2} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+1)(s+2)}$$

$$X(s) = \frac{2a+b}{s+1} - \frac{a+b}{s+2}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = (2a+b)e^{-t} - (a+b)e^{-2t}, \quad t \geq 0.$$

"Odev: $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 3$ ve $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ için $x(t) = ?$ (Not: $\mathcal{L}[3] = \frac{3}{s}$) (MATHB)

"Ornek: $\frac{d^2 y}{dt^2} + 12 \frac{dy}{dt} + 32y = 32u(t)$ Laplace dönüşümü kullanarak, 2. derece diff. denklemini çözünüz.

$[y(0) = 0 \text{ ve } \dot{y}(0) = 0]^*$

$$s^2 Y(s) + 12s Y(s) + 32 Y(s) = \frac{32}{s}$$

$$Y(s) = \frac{32}{s^2} = \frac{s(s^2 + 12s + 32)}{s(s+4)(s+8)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+4} + \frac{K_3}{s+8}$$

$$K_1 = [s \cdot Y(s)]_{s=0} = \frac{32}{(s+4)(s+8)} \Big|_{s=0} = 1 \Rightarrow \boxed{K_1 = 1}$$

$$K_2 = \frac{32}{s^2} \Big|_{s=-4} = -2 \Rightarrow \boxed{K_2 = -2}$$

$$K_3 = \frac{32}{s^2} \Big|_{s=-8} = 1 \Rightarrow \boxed{K_3 = 1}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+4} + \frac{1}{s+8} \Rightarrow y(t) = (1 - 2e^{-4t} + e^{-8t})u(t)$$

FABER-CASTELL $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\right]^*$

Örnek: $G(s) = \frac{1}{s(s^2 + w_2^2)} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = ?$

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 + w_2^2)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2 + w_2^2} = \frac{1}{s} - \frac{1}{w_2} \left(\frac{w_2}{s^2 + w_2^2} \right)$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \frac{1}{s} (1 - \cos w_2 t), \quad t \geq 0$$

Örnek: $F(s) = \frac{s(s+2)}{s^2(s+1)(s+3)} \Rightarrow f(t) = ?$

$$F(s) = \frac{s(s+2)}{s^2(s+1)(s+3)} = \frac{B_1}{s} + \frac{B_2}{s^2} + \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+3}$$

olarak yazalım

$$A_1 = \left. \frac{s(s+2)}{s^2(s+3)} \right|_{s=-1} = \frac{2}{5}, \quad A_2 = \left. \frac{s(s+2)}{s^2(s+1)} \right|_{s=-3} = \frac{18}{5}$$

$$B_2 = \left. \frac{s(s+2)}{(s+1)(s+3)} \right|_{s=0} = \frac{10}{3}, \quad B_1 = \frac{d}{ds} \left[\frac{s(s+2)}{(s+1)(s+3)} \right] \bigg|_{s=0} = -\frac{9}{25}$$

$$F(s) = -\frac{9}{25} \frac{1}{s} + \frac{10}{3} \frac{1}{s^2} + \frac{2}{5} \frac{1}{s+1} + \frac{18}{5} \frac{1}{s+3}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = -\frac{9}{25} + \frac{10}{3}t + \frac{2}{5}e^{-t} + \frac{18}{5}e^{-3t}, \quad t \geq 0$$

$$1) \quad F(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)} \Rightarrow f(t) = ?$$

$$2) \quad F(s) = \frac{6s+3}{s^2} \Rightarrow f(t) = ?$$

$$3) \quad \frac{5s+2}{(s+1)(s+2)^2} = F(s) \Rightarrow f(t) = ?$$

$$4) \quad 2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 0 \quad [x(0) = 3, \dot{x}(0) = 0] \quad *$$

$$5) \quad F(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+3)^2} \Rightarrow f(t) = ?$$

$$6) \quad F(s) = \frac{5}{(s+4)(s+8)} \Rightarrow f(t) = ?$$

$$7) \quad C(s) = \frac{R(s)}{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}$$

ifadəsinə MATLAB
komutlarını kullanarak
fərsah nələ gətiriniz.
(num, den) *

Laplace

$$\frac{1}{\text{Örnekle-1}} \quad (k(s) = \frac{s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5}{s(s+1)}) \quad \text{inv-lap. ?}$$

Bölme işlemi yapılsın;

$$Q(s) = s^2 + s + 2 + \frac{2s+5}{s(s+1)} = s^2 + s + 2 + \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1}$$

burada

$$K_1 = \left. \frac{s}{2s+5} \right|_{s=0} = 5, \quad K_2 = \left. \frac{s}{2s+5} \right|_{s=-1} = -3$$

Bölme

$$Q(s) = s^2 + s + 2 + \frac{5}{s} - \frac{3}{s+1}$$

Q(s) in ters Laplace dñ. alınır şö,

$$q(t) = \mathcal{L}^{-1}[Q(s)] = \frac{d^2}{dt^2} \delta(t) + \frac{d}{dt} \delta(t) + 5\delta(t) + 5e^{-t}$$

"Ödev-1) $2\ddot{x} + 2\dot{x} + x = 1$ $x(0)=0, \dot{x}(0)=2$ için $x(t)$ nin çözümünü bulun.

$$2) F(s) = \frac{6s+3}{s^2+3}, \quad 3) \frac{s}{s^2+2s+10}, \quad 4) \frac{s^2+2s+5}{s^2(s+1)}$$

ifade lerinin ters Laplace dönüşüm lerini bulun.

$$\frac{d}{dt} x_0 + 2x_0 + 5x = 3, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$s^2 X(s) - 0 - 0 + 2[sX(s) - x(0)] + 5X(s) = \frac{3}{s}$$

$$s^2 X(s) + 2sX(s) + 5X(s) = \frac{3}{s}$$

$$X(s) [s^2 + 2s + 5] = \frac{3}{s}$$

$$X(s) = \frac{3}{s(s^2 + 2s + 5)} = \frac{\frac{3}{5}}{s} - \frac{\frac{3}{5}}{s+1} - \frac{\frac{3}{5}}{s+2}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{s} - \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{(s+1)^2 + 2^2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5(s+1)^2 + 2^2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)]$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{3}{5} e^{-t} \sin 2t - \frac{3}{5} e^{-t} \cos 2t \quad t \geq 0.$$

$$\mathcal{L}^{-1} [e^{-\alpha t} \sin \omega t] = \frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1} [e^{-\alpha t} \cos \omega t] = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$F(s) = \frac{2s+12}{2s^2+5s} = \frac{10+2(s+1)}{s^2+2s} = \frac{5}{s} + \frac{(s+1)^2 + 2^2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = 5e^{-t} \sin 2t + 2e^{-t} \cos 2t, \quad t \geq 0$$

[num, den] = residue(r, p, k)

num =

2.000

5.000

3.000

6.000

den =

1.000

6.000

11.000

6.000

Only

$$X + 12X + 32X = 32u(t)$$

$$\left. \begin{array}{l} X(0) = 0 \\ X(0) = 0 \end{array} \right\} IC$$

$$s^2 X(s) + 12s X(s) + 32 X(s) = \frac{32}{s}$$

$$X(s) = \frac{32}{s(s^2 + 12s + 32)} = \frac{32}{s(s+4)(s+8)}$$

$$= \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+4} + \frac{K_3}{s+8}$$

$$K_1 = \frac{32}{(s+4)(s+8)} \Big|_{s=0} = -2 \quad K_2 = \frac{32}{s(s+8)} \Big|_{s=-4} = -2$$

$$K_3 = \frac{32}{s(s+4)} \Big|_{s=-8} = 1$$

$$X(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+4} + \frac{1}{s+8}$$

$$X(t) = 1 \cdot u(t) - 2e^{-4t} + 1 \cdot e^{-8t}$$

$$X(t) = (1 - 2e^{-4t} + 1 \cdot e^{-8t}) u(t)$$

BLOK DİYAGRAMLAR

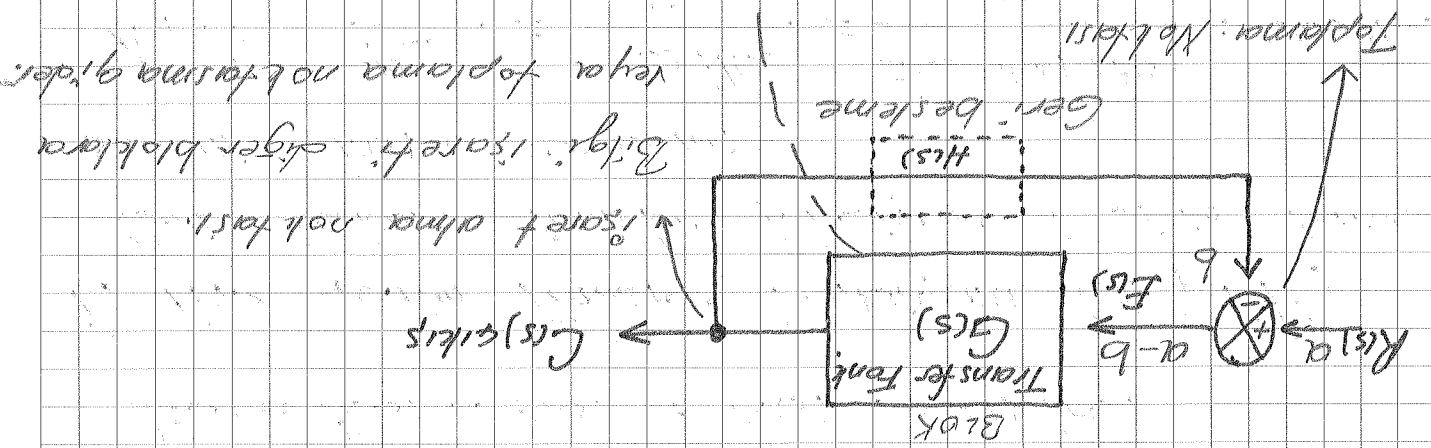
BÖLÜM-3

BLOK DİYAGRAMLAR

Bir kontrol sistemi çok sayıda bileşen ile ifade edilir. Kontrol sistemlerinde, her bir elemanın işlevini tanımlayan kullanılan diyagram yapıya Blok - diyagram denir.

Bir blok diyagramda :

- 1) Bloklar
- 2) Toplama noktaları
- 3) İşaret alma noktaları mevcuttur.



Blok Diyagram elemanı

Bilgi: İşareti diğer bloklara veya toplama noktasına gider.

Toplama Noktası

Ger. besleme

$H(s)$

$R(s)$

$a-b$

$E(s)$

Blok

Transfer Fonk. $G(s)$

$C(s)$

İşaret alma noktası

Bilgi: İşareti diğer bloklara veya toplama noktasına gider.

$C(s) = E(s) \cdot G(s)$

$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)}$ Transfer Fonksiyonudur.

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)}$$

Transfer Fonksiyonudur.

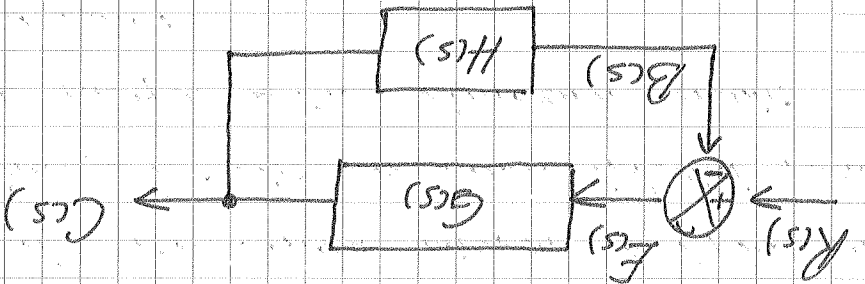
* $C(s)$ çıkışında "işaret alma noktası" anahtarı ile

prize geri besleme yapılır, ve böylece çıkış $R(s)$

referans girişi ile karşılaştırılır

* $C(s)$ çıkışı $E(s)$ hatafa işareti ile $G(s)$ karşılaştırılır

Besit Kapatli Gevrim (Döngü) Kontrol Sistemi:



Sistem girisinde bulunan notasyonu ulasın birgi:

$$B(s) = C(s)H(s) \text{ dir}$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - C(s)H(s)$$

!) Agle Gevrim Transfer Fonksiyonu (AGTF)

Geri besleme Transfer fonksiyonu $B(s)$ in hatas sinyali $E(s)$ e oranidir.

$$AGTF = \frac{E(s)}{B(s)} = \frac{E(s)}{C(s)H(s)} = \frac{E(s)}{E(s)G(s)H(s)} = \frac{1}{G(s)H(s)}$$

!!) !br! Besleme Transfer Fonksiyonu: $G(s)$ Sistem cevabi $C(s)$ in $E(s)$ e oranidir.

$$!BTF = \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{F(s)}{E(s)}$$

* Sayet $H(s) = 1$ ise $AGTF = !BTF$ olur.

$$F(s) = R(s) - B(s) - H(s) C(s)$$

$$G(s) = G(s)F(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)G(s)$$

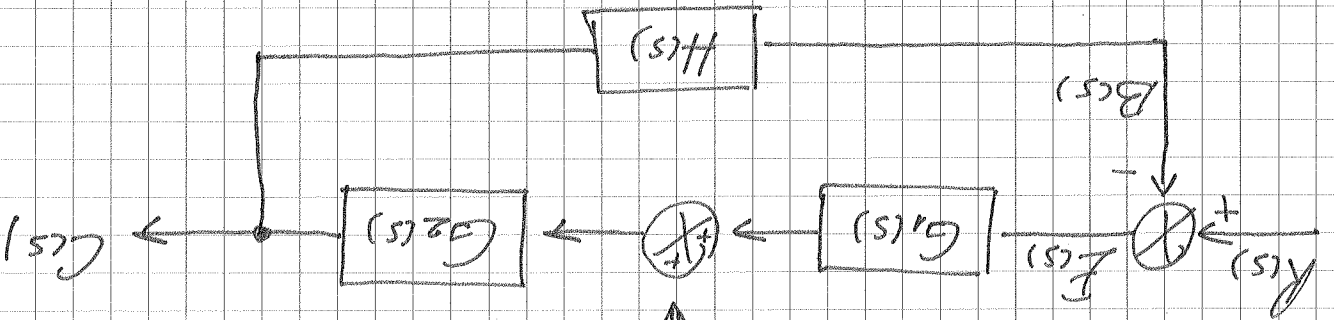
$$C_{151} + G_{151} H_{151} C_{151} = G_{151} K_{151}$$

$$C_{(5)} [1 + G_{(5)} H_{(5)}] = G_{(5)} R_{(5)}$$

$$C(s) = \frac{1 + G(s)H(s)}{G(s)} \cdot R(s)$$

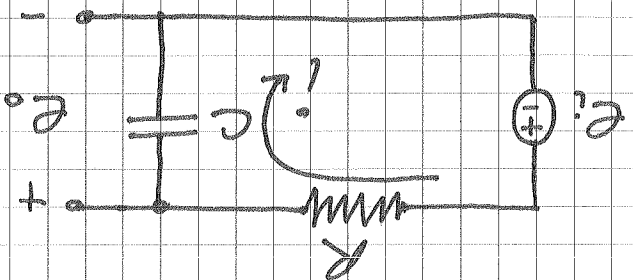
both decision positive

Des) Bousu e/kz



Bir sistemin blok diyagramını oluşturabilmek için ilk önce o sistemin davranışını tanımlayan matematiksel eşitlikler vardır. Matematiksel eşitlik temelinde sistem Blok yapılarla modellenir.

Örnekt olarak bir RC devresini ele alalım.



$$1) \quad \dot{e}_i - e_o = \frac{R}{C} \dot{e}_o \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{C}{\dot{e}_i - e_o} \quad \dot{e}_i = \frac{C}{R} \dot{e}_o + e_o$$

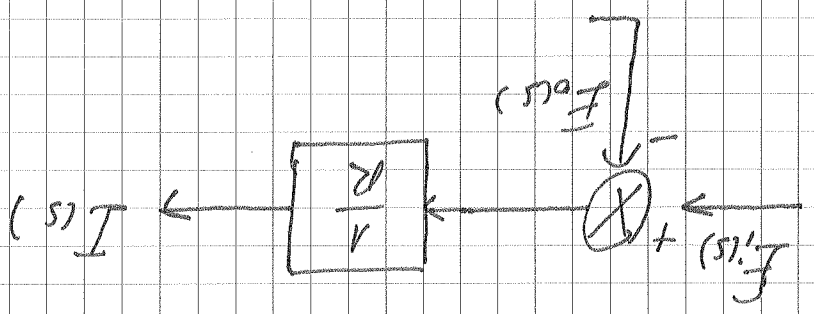
$$2) \quad e_o = \frac{1}{C} \int i \, dt$$

Devreye ait denklemi LD ifadesini yazalım.

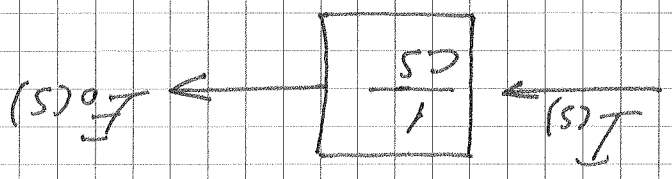
$$1) \quad \dot{e}_i - e_o = \frac{R}{C} \dot{e}_o \quad \Leftrightarrow \quad I(s) = \frac{R}{C} (E_i(s) - E_o(s))$$

$$2) \quad e_o = \frac{1}{C} \int i \, dt \quad \Leftrightarrow \quad F_o(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$

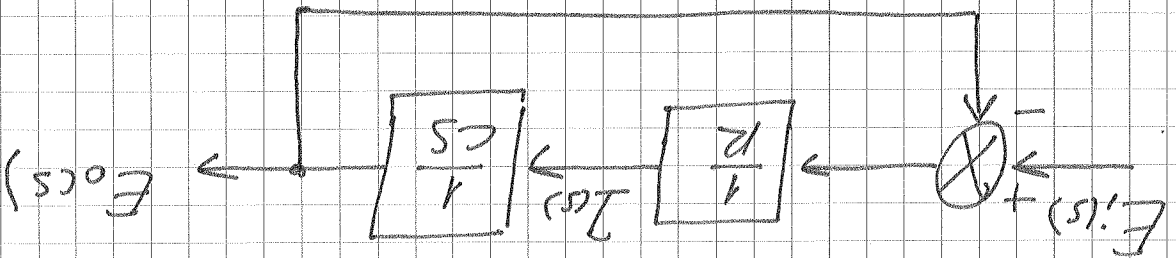
$$1) \quad I(s) = \frac{R}{E_i(s) - E_o(s)} \quad \text{ifadesi için Blok yapı:$$



$$2) \quad F_o(s) = \frac{1}{Cs} I(s) \quad \text{ifadesi için Blok yapı:}$$



2 blok yapıyı birles firelim.



RC elektrik devresine ait K_g blok diyagramı. Devre ve blok diyagramları:

$$(E_i(s) - E_o(s)) \frac{1}{RCs} = E_o(s)$$

$$\frac{1}{RCs} E_i(s) = \left(1 + \frac{1}{RCs}\right) E_o(s)$$

$$E_i(s) = (1 + RCs) E_o(s) \Rightarrow \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{1 + RCs}$$

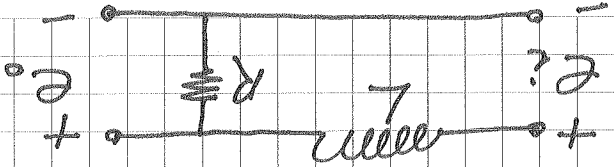
$$f_o(s) = \frac{I(s)}{Cs} \quad \text{ve} \quad f_o(s) I(s) = \frac{R}{E_i(s) - E_o(s)}$$

TRANSFER FONKSİYONU

Yukarıda incelenen RC elektrik devresi için transfer fonksiyonu sistemin girişi E_i(s) ile çıkışı E_o(s) arasındaki ilişkiyi tanımlar.

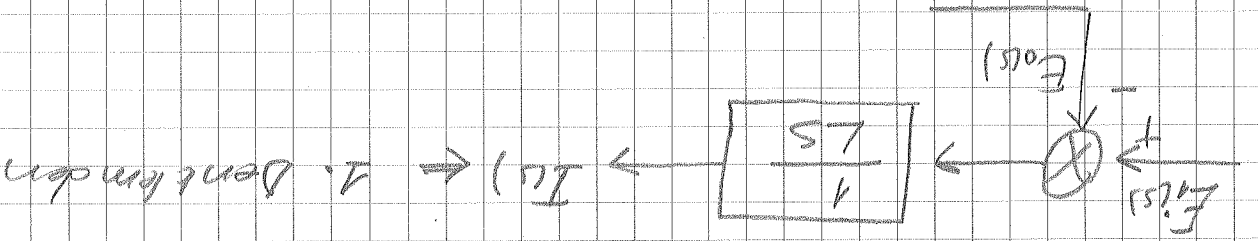
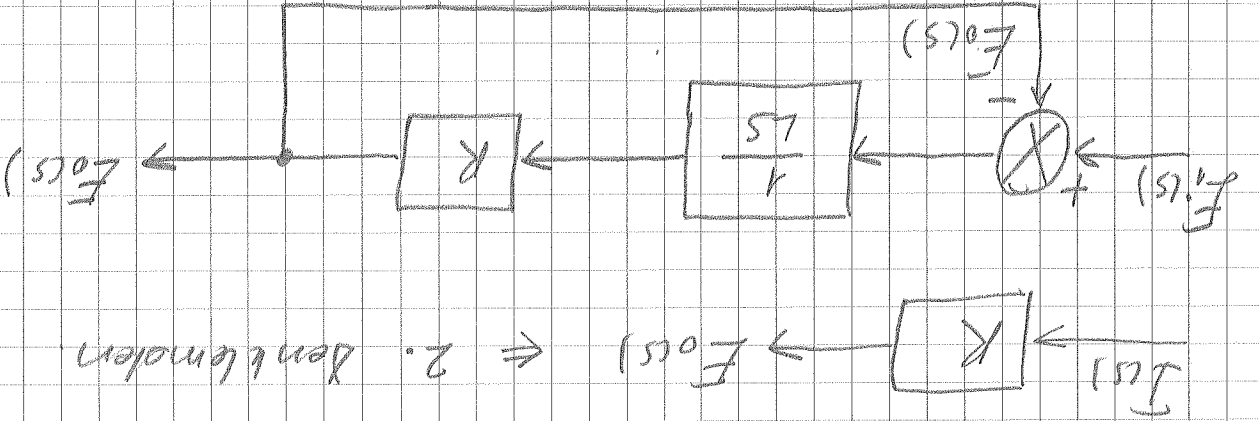
$$RC \text{ devresi: } TF = \frac{G_{i/s}}{G_{o/s}} = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{1 + RCs}$$

Örnek:



$$RL \text{ devresi için } TF = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = ?$$

1 R Devresi kəpəli çevrim blok diagramı.



Devriyelerden 1 R devresinin blok diagramını qeyd et.

$$E_0(s) - E_{00}(s) = \frac{1}{sL} E_{00}(s)$$

$$E_{00}(s) = \left(1 + \frac{R}{sL}\right) E_{00}(s)$$

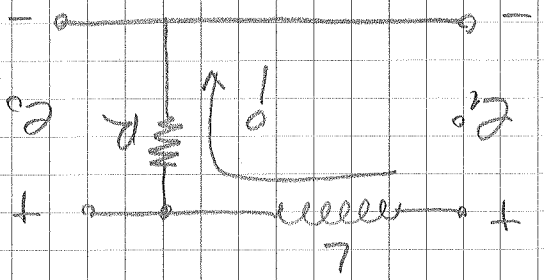
$$TF = \frac{E_{00}(s)}{E_0(s)} = \frac{R}{R + sL}$$

$$I_0(s) = \frac{1}{sL} E_{00}(s)$$

2) $E_{00}(s) = R I_0(s)$ Dirsə, üzərindən atan alın.

$$1) V_{11}(s) = E_{00}(s) - E_{00}(s) = \frac{1}{sL} I_0(s)$$

Robi üzərindəki gerilə:

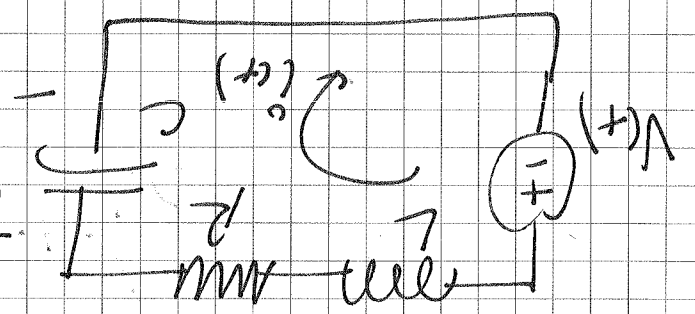


$$V_L = L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$V_L(s) = \frac{1}{s} I(s)$$

①

Transfer Funktionsyn.



Bewerlin

$$\frac{V_e(s)}{V(s)}$$

Transfer f.unk.

degre denklem:

$$L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = V(t)$$

$$L s I(s) + R I(s) + \frac{1}{C s} I(s) = V(s)$$

Kapazide

$$i(t) = C \frac{dV_e}{dt} \quad I(s) = C s V_e(s)$$

$$I(s) \left[L s + R + \frac{1}{C s} \right] = V(s)$$

$$C s V_e(s) \left[L s + R + \frac{1}{C s} \right] = V(s)$$

$$V_e(s) [L C s^2 + R C s + 1] = V(s)$$

$$\frac{V_e(s)}{V(s)} = \frac{1}{L C s^2 + R C s + 1}$$

$$\frac{V(s)}{V_C} = \frac{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}{1/LC}$$

TRANSFORMATIONS

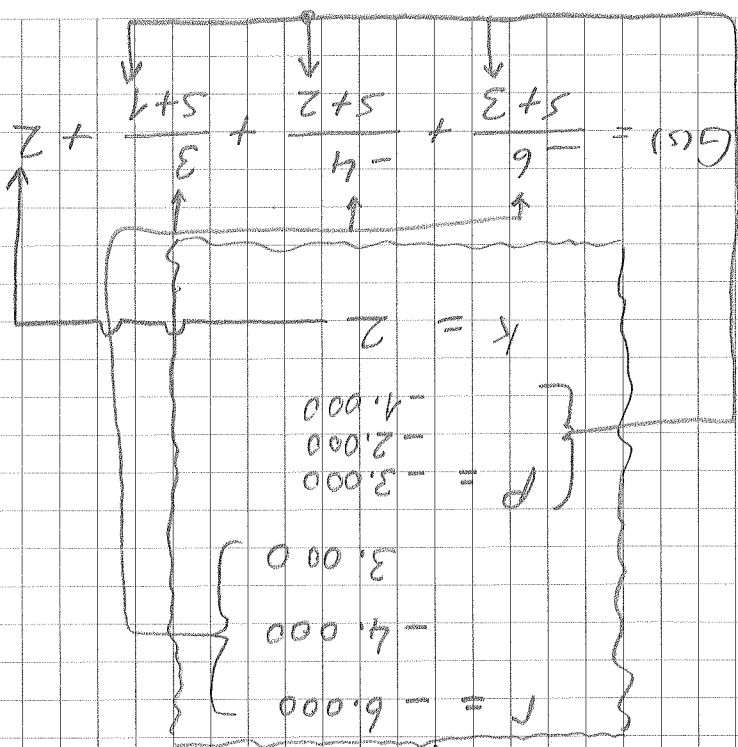
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$R(s) \rightarrow G(s) \rightarrow C(s)$ * MATHE. ile katsayıların bulunması:

$$\begin{aligned} \text{num} &= [b_m, b_{m-1}, \dots, b_0] \\ \text{den} &= [a_n, a_{n-1}, \dots, a_0] \end{aligned}$$

Örnekle: $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$

num = [2 5 3 6];
den = [1 6 11 6];
[r, p, k] = residue(num, den);
Matlab komutları.



Blok Diyagramların Sadeleştirilmesi

Kontrol sistemlerinin analizinde, sistemlerin en

sade blok yapı ile temsili edilmesi önem arz eder.

Bu nedenle blok diyagramlara sadeleştirme işlemi

uygulanır. Blok yapıların sadeleştirilmesinde kullandığımız

temel özellikler aşağıda sıralanmıştır.

$$I) \quad R \rightarrow [G_1] \rightarrow [G_2] \rightarrow C \equiv R \rightarrow [G_1 G_2] \rightarrow C = R(G_1 G_2)$$

$$II) \quad R \rightarrow [G_1] \rightarrow \oplus \rightarrow [G_2] \rightarrow \oplus \rightarrow C$$

$$a) \quad [G_1 + G_2] \rightarrow C$$

$$b) \quad [G_2] \rightarrow \oplus \rightarrow [G_1/G_2] \rightarrow \oplus \rightarrow C$$

$$III) \quad R \rightarrow [G] \rightarrow \oplus \rightarrow C = R G - B$$

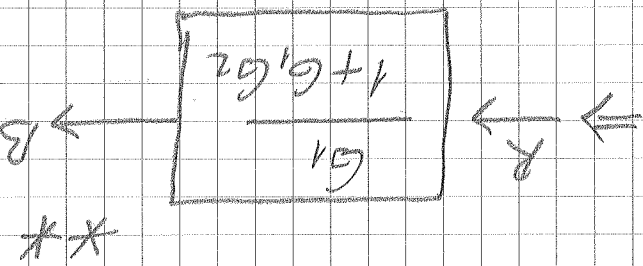
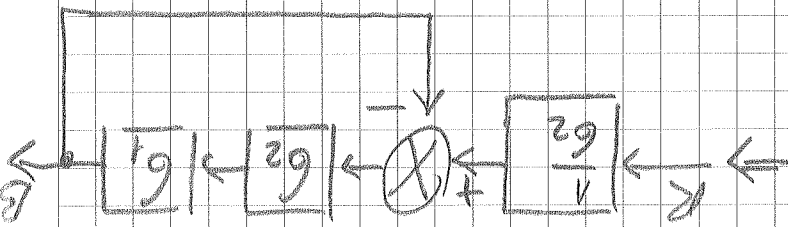
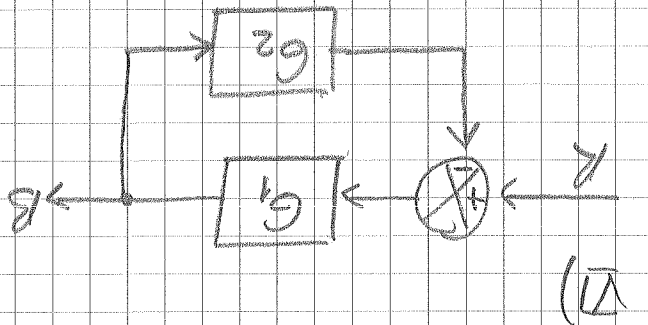
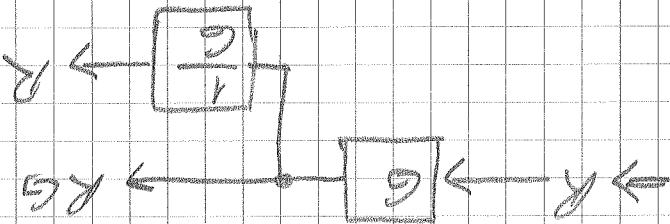
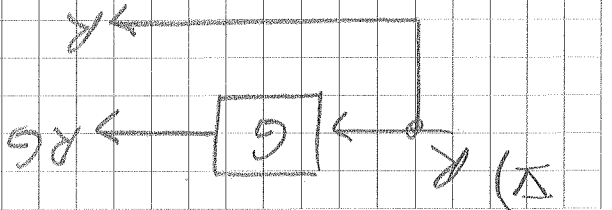
$$\Rightarrow R \rightarrow \oplus \rightarrow [G] \rightarrow \oplus \rightarrow R G - B$$

$$1/G \rightarrow B$$

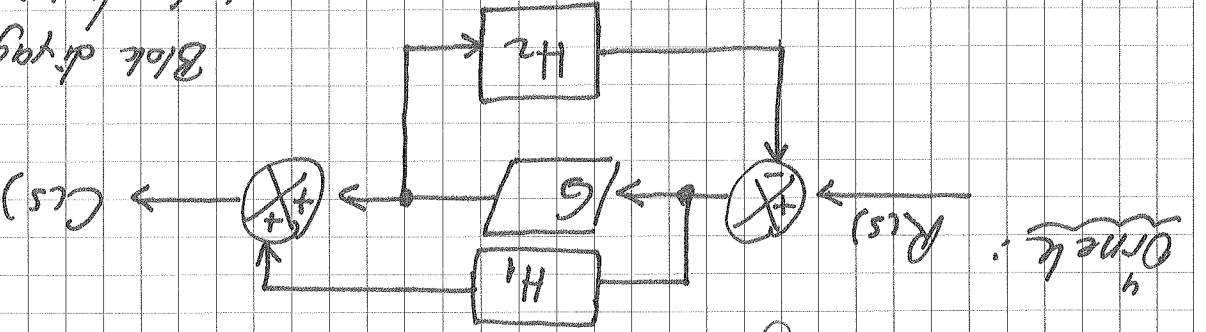
$$IV) \quad R \rightarrow [G] \rightarrow \oplus \rightarrow R G$$

$$\Rightarrow R \rightarrow \oplus \rightarrow [G] \rightarrow \oplus \rightarrow R G$$

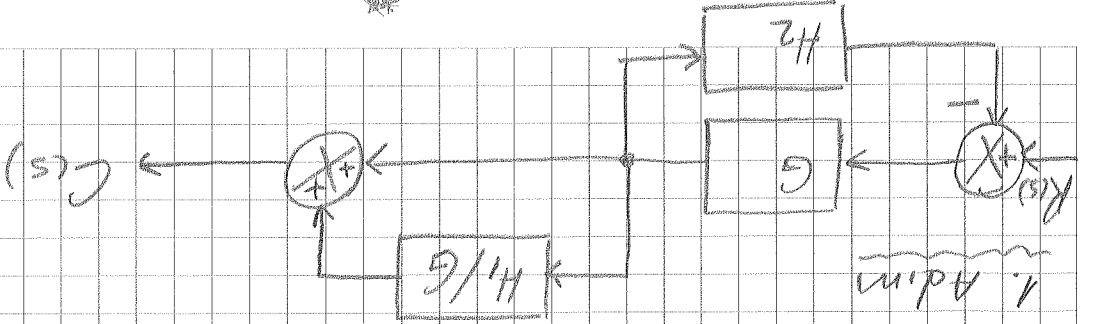
$$G \rightarrow R G$$

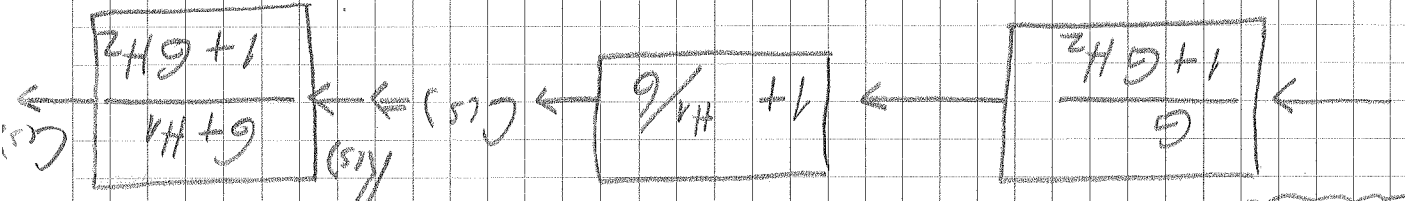


Block diyagramın sadeleştrilmesi demek; giriş ve çıkış işaretleri ile bunlar arasındaki bağlantıyı koruyarak daha sade bir yapıya ulaşılmak demektir.

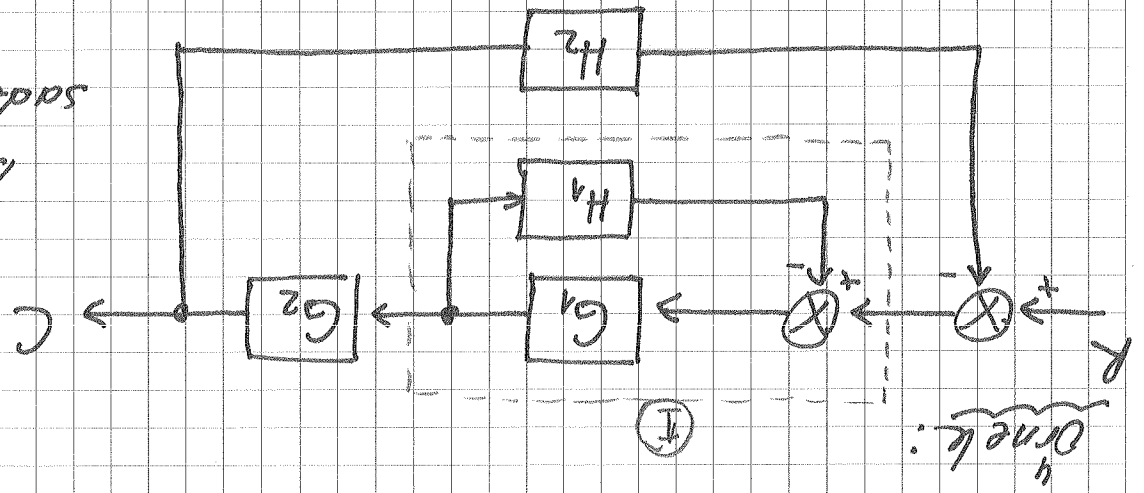


Block diyagramı sadeleştrirmiş?

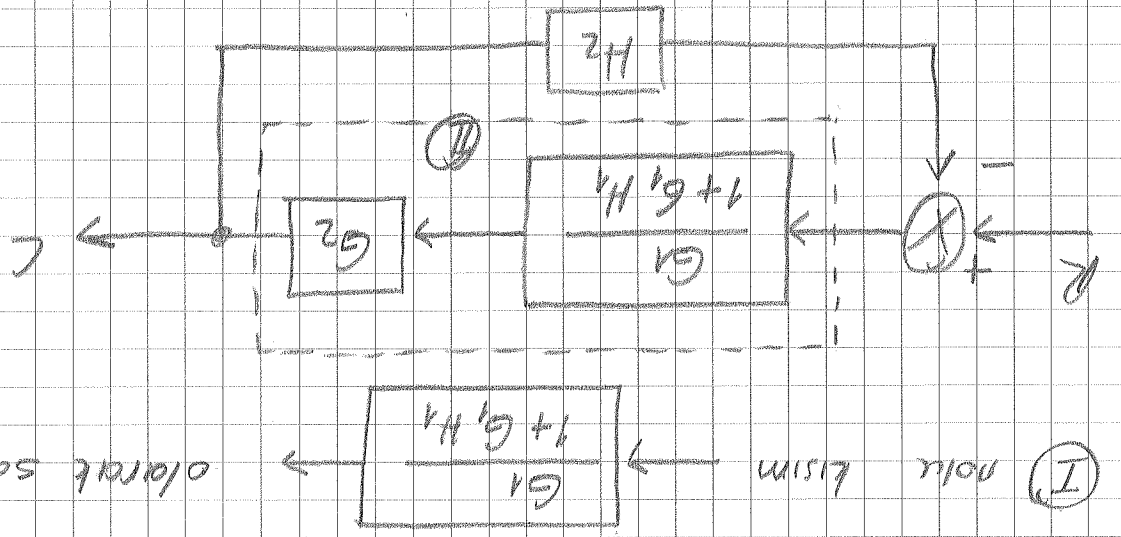




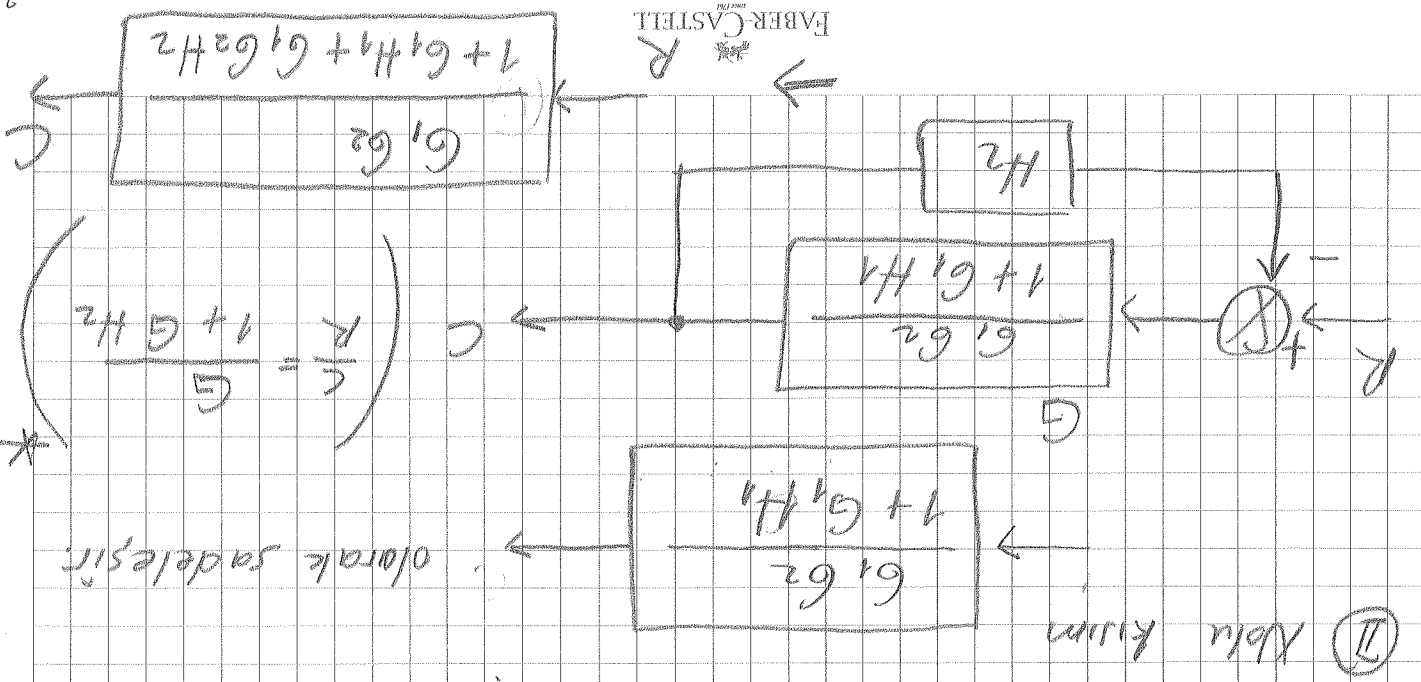
Block diagramı sadeleştiriniz.



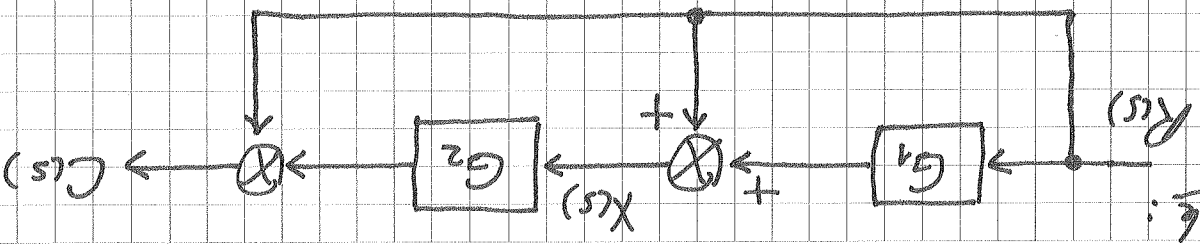
I) İlk kısım olarak sadeleştir.



II) İkinci kısım olarak sadeleştir.

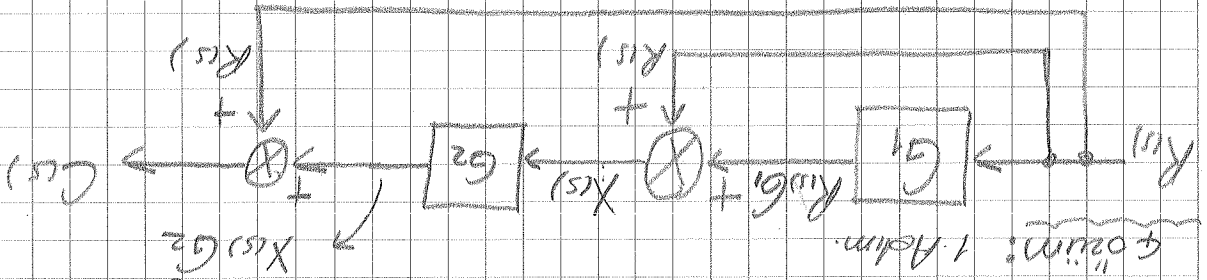


Dinamik:



Sistemi sadeleştirerek transfer fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm: 1. Adım.



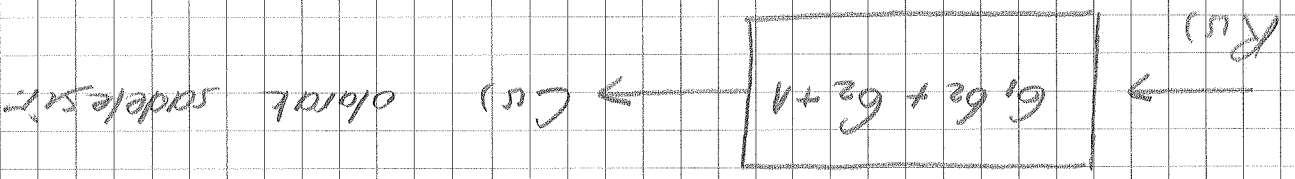
$$X(s) = G_1 R(s) + R(s)$$

$$C(s) = X(s) G_2 + R(s) = G_2 (G_1 R(s) + R(s)) + R(s)$$

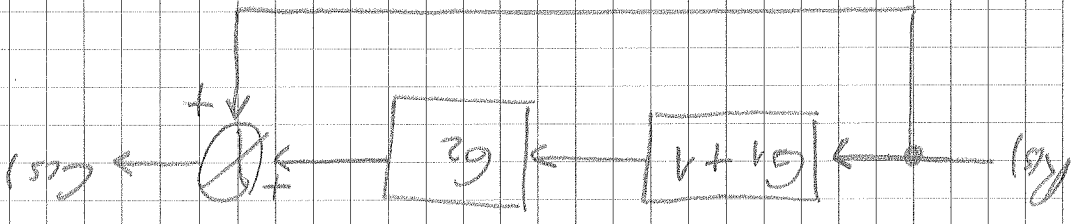
$$C(s) = R(s) [G_1 G_2 + G_2 + 1]$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1 G_2 + G_2 + 1$$

olarak bulunur.

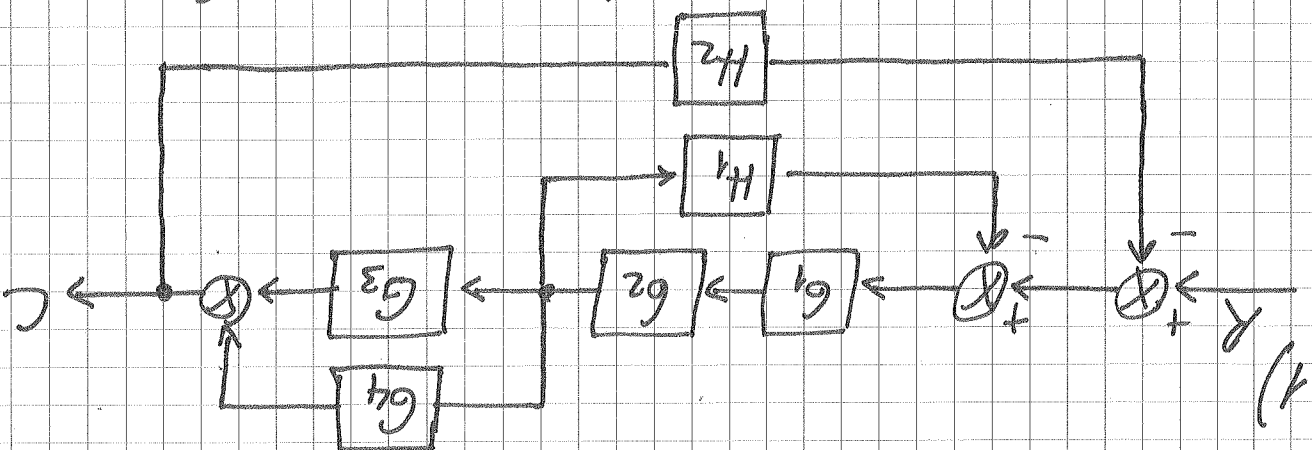


2. Adım.

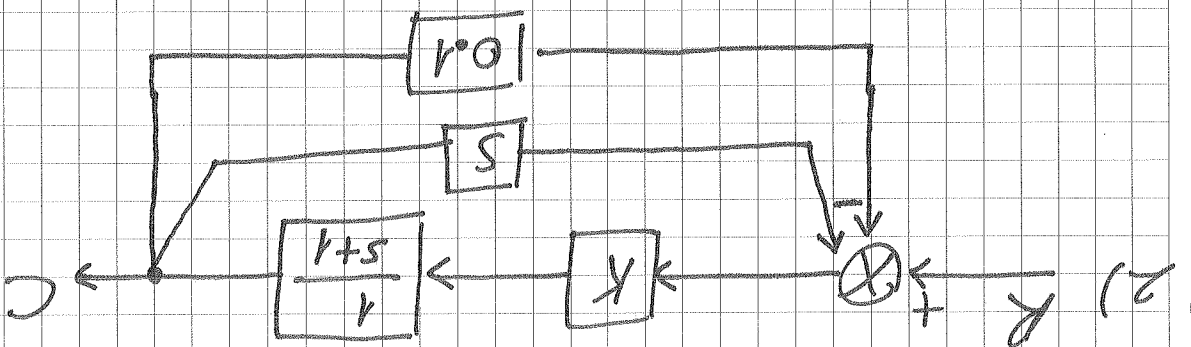


DDEV

1)



Block diagramu sadeleştriniz ve Transfer funksiyonunu bulunuz.



Kontrol sisteminin blok diyagramını sadeleştriniz.

- Sistem Denklemleri
- Durum-Uzay Modeli

MEKANİK SİSTEM MODELLERİ

BÖLÜM-4

MEKANİK

SİSTEM MODELİ

Mekanik Sistem Elemanları:

1) Kütle

$$\left. \begin{aligned} & \Rightarrow f(t) = m \cdot a(t) = m \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = m \cdot \frac{dv(t)}{dt} \\ & \text{hiz} \end{aligned} \right\}$$

2) Doğrusal Yay: Potansiyel enerji depolar

$$\left. \begin{aligned} & \Rightarrow f(t) = k \cdot y(t) \\ & \text{Yayda an gerilme} \end{aligned} \right\} \text{yay sabit} \quad k: \text{yay sabit} \quad \text{yay konumunu, yayı etkiler}$$

3) Sürünme Siliindiri

$$\left. \begin{aligned} & \Rightarrow f(t) = B \cdot \frac{dy(t)}{dt} \\ & B \rightarrow \text{Viskoz sürünme sabiti} \end{aligned} \right\}$$

Yayın bir T kuvveti ile an gerilme durumundadır

$$f(t) - T = k \cdot y(t) \quad \text{yazılır}$$

4) Dönme Hareketi

- $J \rightarrow$ Eylemsizlik
- $\alpha \rightarrow$ Aislal ivme
- $T \rightarrow$ Moment
- $\omega \rightarrow$ Aislal hız
- $\theta \rightarrow$ Aislal konum

$$\Rightarrow \sum \text{moment} = J \cdot \alpha$$

Not: Dönme hareketi

J eylemsizliği kineetik enerji depolayan bir cismin özelliği olarak

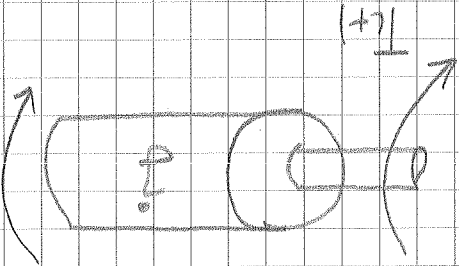
kabul edilir.

Bir dairesel disk yolda m'ın geometrik eksen

etrafında dönmeye başlar:

$$\left\{ \begin{aligned} I &= \frac{1}{2} M r^2 \end{aligned} \right\}$$

it'e ifade edilir.



$$\left\{ \begin{aligned} I(t) &= \int r^2 dm \\ I(t) &= \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \\ I(t) &= \int r^2 \rho dV \end{aligned} \right\}$$

Ağısal momentum: $1 [\text{rad}] = \frac{180}{\pi} = 57.3^\circ$

Ağısal hız: $1 [\text{d/dk}] = \frac{2\pi}{60} = 0.1047 \text{ rad/s}$

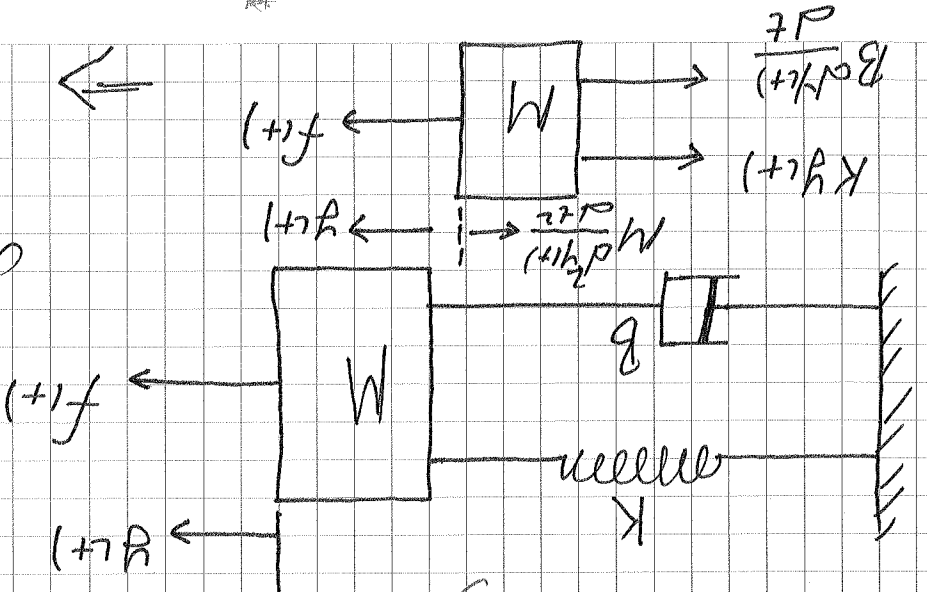
$= 6 [\text{derece/s}]$

K: burulma yay sabiti.

$$\left\{ \begin{aligned} T(t) &= K \theta(t) \end{aligned} \right\}$$

MEKANİK SİSTEMLERİN DENKLEMLERİ

Örnekteki blok aşağıdaki mekanik sistem ile ele alın.



Sistem için serbest
denklem yazılabilir.

Sisteme ait kuvvet denklemini yazarak:

$$f(t) = M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + k y(t)$$

Başlangıç şartlarını sıfır alır ve Laplace dönüşümünü alırız

$$F(s) = M s^2 Y(s) + B s Y(s) + k Y(s)$$

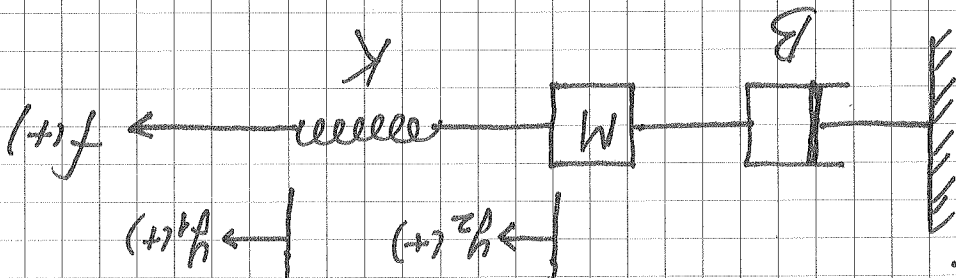
$$F(s) = Y(s) [M s^2 + B s + k]$$

Brady, mekanik sistemin transfer fonksiyonu:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2 + B s + k}$$

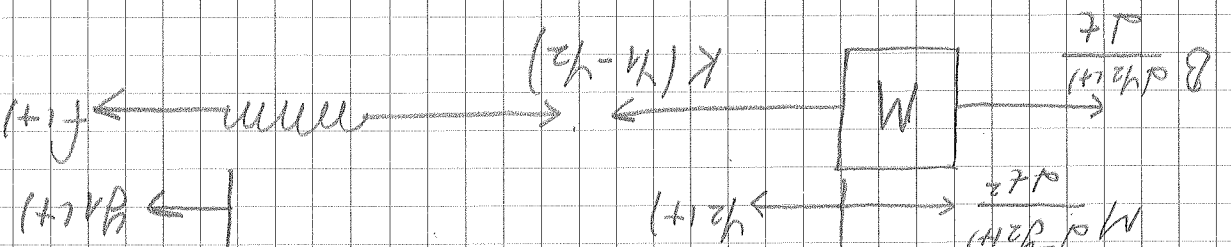


örnek:



$f(t)$ etkisi ile yayın boyu değişir. Bu nedenle yayın ustarında $y_1(t)$ ve $y_2(t)$ gibi 2 konum tanımlamak gerekir. Sisteme ait "Serbest Uşım

"Diyagram" çizilir



$$f(t) = k [y_1(t) - y_2(t)]$$

durum degışkenine ihtiyaç duyulur.

davranışını formamen belirlemek için n-adet

ii) Durum Vektörü (state vector): Verilen bir sistem

n adet degışken, "durum degışkeni" olarak adlandırılır.

sistem için durum formamen belirlenir. Böylece

ve $t = t_0$ anında başlangıç şartları tanımlanır sa

İhtiyaç duyulur. Yani: $t \geq t_0$ için bir giriş verilir

en az n-adet $x_1, x_2, \dots, x_n$ degışkenine

Bir dinamik sistem davranışını anlayabilmek için

i) Durum Degışkeni (state variable):

- * Biyolojik sistemler
 - * Ekonomik
 - * Sosyal
- v.b. tüm sistemlere uygulanabilir.

sinirlendirilmesi anlamına gelmez

kenlerine karşılık gelir. Durum konsepti fiziksel sistem

bilgisayar için birlikte $t = t_0$ anında bir ayar (set) degış-

Bir dinamik sistem durumu $t \geq t_0$ için giriş

Durum uzayında MODELLEME

$$\frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = - \frac{M}{B} \frac{dy_2(t)}{dt} + \frac{M}{K} [y_1(t) - y_2(t)]$$

ve $y_1(t) = y_2(t) + \frac{1}{K} f(t)$ eşitliği ile

$$K[y_1(t) - y_2(t)] = M \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + B \frac{dy_2(t)}{dt}$$

$$f(t) = M \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + B \frac{dy_2(t)}{dt}$$

Kuvvet denkleminin

Bu n -adet durum değişkeni bir X vektörünün elemanı olarak alınabilir.
 (iii) Durum uzayı (state space):
 $x_1, x_2, \dots, x_n$ konumlarına sahip koordinatlarından oluşan n -boyutlu u "durum-uzayı" olarak tanımlanır.
 Bir dinamik sistemi form olarak tanımlayan durum değişkeni sayısı n sistemdeki integratör sayısına eşittir. n adet integratör için çok giriş ve çok çıkışlı bir sistemi ele alalım.

R girişleri $\rightarrow u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ ve m çıkışları $\rightarrow y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$ olsun.

Durum-değişkeni olarak integratör çıkışları ise:
 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ olsun.

Boylece sistem:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \end{aligned}$$

Sistem çıkışları ise:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ &\vdots \\ y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \end{aligned}$$

B(t) ⇒ Giris " 0(t) ⇒ İletim Matrisi " dir.

A(t) ⇒ Durum matrisi, C(t) ⇒ Çıkış matrisi.

Burada:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= A(t)X(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)X(t) + D(t)u(t)\end{aligned}$$

İstifrarın durum ve çıkış denklemleri:

Vektör formunda yazılabilir. Bu denklemler sistemin çözümleri noktasında lineerleştirilebilir, lineer-

$$y(t) = g(x, u, t) \rightarrow \text{Çıkış}$$

$$\dot{X}(t) = f(x, u, t) \rightarrow \text{Durum Denklemi}$$

Denklemler:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}$$

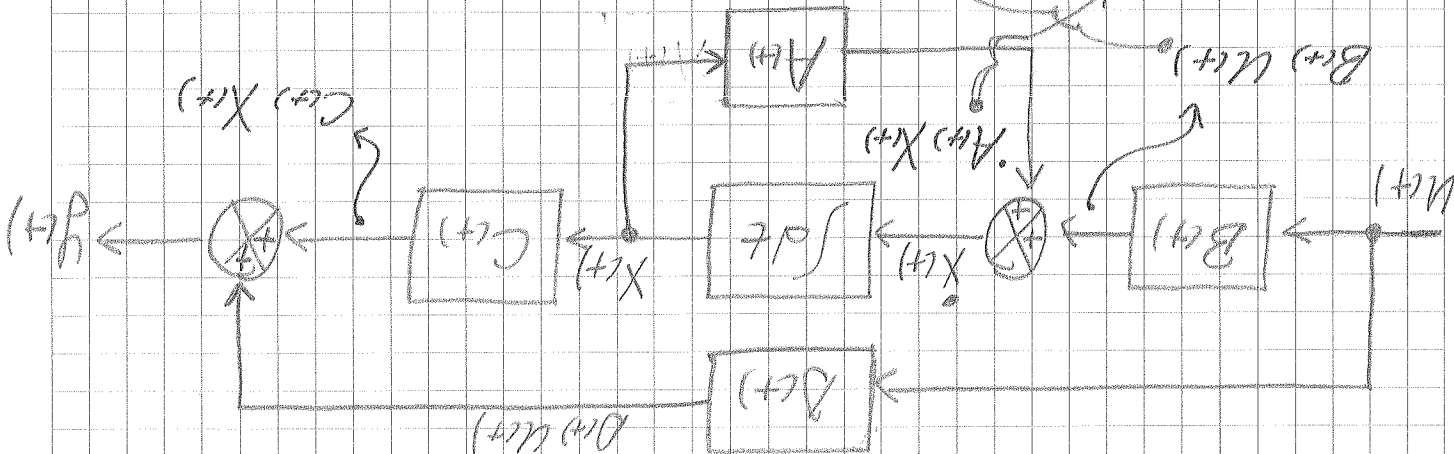
$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

$$g(x, u, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \end{bmatrix}$$

$$f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n, t) \end{bmatrix}$$

Denklemler sisteminin denklemleri.

Denken wir uns ein block diagramm für folgende:



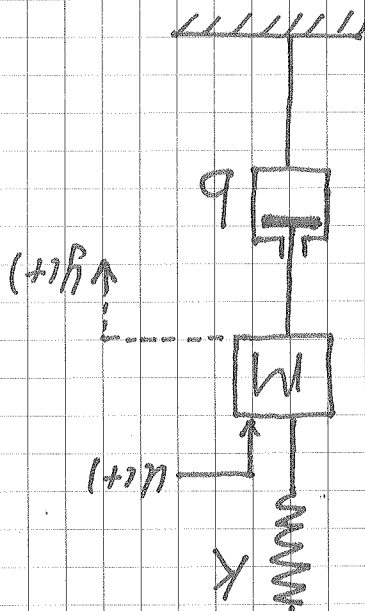
$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{aligned}$$

* Durch den kontrollierten Prozess
linearisierte System-Kontrolle

Systeme in block diagramm

A, B, C, D → System 4. lösen damit da bilden

Beispiel: Feder-Masse-Dämpfer-System



Beispiel: Feder-Masse-Dämpfer-System
Küsten der Feder, Dämpfer, Masse
Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

Systeme in block diagramm

$$m \ddot{y} + b \dot{y} + k y = u$$

Das System 2. beschreiben wir als System

2. oder integrator. In der System

auf einem Beispiel: Feder-Masse-Dämpfer-System

$\dot{x}_1 = x_2$
 $\dot{x}_2 = y$
 $(\dot{x}_1 = y = x_2)$

$\Rightarrow$

$x_1(t) = y(t)$
 $x_2(t) = \dot{y}(t)$

$\ddot{y} = \frac{1}{m} (-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m} u \Leftrightarrow m\ddot{y} = -b\dot{y} - ky + u$

ifadesinden

$\dot{x}_2 = \frac{1}{m} (-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m} u$

$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m} y - \frac{b}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2 = -\frac{k}{m} x_1 - \frac{b}{m} x_2 + \frac{1}{m} u \\ \dot{y} = x_1 \\ \dot{x}_2 = y \end{array} \right. \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -\frac{k}{m} x_1 - \frac{b}{m} x_2 + \frac{1}{m} u \end{bmatrix}$

Sonuç olarak:

$x_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m} x_1 - \frac{b}{m} x_2 + \frac{1}{m} u$

ve gikis denklemleri

$y = x_1$

olarak buluruz olur

Bu ifadeleri vektörel biçimde düzenlersek:

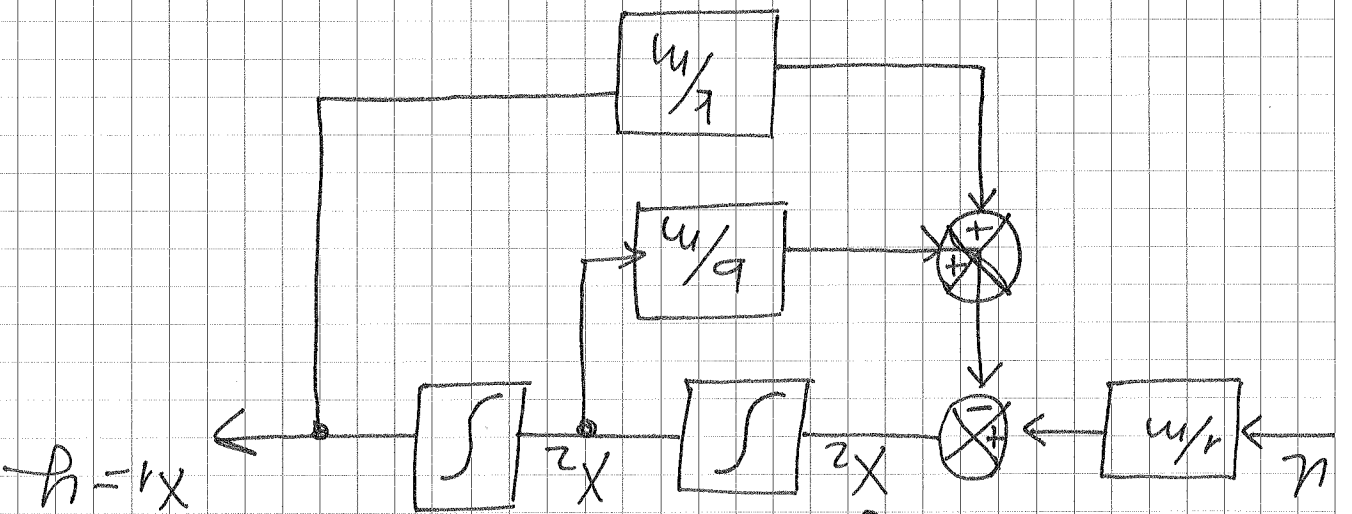
$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u$

$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{y} = Ax + Bu \Rightarrow$

System 4 / 5a:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k}{m} \\ 1 & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

Systeme auf Block diagramm analysiert. Individu-



Transfer
Bogusht.

Fontsiyonu ile Dürüm-Uray Denklemi: Aşağıdaki

299171.

ve fet. cıkışlı bir sistemle ele alalım. Sistem in Dönüm-
yaz

mgf model:

$$X = \frac{1}{\beta} (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T y$$

$$27 + x7 = 6$$

Denktemlerin Depiace d'ougnunnu

$y \rightarrow \text{girls}$
 $u \rightarrow \text{girls}$
 $x \rightarrow \text{dorm}$

$$5X_{t-1} - X_{t-1} = AX_{t-1} + B U_{t-1} \\ Y_{t-1} = C X_{t-1} + D U_{t-1}$$

Sistem transfer fonksiyonu $(G(s)) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_{1(s)}}{G_{2(s)}}$ idi:

ураган.

(IC Sartlarimin - O - Olmayi duruma iain geyeri)

5 dərəcəli bir polinomdur $/sI - A/$ isə $G(s)$ in karakteristik polinomudur.

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$$

ya'ni. Burada $G(s)$, $/sI - A/$

Denklemin sağ tərəfi dənclənir

bağlı olaraq elde edilmis olur.

Transfer funksiyası $G(s)$, sistem (A, B, C, D)

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

olaraq əldə edilir.

Burada:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{[C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)}{U(s)}$$

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$$

$Y(s) = C X(s) + D U(s)$

$X(s)$ ehtimalı: gətirən dəncləməyə yəqin.

$$X(s) = (sI - A)^{-1}B U(s)$$

əldə edilir.

$X(0) = 0$ isə dəncləməyə dənclənir. $s X(s) - A X(s) = B U(s) \Rightarrow (sI - A) X(s) = B U(s)$ ehtimalı hər 2 tərəfini $(sI - A)^{-1}$ ilə vaxtlayırıq.

Burada;

$$\ddot{y}^n + a_1 \dot{y}^{n-1} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = u$$
 seklinde verilen n. derece bir sistemi ele alalım.
 $y(0), \dot{y}(0), \dots, y^{(n-1)}(0)$ ve $t \geq 0$ için $u(t)$ bilgilerinin
 ışığında tüm sistemin davranışını belirlemek.
 $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n-1)}(t)$ n-dümen değişken
 seç. olarak alabiliriz

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y \\ \dot{x}_2 = \dot{y} \\ \vdots \\ \dot{x}_n = y^{(n-1)} \end{cases}$$

olarak alabiliriz

Bu durumda n. derece denklemleri için

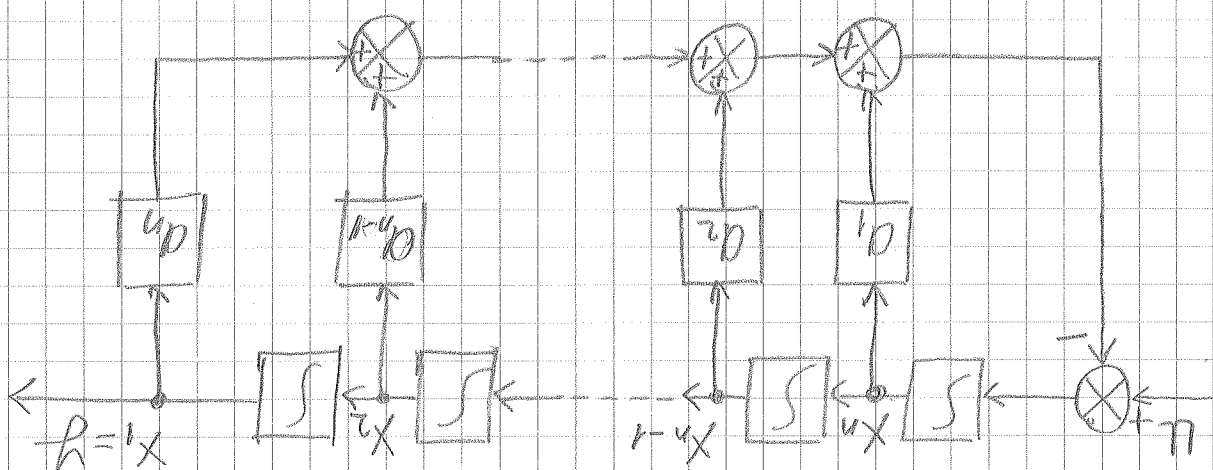
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u \end{cases}$$

$$\dot{X} = AX + Bu$$

1. Derece Dif. denklemleri at
 Durum - Denklemi

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

gitarior verien n. doree sisteme auf (durum ve gilis denklemleri ile tanımlı) blok diyagramı.



sisteme auf blok diyagramı:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

ile tanımlı

Transfer fonksiyon sisteminin durum-veya formları (Not: Δ min 0 olduguna dikkat ediniz)

Gilis Denklemleri

$$y = Cx \Rightarrow C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$y = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \Rightarrow$$

olarak yazılır

ENDÜSTRİYEL KONTROL TIPLERİ

BÖLÜM-5

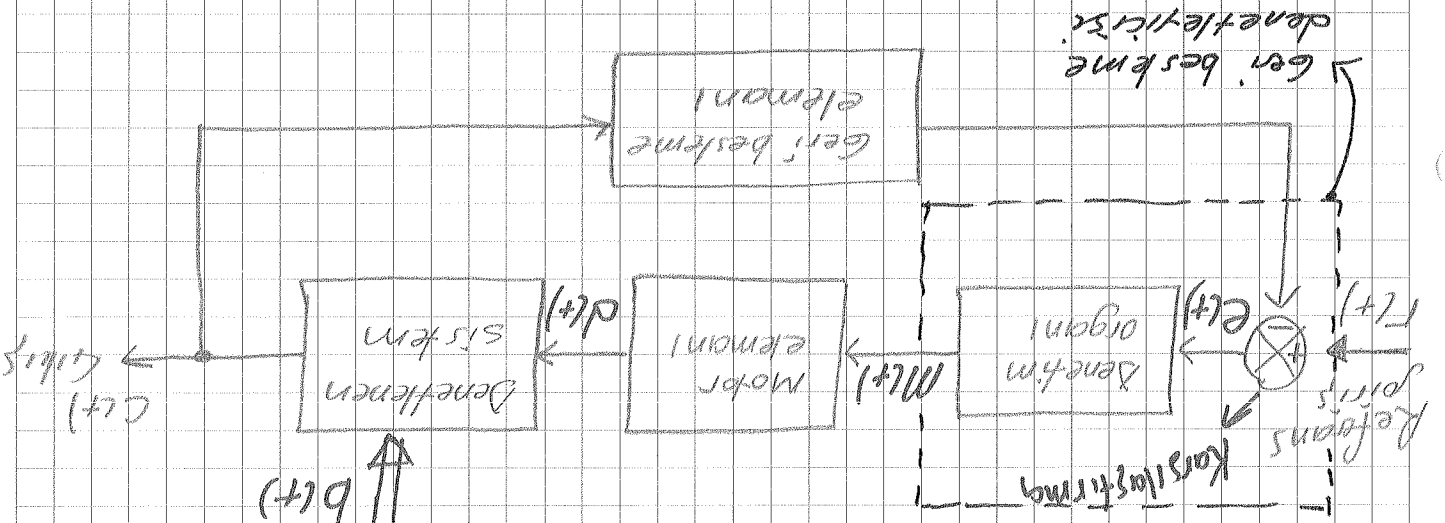
ENDÜSTRİYEL KONTROL TİPLERİ

Kapalı çevrim bir denetim sistemi;

- i) Denetlenen sistem
- ii) Denetim organları elemanı

olmak üzere 2 bölümden oluşur. Şekilde kapalı-çevrim

denetim sistemi blok şeması verilmiştir.



$r(t) \rightarrow$ referans giriş
 $b(t) \rightarrow$ Bozucu etki

$m(t) \rightarrow$ Denetim sinyali

$c(t) \rightarrow$ Denetlenen çıkış
 $e(t) \rightarrow$ Hata sinyali

Endüstriyel Kontrol Ediciler

Endüstriyel kontrol ediciler, yapıları kontrolün özelliğine bağlı olarak sınıflandırılırlar:

- 1- İki pozisyonlu veya asma-kapama (on-off) kontrol
- 2- Oranfisal kontrol (P)
- 3- İntegral // (I)
- 4- Oranfisal + İntegral kontrol (PI)
- 5- Oranfisal + Türev kontrol (PD)
- 6- Oranfisal + İntegral + Türev kontrol (PID)

Kontrol elemanları, yapıları ise göre ve kullan-
ohtları göre olarakda sınıflandırılabilir.

Bunlar $\Rightarrow$ - Pnömatik

- Hidrolik

- Elektrik

Kontrolörlerdir.

1. ON-OFF Kontrol

2 pozisyonlu kontrol elemanı olarak çalışır.

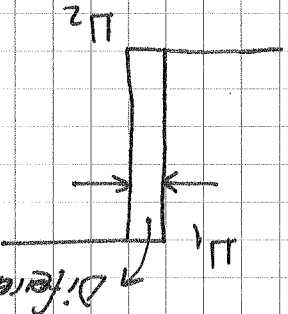
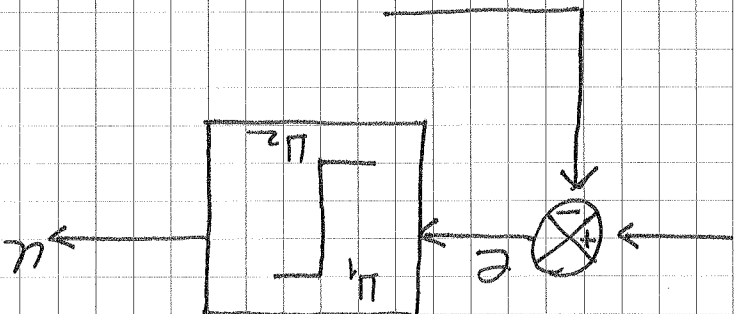
Basit ve ekonomik olmalarından dolayı, endüstri ve evsel kontrol uygulamalarında tercih edilir.

on-off kontrolör çıkış sinyali $U(t)$ ve hata

sinyali $E(t)$ olsun. on-off kontrolde $U(t)$ ya $u_{\max}$

ya da $u_{\min}$ değerinde kalır. Bu durum hata

sinyalinin pozitif veya negatif olmasına bağlıdır.



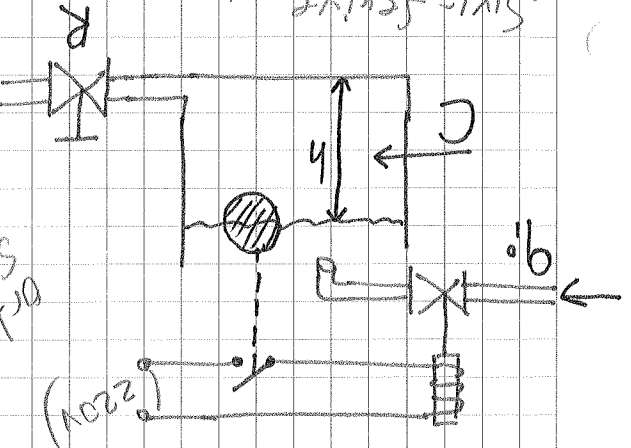
$U_1, U_2 = \text{sabit}$
Diferansiyel pop.

on-off kontrol
blok diyagramı

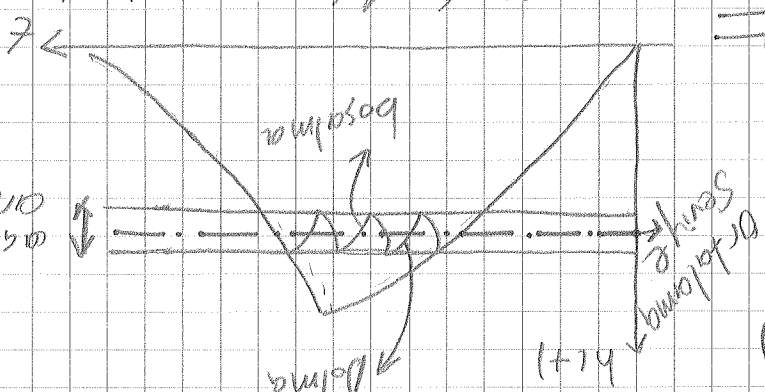
$$U(t) = U_1, \quad e(t) > 0$$

$$U(t) = U_2, \quad e(t) < 0$$

Örnek: Sivi seviye kontrol sistemi



Sivi-seviye kontrol sistemi
(on-off kontrol)



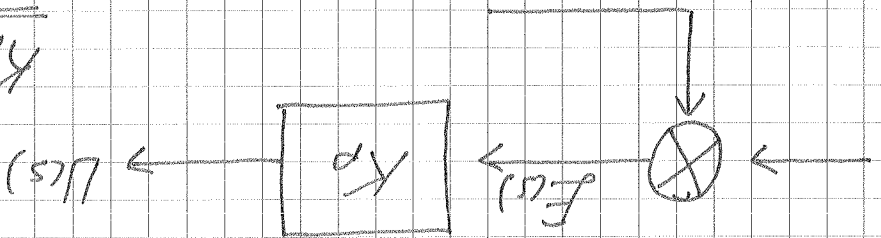
Sistemdeki su yüksekliğinin zamanla bağlı değişimini

Elektromanyetik volt aile yada kapalıdır. Sivi

alışma bağlı, galsic çıkış belirli aralıklarla değişir.

2- Oranfsal Kontrol (P)

Denetim organının çıkışı bir oransal sabit yoluyla denetim organı pirişine ~~uygulan~~ oranlanır.



K_p : orantı Kazancı.

P-kontrol blok diyagramı

P-kontrolde çıkış $U(s)$ ile hata $E(s)$ oranlanır.

$$U(s) = K_p E(s)$$

başınfisi mevutfur.

$$K_p = \frac{U(s)}{E(s)} \Rightarrow \left\{ K_p = \frac{U(s)}{E(s)} \right\}$$

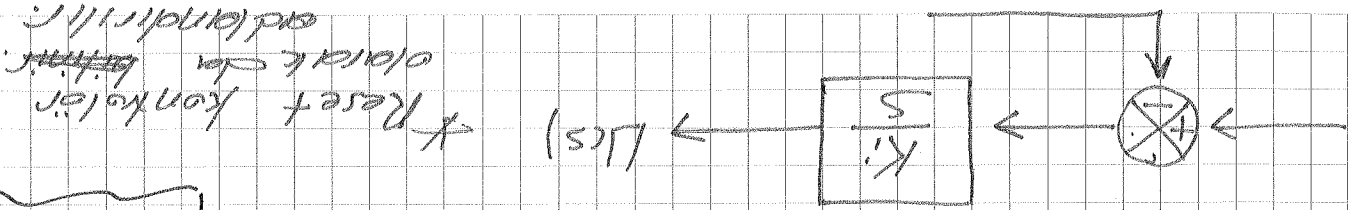
Transfer Fonksiyonu

3- Integral Kontrol (I)

$$\frac{dU(s)}{ds} = K_i E(s) \Rightarrow U(s) = K_i \int E(s) ds$$

K_i : Sabit I-Kontrol transfer fonksiyonu:

$$\frac{dU(s)}{ds} = K_i E(s) \Rightarrow U(s) = K_i \int E(s) ds \Rightarrow \left\{ \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \right\}$$



* Reset kontrolör olarak da bilinir. oradlandırılır.

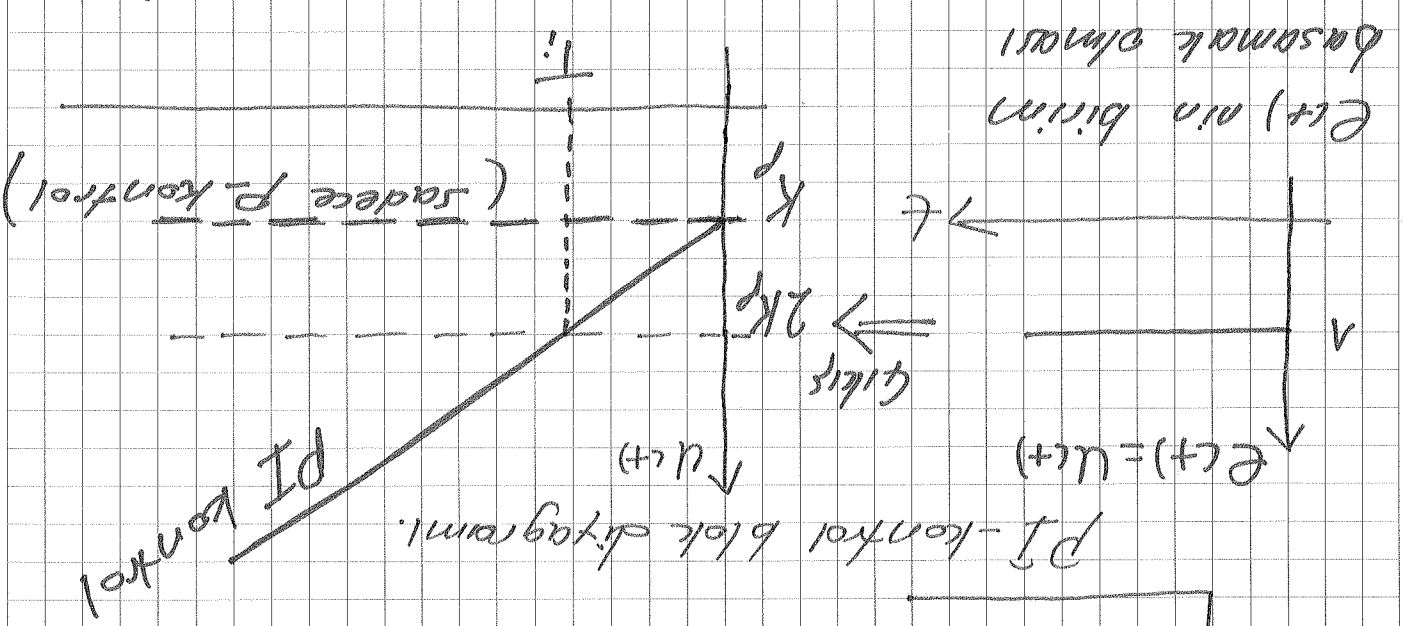
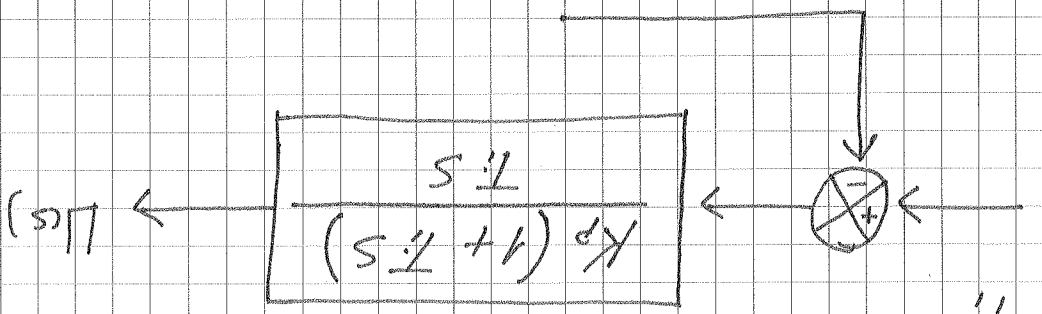
Integral Kontrol Blok Diyagramı.

4-Oranhsal + Integral Kontrol (PI-kontrol)

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{T_i}{s} \int_t^{\infty} e(t) dt$$
 (KP=KI) alindi

$$U(s) = K_p E(s) + K_p \frac{T_i}{s} \frac{1}{s} E(s) = E(s) K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$
 Transfer Fonksiyonu.
 KP → Oranhsal kontrol
 TI → Integral kontrol
 Her 2 si de ayarlanabilir
 Reset hmi olarak kullanilir.



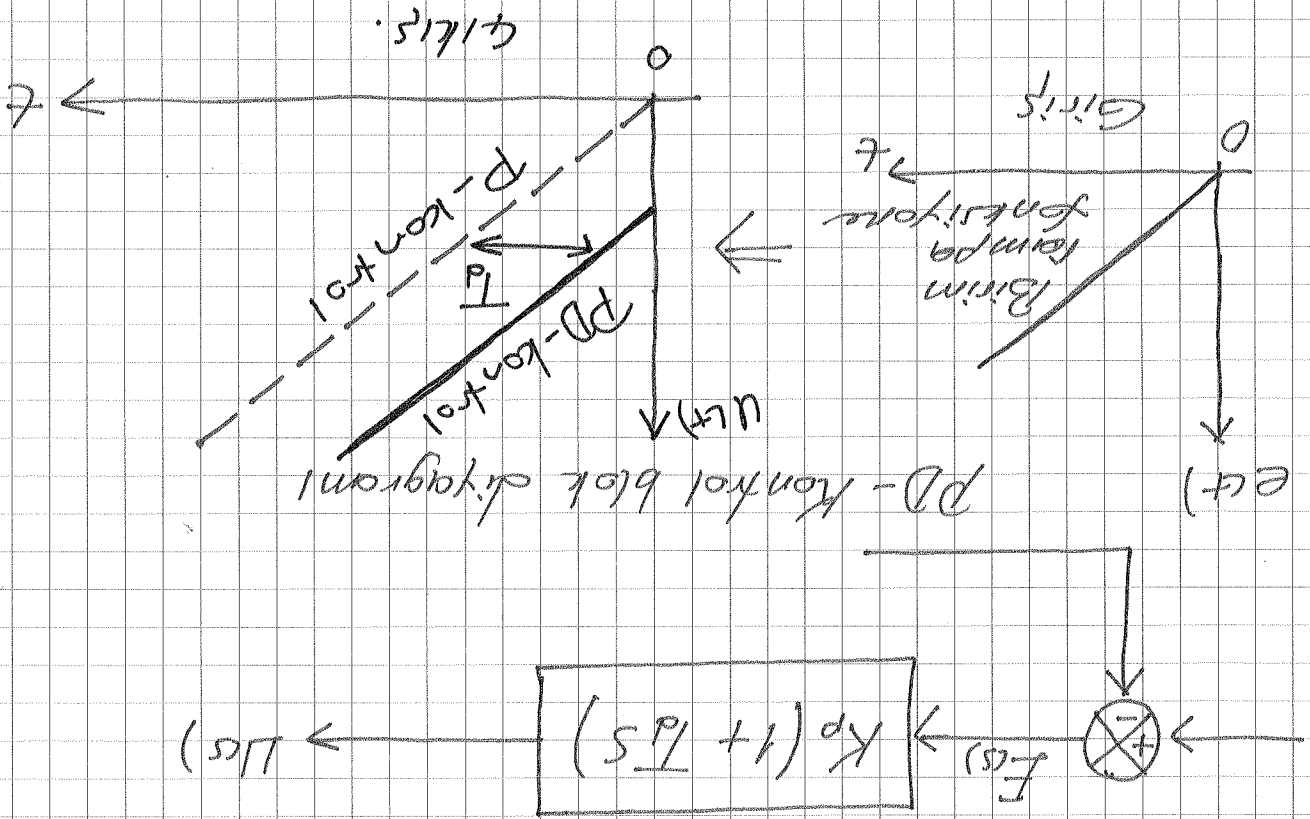
birimlik basamak olmasi
 armundur ⇒ gilis u(t) nin degisimi

$$\frac{L(s)}{F(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] \quad \text{Transfer Fonksiyonu}$$

$$L(s) = K_p F(s) + \frac{K_p T_d s}{T_i s} + K_p T_d s F(s)$$

$$L(t) = K_p e(t) + K_p \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

6- Oranhsal + Integral + Türev Kontrol (PID)

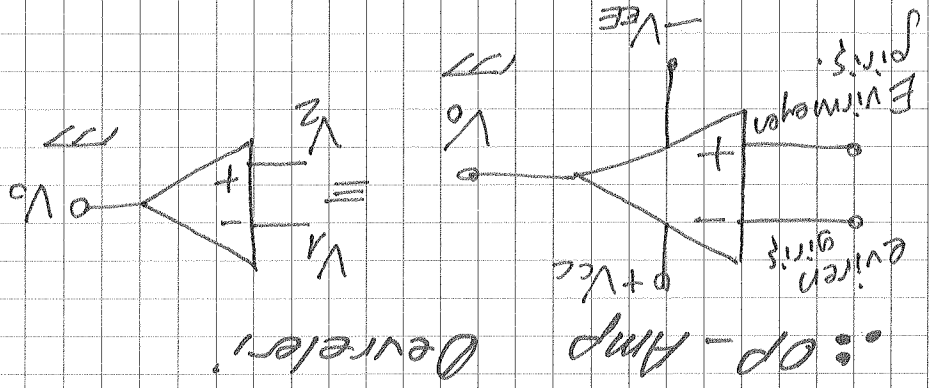


$K_p \rightarrow$ Oranlı kazanç
 $T_d \rightarrow$ Türev zamanı (sabit) ayarlanabilir.
 Transfer fonksiyonu.

$$L(s) = K_p F(s) + K_p T_d s F(s) \Rightarrow \frac{L(s)}{F(s)} = K_p (1 + T_d s)$$

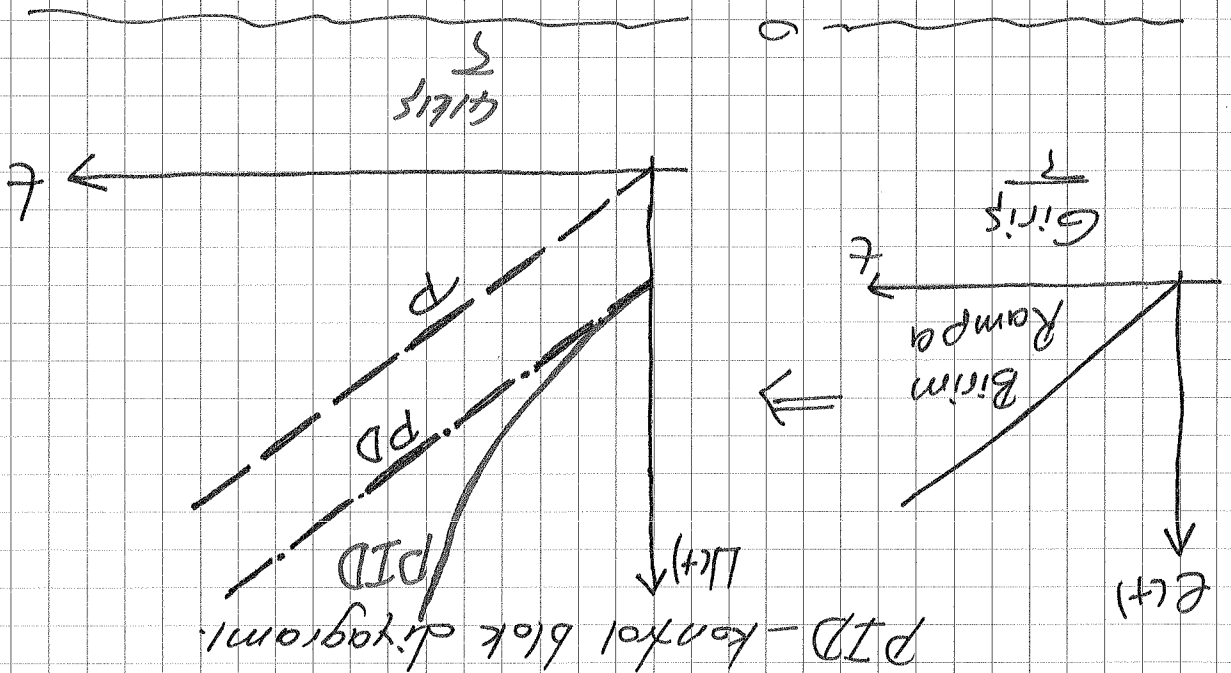
$$L(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

5- Oranhsal + Türev Kontrol (PD) ($K_p = K_0$)

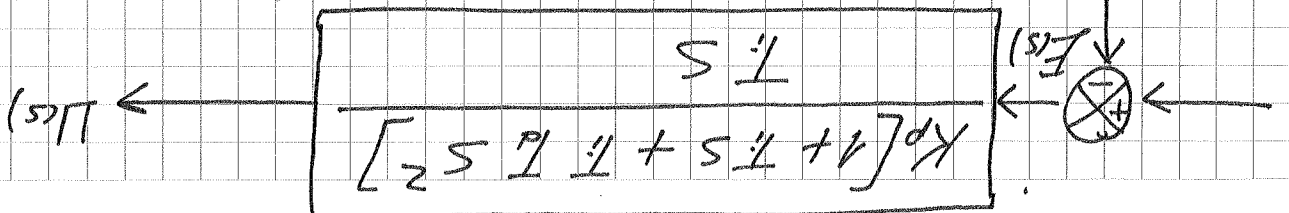


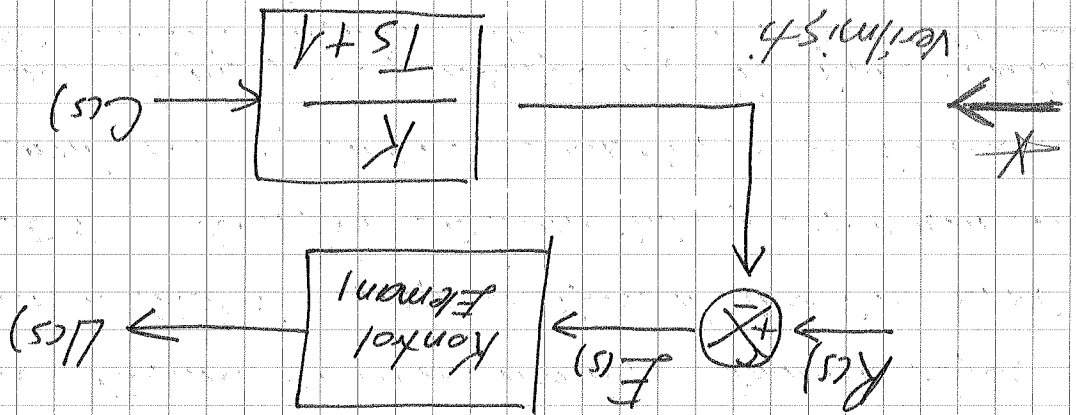
ELEKTRONİK KONTROL SİSTEMLERİ

Sensör veya ölçme elemanlarının dinamik veya statik karakteristikleri, çıkış değişkeni üzerine etkiler. Sensörler kontrol sistemlerinin performansları üzerinde önemli rol oynarlar. Sensörler per-besleme yolu üzerinde transfer-fonksiyonu üzerinde etkili ve 1. derece sensör etkisine ilişkin blok pozitif geri besleme

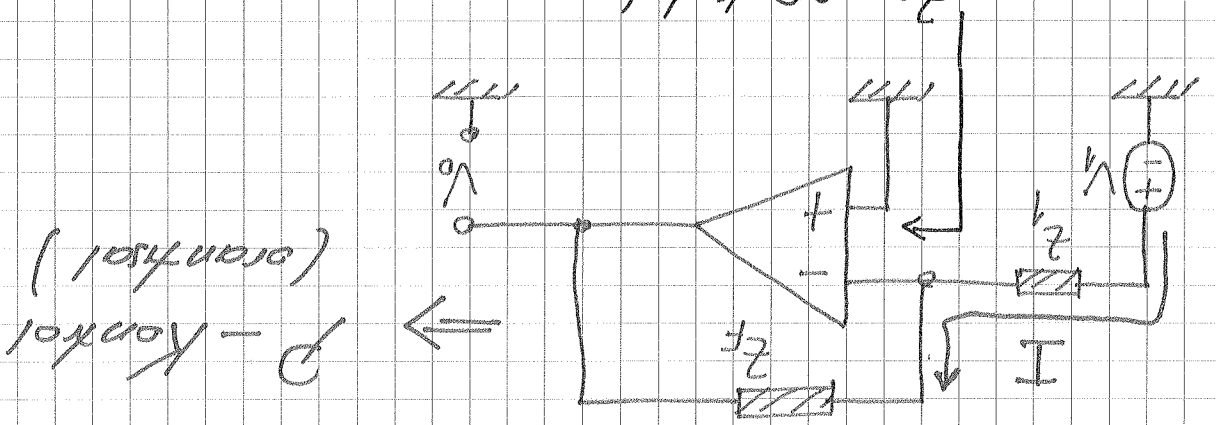


$$(K_p = K_i = K_d)$$





1) Isaret Tersleyici (Inverter ve faz Kaydırıcı)



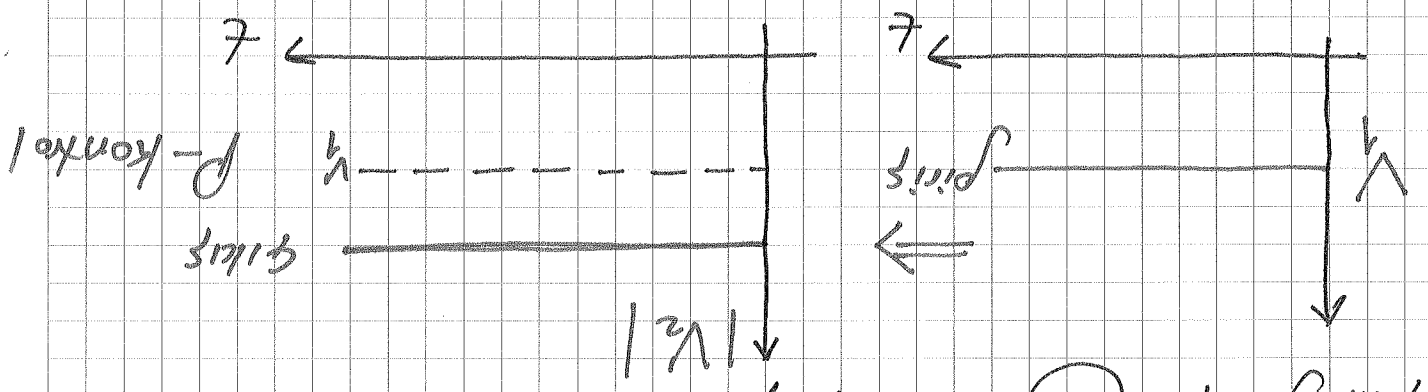
$Z_0 = \infty$ kabul
sırtısten alınmaz.

Devrenin Kopali Gevrim Kazancı:

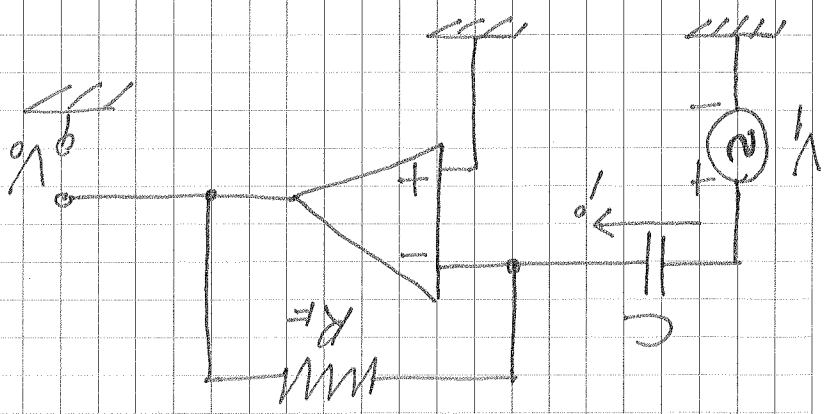
$$\frac{V_0}{V_1} = -\frac{Z_F}{Z_1} \Rightarrow V_0 = -\left(\frac{Z_F}{Z_1}\right) V_1 = K_P V_1$$

* $Z_F = Z_1 \Rightarrow$ deure faz-kaydırır. K_P

Yani sırtısı: (-1) ile garpar.



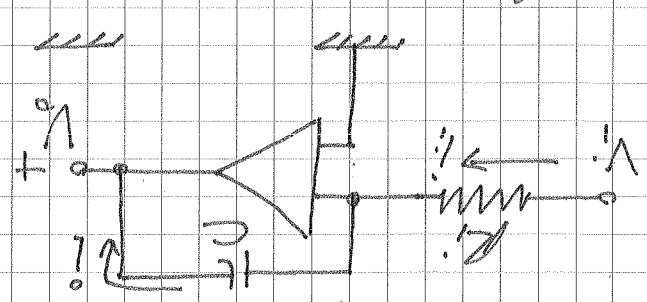
2) Türev Alan Islenel Kuvvetlendirici (Δ-kontrol)



Gırtı's İsarar hırdı değırtırdı
hırdı ile orantılı bırt gıkıs
verır.

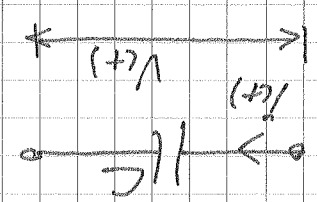
Deviden:
$$V_o = -R_F C \frac{dV_i}{dt}$$

INTEGRAL ALICI DEVIDE (I-Kontrol)



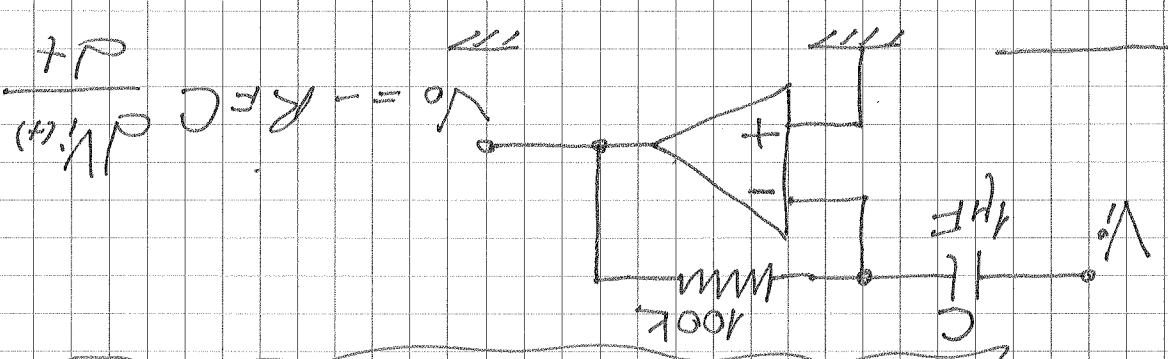
$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int I_i dt$$

$$I_i(t) = C \frac{dV_o(t)}{dt}$$



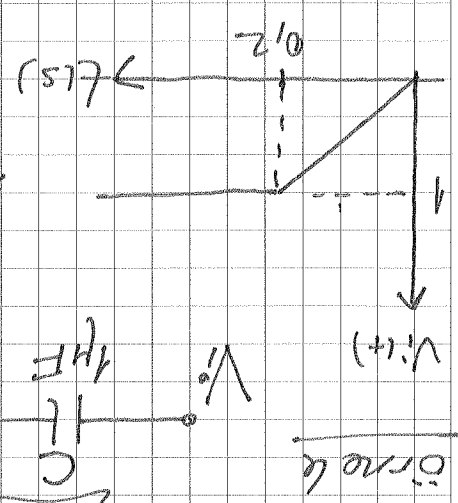
$$I_i = \frac{V_i}{R_i}$$

Deviden $\Rightarrow V_o = \frac{1}{C} \int \frac{V_i(t)}{R} dt = \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt$



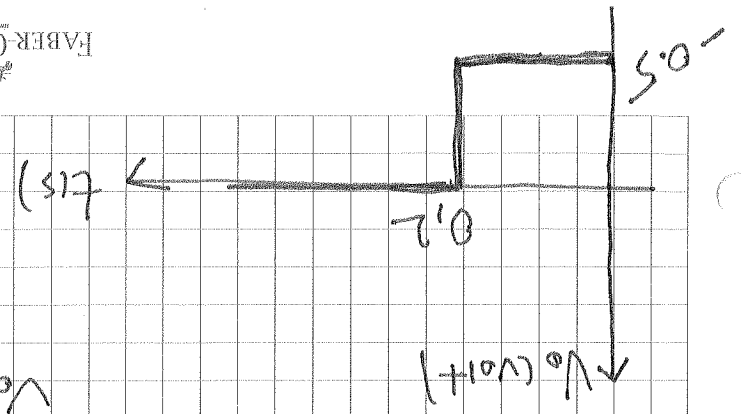
$$V_o = -R_F C \frac{dV_i(t)}{dt}$$

$$V_o = -100 \times 10^3 \times 10^{-6} \frac{dV_i(t)}{dt}$$



$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{1}{0.2} = 5$$

$$V_o = -0.1 \frac{dV_i(t)}{dt} = -0.1 \times 5 = -0.5 V$$

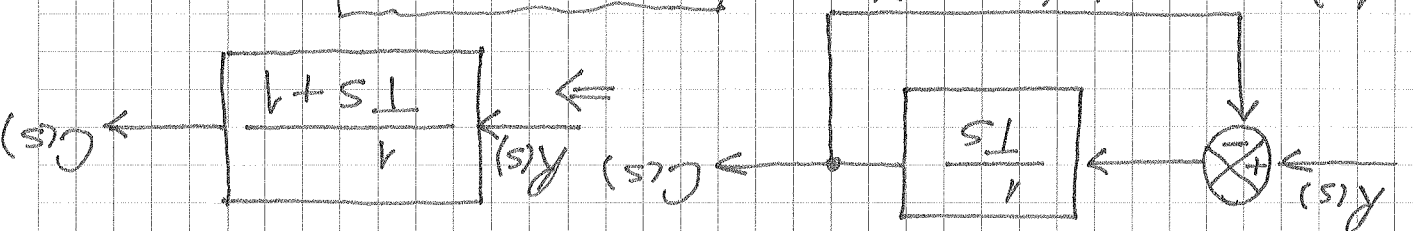


KONTROL SİSTEMLERİNDE CEVAP ANALİZLERİ

BÖLÜM-6

Geçici Çevap Analizi

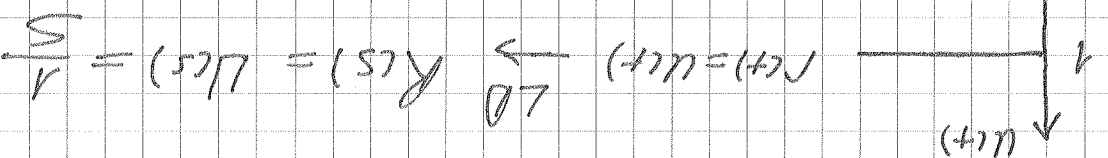
1. Birinci Derece Sistemler:



1. Derece sistemin blok diyagramı

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1}$$

* 1. derece sistemin Birim-Basamak cevabı:



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1} \Rightarrow C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot R(s)$$

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{Ts+1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T}}$$

$$L^{-1}[C(s)] = c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}}, \quad t \geq 0 \text{ için}$$

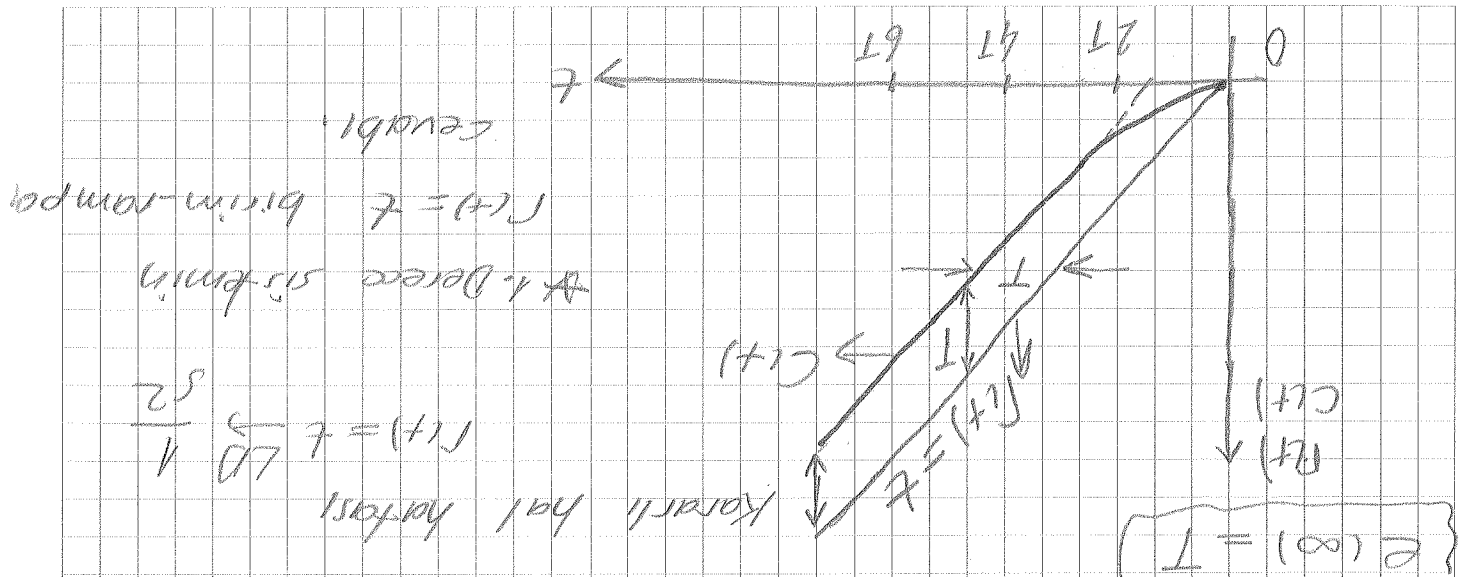
! Baslangıçta $t=0$ için $c(t) = 1 - e^{-t/T} = 0$

!! $t=T$ için $c(t) = 1 - e^{-1} = 1 - e^{-1} = 0.632$

!!! $t=2T \Rightarrow c(t) = 0.865$

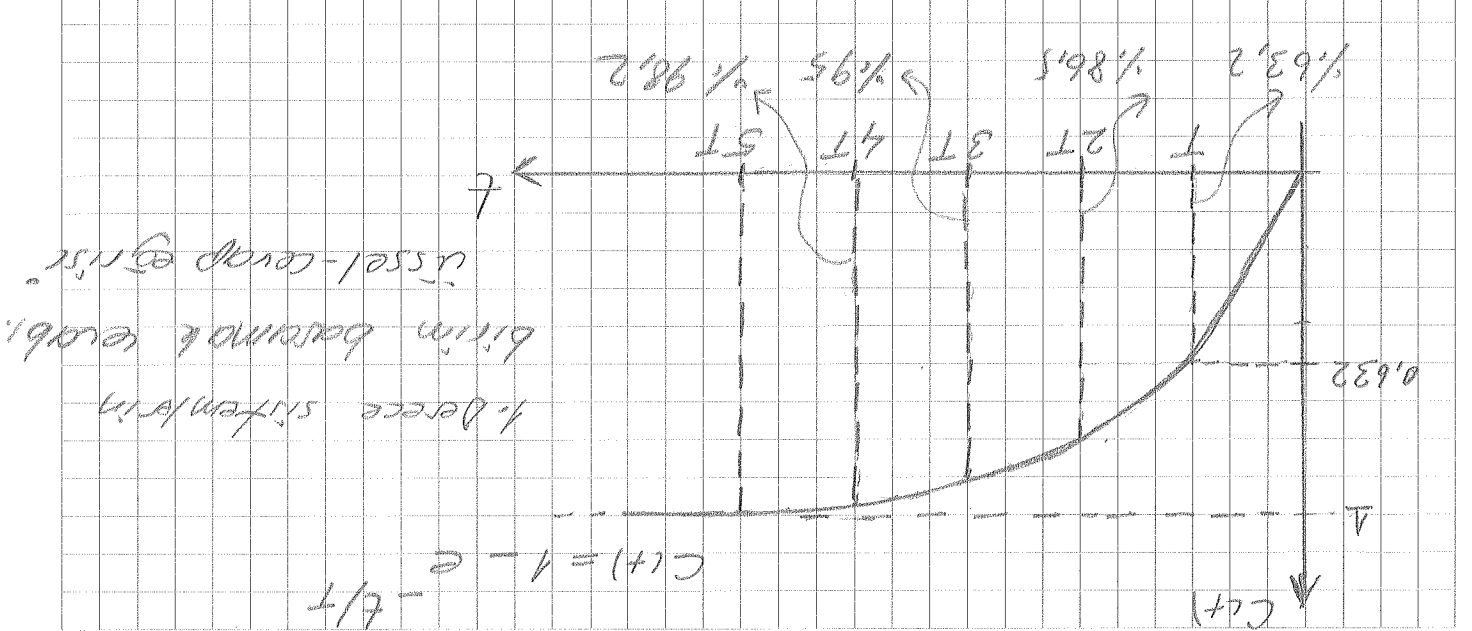
IV) $t=3T \Rightarrow c(t) = 0.950$

V) $t=4T \Rightarrow c(t) = 0.982$



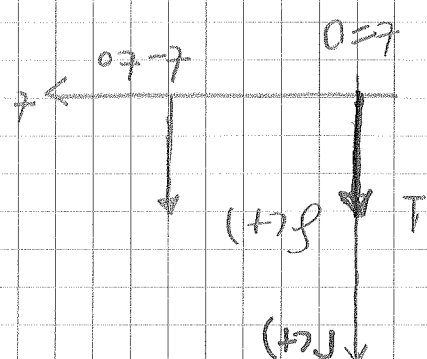
Boylece hatasi sinayih $e(t) \rightarrow T$ ye yaklasir.
 $x \rightarrow \infty$ yaklasirken, $e^{-t/T} \rightarrow 0$ yaklasir.
 $e(t) = R(t) - C(t) = 1 - e^{-t/T} = T(1 - e^{-t/T})$

ii) 1. derece sistemlerin birim rampa cevabi
 $R(s) = \frac{1}{s^2} \rightarrow C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s^2}$ yavir.
 $C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{Ts+1} \Rightarrow C(t) = L^{-1}[C(s)] = t - T + Te^{-t/T}$



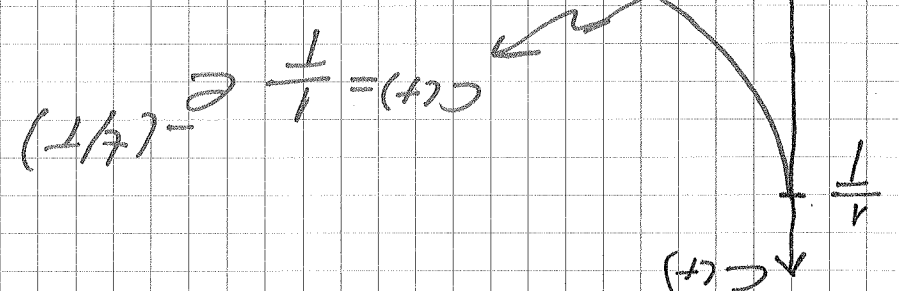
III) 1. Derece Sistemlerin Birim-Darbe Cevabı:

herhangi bir t_0 anında genliği 1 olan fonksiyon birim-darbe fonksiyonu olarak tanımlanır.



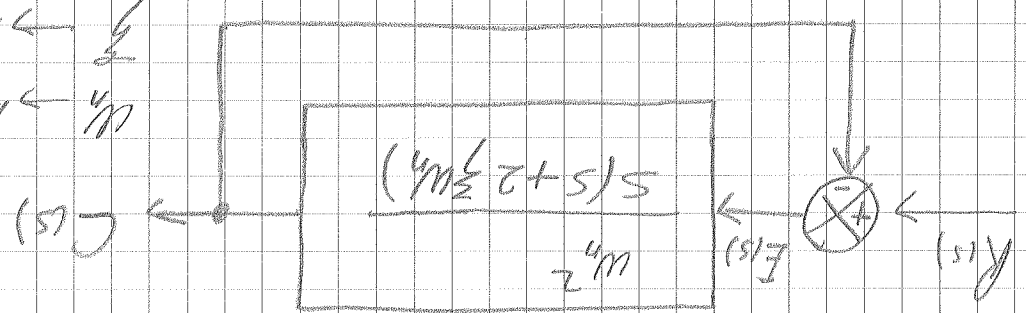
1. Derece sistem için:

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot R(s) \rightarrow C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot 1 \cdot \mathcal{L}^{-1} \{ C(s) \} = \frac{1}{T} e^{-t/T}$$



1. derece sistemin birim-darbe cevabı.

2. DERECE SİSTEMLER



2. Derece sistem.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

Kapalı-geçirim transfer fonksiyonu.

1) Titreşimli Sönümlü Hal $\{0 < \zeta < 1\}$

Bu durumda:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{(s + \zeta w_n + jw_d)(s + \zeta w_n - jw_d)}$$

Transfer fonksiyonunda:

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$w_d \rightarrow$ sönümlü doğal frekans.

$$\zeta = \zeta w_n$$

$\rightarrow$ Titreşim azaltma faktörü

* $r(t) = u(t)$ giriş için $C(s)$: $R(s) = 1/s$

$$C(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$I[C(s)] = c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta w_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin\left(w_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}\right), t \geq 0$$

Herkes sinyali: $e(t) = r(t) - c(t)$

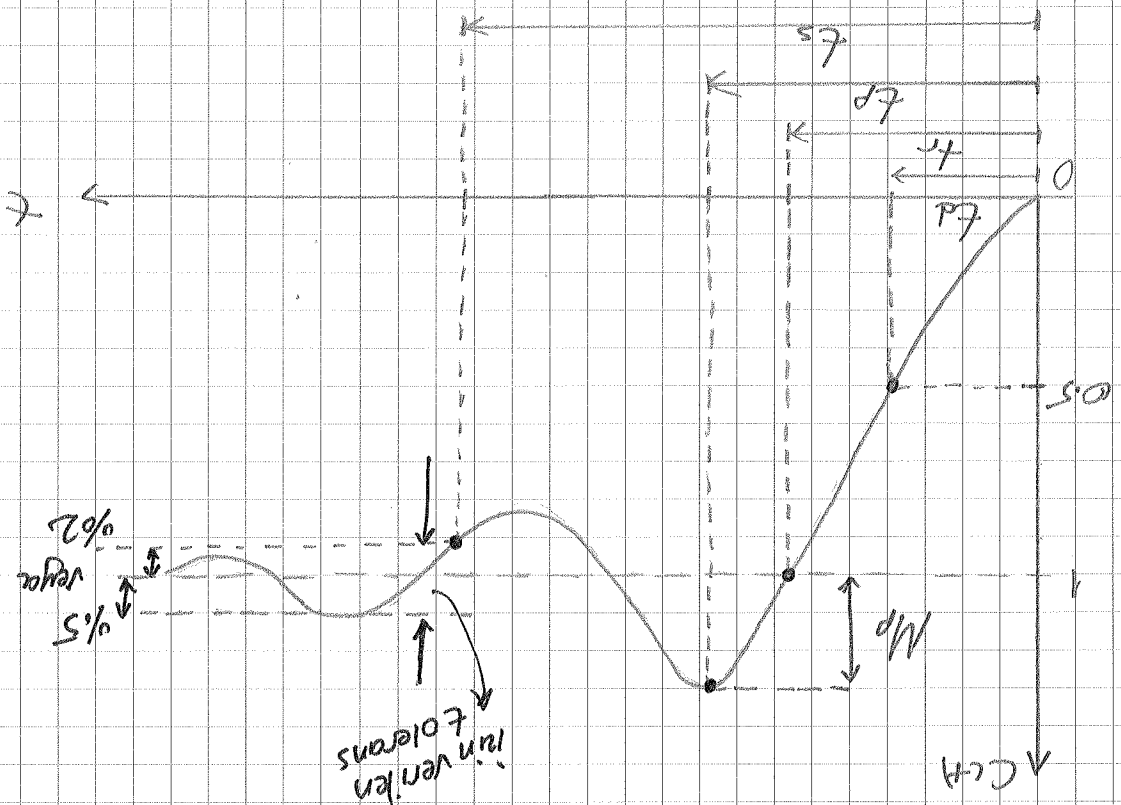
$$e(t) = c - \frac{e^{-\zeta w_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \left(\cos w_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin w_d t \right), t \geq 0$$

ii) Kritik Sönümlü Hal $\boxed{\zeta = 1}$

Sayet $C(s)/R(s)$ in 2 kutbu yataylık eşiğ olursa, sistem kritik sönümlü olarak tanımlanabilir.

$$r(t) = u(t) \text{ giriş için, yani } R(s) = \frac{1}{s} \text{ için } C(s) :$$

Birim-Basamak cevap eğrisi



Gesicci Durum Davranışı ile ilgili Terminlar

Buradan:

$$s_1 = (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n \quad \text{ve} \quad s_2 = (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n$$

$$C(s) = \frac{(s + \zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})}{\omega_n^2}$$

$$I^{-1}[C(s)] = C(t) = 1 + \frac{\omega_n}{s_1} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right), t \geq 0$$

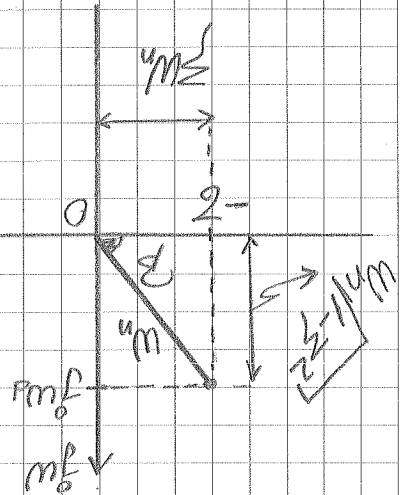
$\zeta = 1/5$ için $R(1) = 1/5 \Rightarrow C(s)$:

iii) Asiri Sönümlü Hal: $\boxed{\zeta > 1}$

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \cdot \frac{1}{s} \xrightarrow{LD} \left\{ \begin{aligned} C(t) &= 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t), t \geq 0 \end{aligned} \right.$$

- t_d : Gecikme zamanı
 t_r : Yükleme zamanı
 t_p : Tepe zamanı
 M_p : Maksimum asma
 t_s : Sakinleşme zamanı

Maksimum asma yüzdesi: $\%M_p = \frac{C(t_p) - C(\infty)}{C(\infty)} \times 100$



$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_D}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_D}$$

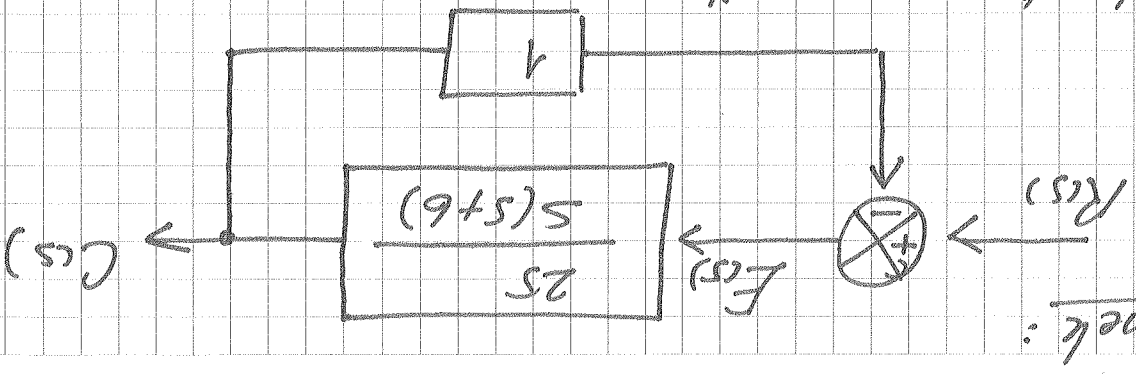
$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right)$$

$$M_p = C(t_p) - 1 = e^{-\pi \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)} = e^{-\left(\frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{2}{\omega_D} \right) \pi}$$

Sakinleşme zamanı:

$$\%2 \text{ Kriteri: } t_s = 4T = \frac{4}{\omega_D} = \frac{2}{\xi \omega_n}$$

$$\%5 \text{ Kriteri: } t_s = 3T = \frac{3}{\omega_D} = \frac{3}{\xi \omega_n}$$



Block diagramı verilen

Kontrol sistemi için t_p , t_s , W_n ve ζ = ?

Çözüm: Sistem için $C(s)/R(s)$ transfer fonksiyonu:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1 + \frac{25}{s}}{\frac{25}{s(5+6)}} = \frac{s^2 + 6s + 25}{25} = \frac{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}{25}$$

$$W_n = 5$$

$$2\zeta W_n = 6 \Rightarrow \zeta = 0.6$$

$$W_d = W_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 5 \sqrt{1 - 0.6^2} = 4$$

$$\sigma = W_n \zeta = 5 \times 0.6 = 3$$

$$\tau = \frac{W_d}{\pi - \beta} = \frac{4}{3.14 - 0.93} = 0.555$$

$$t_p = \frac{\pi}{W_d} = \frac{3.14}{4} = 0.785$$

$$M_p = e^{-(\pi/W_d)} = e^{-(3/4)\pi} = 0.095 \Rightarrow \%M_p = \%9.5$$

$$* t_s \Rightarrow \%1.2 \text{ kritik} \Rightarrow t_s = \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4} = 1.335$$

$$1.5 \text{ " " } \Rightarrow t_s = \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3} = 1.5$$

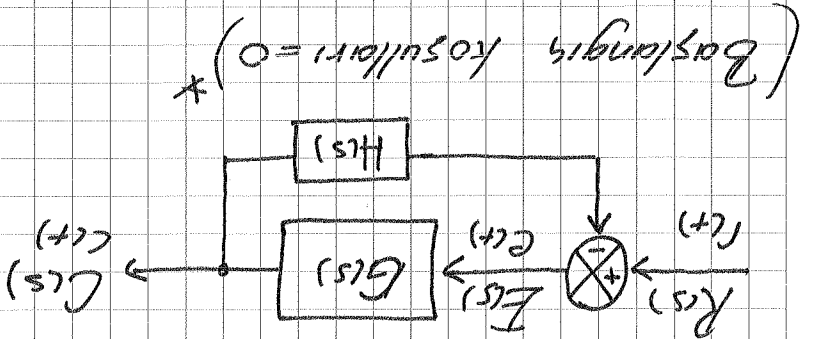
GERİ BESLEMELİ KONTROL SİSTEMLERİNDE HATA TANIMLARI

BÖLÜM-7

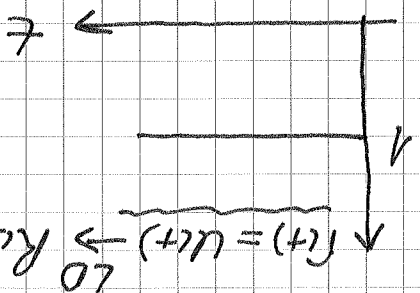
GERI-BESTEMELİ KONTROL SİSTEMLERİNDE HATA

TANIMLARI #

1) Kararlı hatı hatası (ess). / steady-state error



$$F(s) = \frac{1}{1+G(s)H(s)} \Rightarrow E(s) = \left[s F(s) \right] = [e(t)] \quad t \rightarrow \infty$$



2) Konuma Başlı Hata Katkısı (K_p)

(statik pozisyon hatası)

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} [G(s)H(s)] = G(s)H(s) \Big|_{s=0}$$

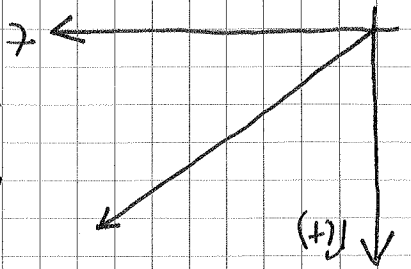
$$E_{ss} = \frac{1}{1+G(s)H(s)} \Big|_{s=0} \Rightarrow \text{olduğu dikkate alınarak}$$

$$E_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

Başlangıçta yazar

$$x f(t) = t \text{ için } (IC=0)$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)}$$



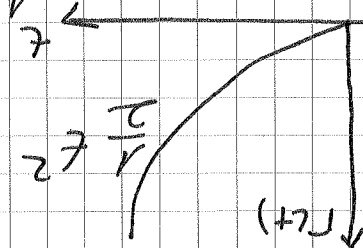
$$E_{ss} = [s F(s)] = \left[s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)} \right]_{s=0} \Rightarrow$$

$$e_{ss} = \left. \frac{1}{s^2 + K_a} \right|_{s=0} \Rightarrow \left\{ e_{ss} = \frac{1}{K_a} \right\}$$

$$K_a = \left[s^2 G(s) H(s) \right]_{s=0}$$

numeye Bagli Herke Katsayisi: (K_a)

$$e_{ss} = \left[s E(s) \right]_{s=0} = \left[\frac{1}{s^2} \left(\frac{1}{1 + G(s) H(s)} \right) \right]_{s=0}$$



$$E(s) = \frac{1}{s^3} \frac{1}{1 + G(s) H(s)}$$

$r(t) = \frac{1}{2} t^2$ parabolik piris $[I_C = 0]$ $(R(s) = \frac{1}{s^3})$

$$e_{ss} = \left. \frac{1}{s + K_v} \right|_{s=0} = \frac{1}{K_v} \Rightarrow \left\{ e_{ss} = \frac{1}{K_v} \right\}$$

ess i-federinde K_v yerine yazilirsa:

$$K_v = \left[s G(s) H(s) \right]_{s=0}, \text{ yukari } r(t) = t \text{ piris'inin yaninda}$$

3) Hiza Bagli Herke Katsayisi (K_v)

$$e_{ss} = \left[\frac{1}{s + s G(s) H(s)} \right]_{s=0} \leftarrow r(t) = t \text{ piris'inin}$$

Kp: Sisteme basamak biriminde fiyat uygulandığında sürekli hal konum hafızasının bir ölçüsüdür.
Kv: rampa fiyat için sürekli haldeki hız hafızası tanımlar.

Ka: Kontrol sisteminde, sabit ıme işaret ya da parabol zeklinde bir işaret uygulandığında ıme hafızasını belirler.

Not: AGTF baz alınarak kontrol sistemleri sınıflandırılır. Birim - Geri besleme: bir kontrol sistemi için $G(s)$:

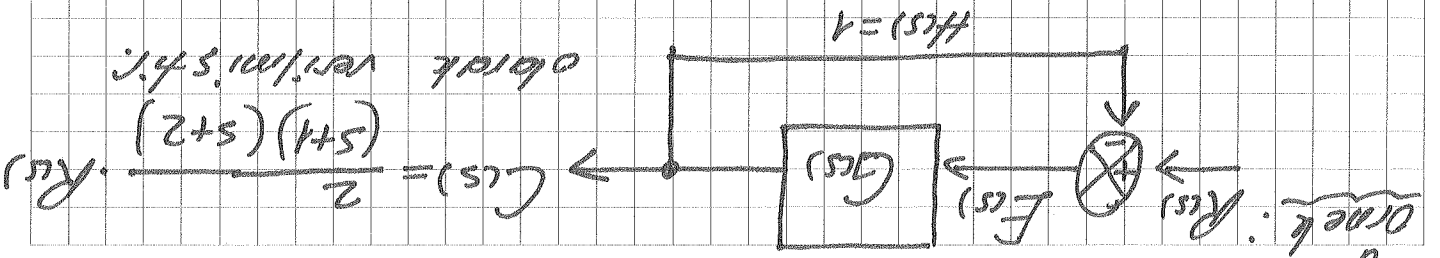
$$G(s) = \frac{K(T_{a5}+1)(T_{b5}+1) \dots (T_{m5}+1)}{S^N(T_{15}+1)(T_{25}+1) \dots (T_{p5}+1)}$$

Burada: $N=0 \rightarrow$ tip 0 sistem
 $N=1 \rightarrow$ tip 1
 $N=2 \rightarrow$ tip 2
 olarak adlandırılır.

farklı fiyat fonksiyonları için tip 0, tip 1 ve tip 2 sistemlere ait kararlı hal hataları tablosu aşağıda verilmektedir.

Tip 0 sistem	Tip 1 sistem	Tip 2 sistem
$f(t) = \frac{1}{1+K}$	$f(t) = \frac{1}{K}$	$f(t) = \frac{1}{K}$
$f(t) = \frac{1}{2}t^2$	$f(t) = \frac{1}{2}t^2$	$f(t) = \frac{1}{2}t^2$

Kararlı hal hatası e_{ss} in K kavramına göre ifadesi:



a) $r(t) = u(t)$ için sistemin kararlı hal davranışını belirleyiniz $e_{ss} = ?$

b) Konuma bağlı hata katsayısı K_p yi bulunuz.

Çözüm: a) $r(t) = u(t) \xrightarrow{LD} R(s) = 1/s$

$$e(t) = r(t) - c(t) \text{ den } e(t) \text{ yi bulunuz.}$$

Block diagramdan:

$$C(s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}$$

$$s^2A + 3sA + 2A + s^2B + 2sB + s^2C + 2C = 2$$

$$2A = 2 \Rightarrow A = 1$$

$$A + B + C = 0 \Rightarrow B + C = -1$$

$$8A + 2B + C = 0 \Rightarrow 2B + C = -3$$

$$\boxed{B = -2 \text{ ve } C = 1} \text{ bulunur}$$

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} + \frac{1}{s+2} \Rightarrow c(t) = 1 - 2e^{-t} + e^{-2t}$$

$$e(t) = r(t) - c(t) = 1 - (1 - 2e^{-t} + e^{-2t}) = 2e^{-t} - e^{-2t}$$

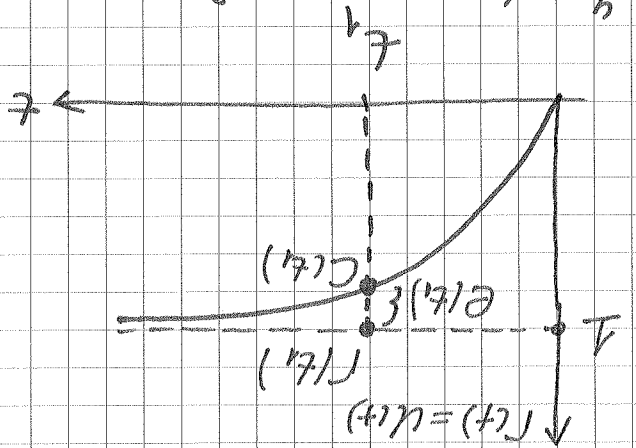
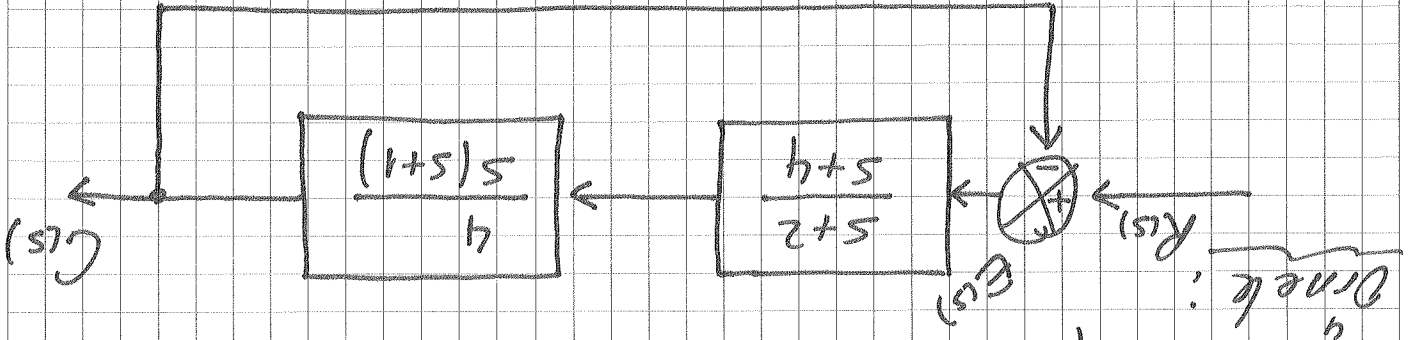
$$e_{ss} = e(\infty) = \frac{2}{2} - \frac{e^{-\infty}}{2} = 0 \text{ Kararlı hal hatası}$$

b)

$$C(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \cdot R(s) \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$$r(t) = u(t) \text{ için}$$

a) Blok diyagramı verilen kontrol sistemi için K_p, K_v ve K_a hatırlatıcıları ile $b) e_{ss}$ bulunur.



Hatırlatıcılar bir t_1 anında değeri ise:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Konuyla ilgili hatırlatıcılar K_p :

$$K_p = G(s)H(s) \Big|_{s=0} = \frac{2}{s(s+3)} \cdot 1 \Big|_{s=0} = \infty$$

$$G(s) = \frac{2}{s^2+3s} = \frac{2}{s(s+3)}$$

olarak bulunur.

$$2+2G(s) = s^2G(s) + 3sG(s) + 2G(s) = G(s)(s^2+3s)$$

Buradan $G(s)$ bulunur.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2+3s+2} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+1)(s+2)}$$

Gözümlü a)

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot G(s) \cdot H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot \frac{s+2}{4} \cdot \frac{1}{s(s+1)} \right] = \frac{0}{8} = \infty //$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot G(s) \cdot H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot \frac{s+2}{4} \cdot \frac{1}{s(s+1)} \right] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} //$$

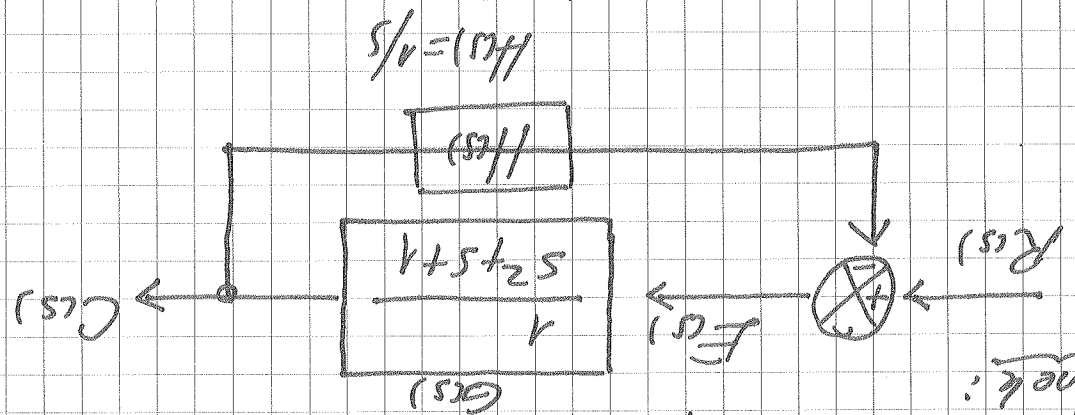
$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 \cdot G(s) \cdot H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s^2 \cdot \frac{s+2}{4} \cdot \frac{1}{s(s+1)} \right] = 0 //$$

b) $r(t) = u(t) \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s}$ için Kararlı hal hatası Ess:

$$K_p = G(s) \cdot H(s) \Big|_{s=0} \Rightarrow K_p = \infty \text{ idi.}$$

$$E_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+\infty} = 0 //$$
 olarak bulunur.

Önce:



$$H(s) = 1/s$$

Verilen kontrol sisteminin $r(t) = t$ rampa fonksiyonu uygulanıyor. Kararlı hal hatasını bulunuz. $E_{ss} = ?$

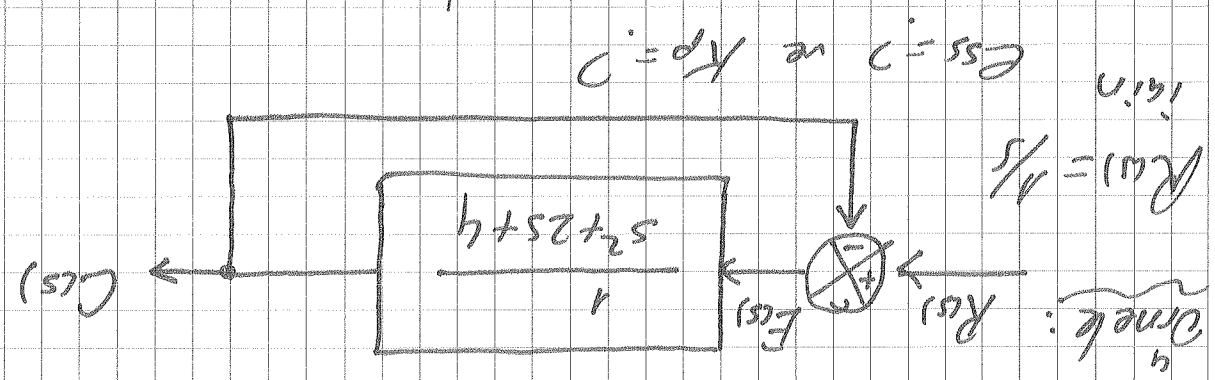
$$R(s) = \frac{1}{s^2} \Rightarrow K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot G(s) \cdot H(s) \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot \frac{1}{s^2 + s + 1} \cdot \frac{1}{s} \right] = \frac{1}{1} = 1 //$$

$E_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{1} = 1$ olarak bulunur.

$E_{ss} = \frac{4}{5}$ korrali-ha/hataksi

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} (G(s) H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + 2s + 4} = \frac{1}{4}$$

$$E_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$



veyar

$$E_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

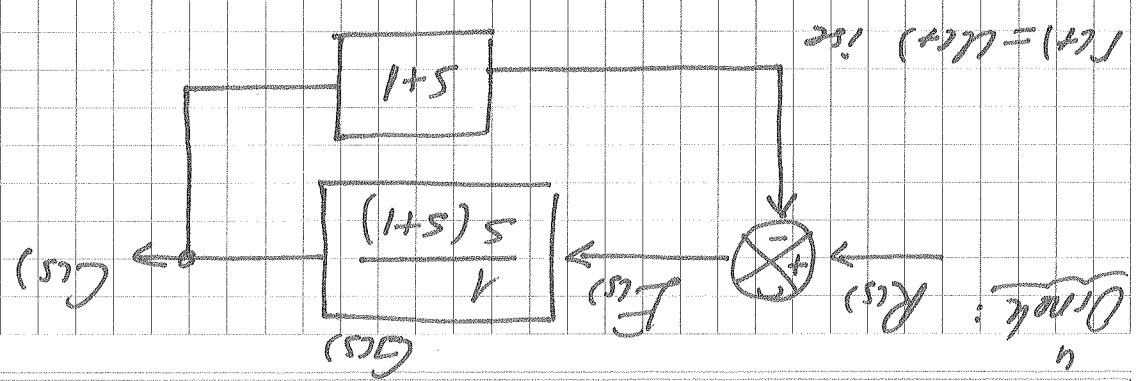
$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} (G(s) H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s(s+1)} = \infty$$

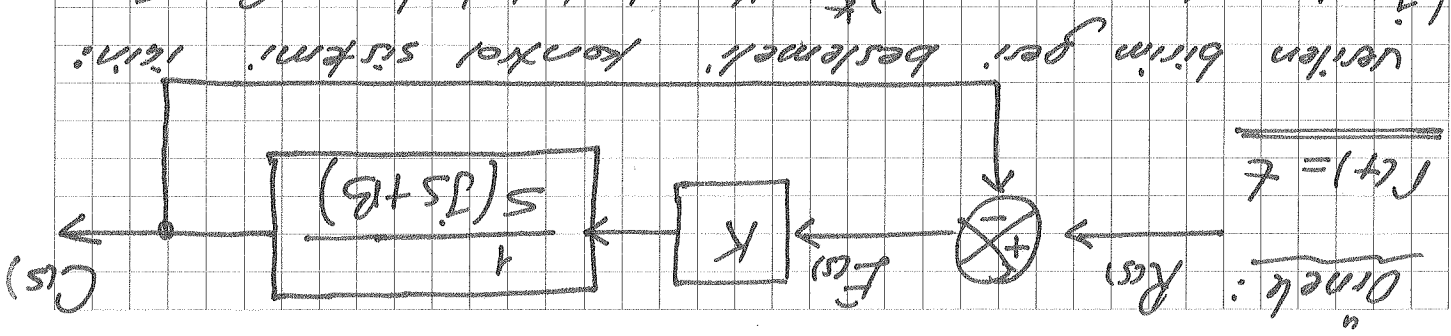
$$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot E(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s(s+1)} = 0$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s(s+1) + 1} = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + 1}$$

$$E(s) = R(s) - H(s)G(s)E(s) \Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

K_p ve $E_{ss} = ?$ $R(s) = \frac{1}{s}$





$r(t) = t$

verilen birim geri beslemeli kontrol sistemi için:
 ($\beta = 1$ olmak üzere) * Kararlı hal-karşılığı E_{ss} , Sonu-
 lenme oranı β , ve dogal frekans ω_n degerlerini bulunuz.
 Çözüm: $r(t) = t$ için $R(s) = 1/s^2$ ve $E_{ss} = s E(s)$

$E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - F(s) \Rightarrow E(s) = \frac{1}{1+G(s)} \cdot R(s)$

$F(s) = \frac{1}{1 + \frac{K}{s(j*s + B)}} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{s(j*s + B)}{s(j*s + B) + K} \cdot \frac{1}{s^2}$

$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s(j*s + B) + K} \cdot \frac{1}{s^2} \Rightarrow \left\{ E_{ss} = \frac{B}{K} \right\}$ bulunur.

Sistem için Transfer fonksiyonu yazarsak:

$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{j*s^2 + B*s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n \zeta s + \omega_n^2}$

$\beta = 1$ için $\Rightarrow \left\{ \omega_n = \sqrt{K} \right\}$ Dogal frekans.

$2\omega_n \zeta = B$

$\zeta = \frac{B}{2\omega_n} = \frac{B}{2\sqrt{K}}$

olmak belirlenir.

Sonuçlar: $\omega_n = \sqrt{K}$

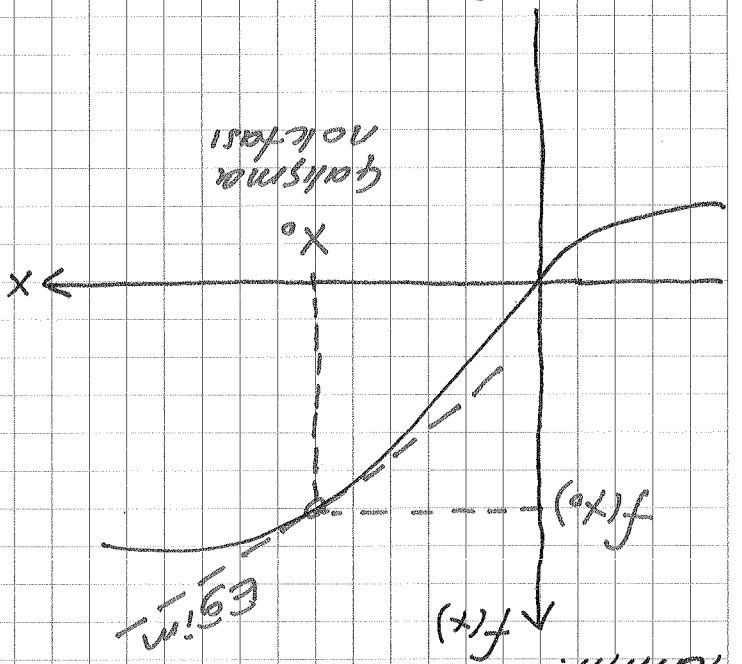
LINEER OLMAYAN SİSTEMLERİN LINEERLEŞTİRİLMESİ

BÖLÜM-8

LINEER DÜMAYAN SİSTEMLERİN LİNEERLEŞTİRİLMESİ

Non-lineer sistem davranışları hakkında bir bilgi elde edebilmek için, sistem için bir çalışma noktası etrafında lineer hale getirilmesi önemli bir bilgi sağlayacaktır. Bunun için Taylor serisinden yararlanılır.

örneğin $x(t)$, $z(t)$ gibi bir sistemin ele alın.



① $z = f(x)$ in (x_0, z_0) noktası civarında lineerleştilmesi için Taylor serisi kullanılır.

$$z = f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x - x_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2}(x - x_0) + \dots$$

yanılır. Eğer $x - x_0$ değeri küçük ise yüksek dereceli terimleri ihmal edebiliriz. Böylece:

$$z - z_0 = a(x - x_0) \text{ yazılabilir.}$$

$$\text{Buradan: } a = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} \text{ ve } (z - z_0) \text{ ile } (x - x_0) \text{ in}$$

arabı olduğu görülebilir. Böylece $z = f(x)$ in

$x = x_0$ ve $z = z_0$ çalışma noktası civarındaki "lineer model" elde edilebilir olur.

② $z = f(x, y)$ şeklinde verilen fonksiyonun

(x_0, y_0, z_0) çakışma noktası civarındaki lineer model.

$$z = f(x_0, y_0) + \left[\frac{\partial f}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y} (y - y_0) \right] + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} (x - x_0)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} (x - x_0)(y - y_0) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} (y - y_0)^2 \right] + \dots$$

olarak Taylor serisi ağırlıklı olarak yazılır.

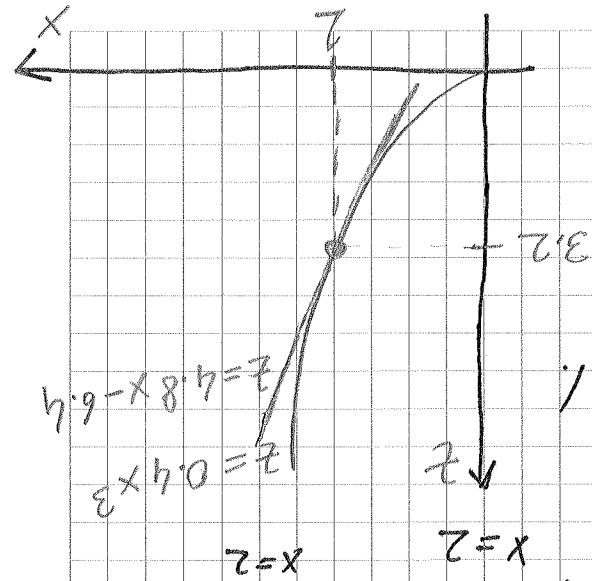
Yüksek dereceli terimler ihmal edilirse, non-linear fonksiyonun $x = x_0$, $y = y_0$ ve $z = z_0$ çakışma noktası

civarındaki lineer matematik modeli:

$$z - z_0 = \frac{\partial f}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y} (y - y_0)$$

olarak elde edilir.

$$z = f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y} (y - y_0)$$



$$z = 4.8x - 6.4$$

$$z - 3.2 = 4.8(x - 2)$$

$$z - z_0 = a(x - x_0) \quad \text{yönl.} \quad a = \frac{dz}{dx} \bigg|_{x=2} = 1.2x^2 = 4.8$$

örnek: $z = 0.4x^3 = f(x)$ in linear modelin
 $(x_0 = 2 \text{ ve } z_0 = 3.2)$ civarında belirleyiniz.

$$z - 66 = 11(x - 6) + 6(y - 11) \Rightarrow z = 11x + 6y - 66$$

Linear Model

$$B = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} \bigg|_{x=x_0, y=y_0} = 6$$

$$A = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2} \bigg|_{x=x_0, y=y_0} = 11$$

$$z - z_0 = A(x - x_0) + B(y - y_0)$$

biliniz.

$x_0 = 6, y_0 = 11$ ve $z_0 = x_0 y_0 = 66$ için linear modelin

örnek: $z = xy$ olarak verilen non-linear fonksiyonun

Linear-model.

$$50z = x - 2y + 100 \Rightarrow \left\{ z = \frac{1}{50}x - \frac{2}{50}y + 2 \right.$$

$$z - \frac{100}{50} = \frac{1}{50}(x - 100) - \frac{1}{25}(y - 50)$$

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{e}{f} = \frac{x}{1} = \frac{p}{1} = \frac{1}{1} = 1 \quad & \begin{matrix} 050 = h \\ 100 = x \\ 050 = y \end{matrix} \\ \beta = \frac{e}{f} = \frac{y}{-2} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \quad & \begin{matrix} 050 = h \\ 100 = x \\ 050 = y \end{matrix} \end{aligned}$$

$$\left\{ z - \frac{x_0}{50} = \alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0) \right.$$

$$z = \frac{p}{x} = f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{e}{f}(x - x_0) + \frac{e}{f}(y - y_0) + \dots$$

ifadeyi: $(x_0, y_0) = (100, 50)$ civarında lineerleştirimi

Örnekle: $z = \frac{p}{x} = f(x, y)$ seklinde verilen non-linear

BÖLÜM-9

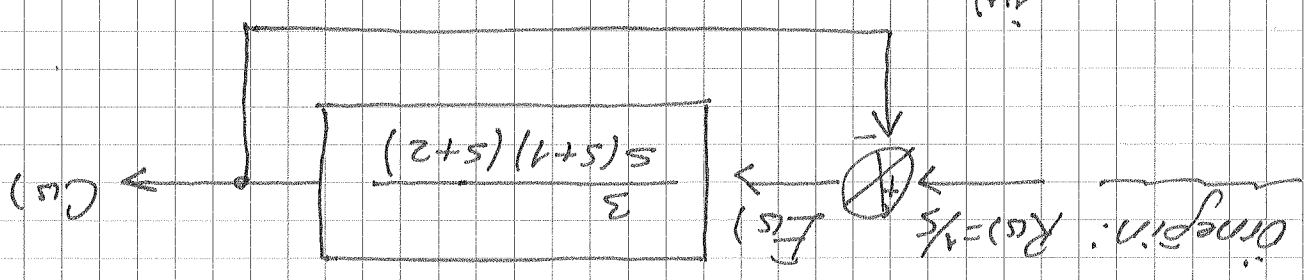
GERİ BESLEMELİ KONTROL SİSTEMLERİNDE KARARLILIK ANALİZİ

- ROUTH KRİTESİ
- KÖK-YER EĞİRİSİ

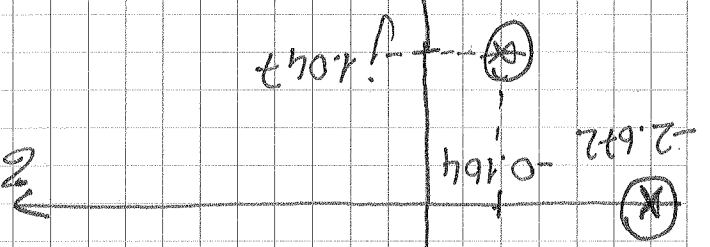
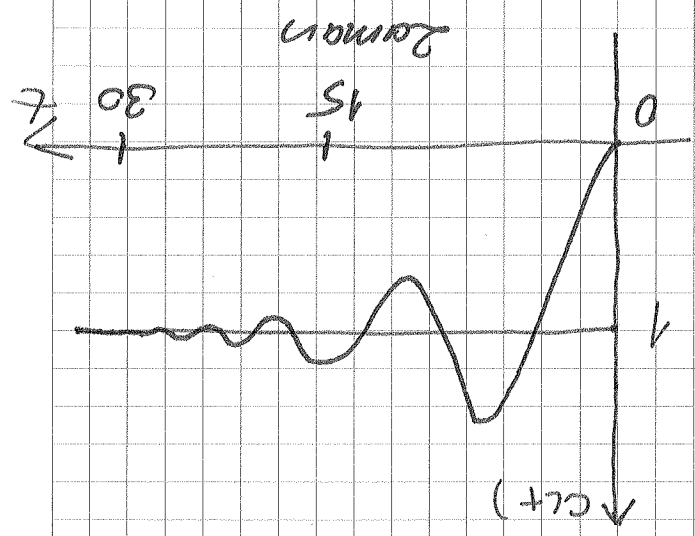
GERİ BESLEMELİ KONTROL SİSTEMLERİNDE KARARLILIK ANALİZİ

Kararlı sistem sınıfı bir cevapla sahip sistemdir.
 Kararlılık analizi:

- 1- Komplet s- düzlemi yaklaşımları
- 2- Zaman alanı yaklaşımı
- 3- Frekans alanı yaklaşımlarından yararlanılır.



* Kararlıdır, bir sistem ise:

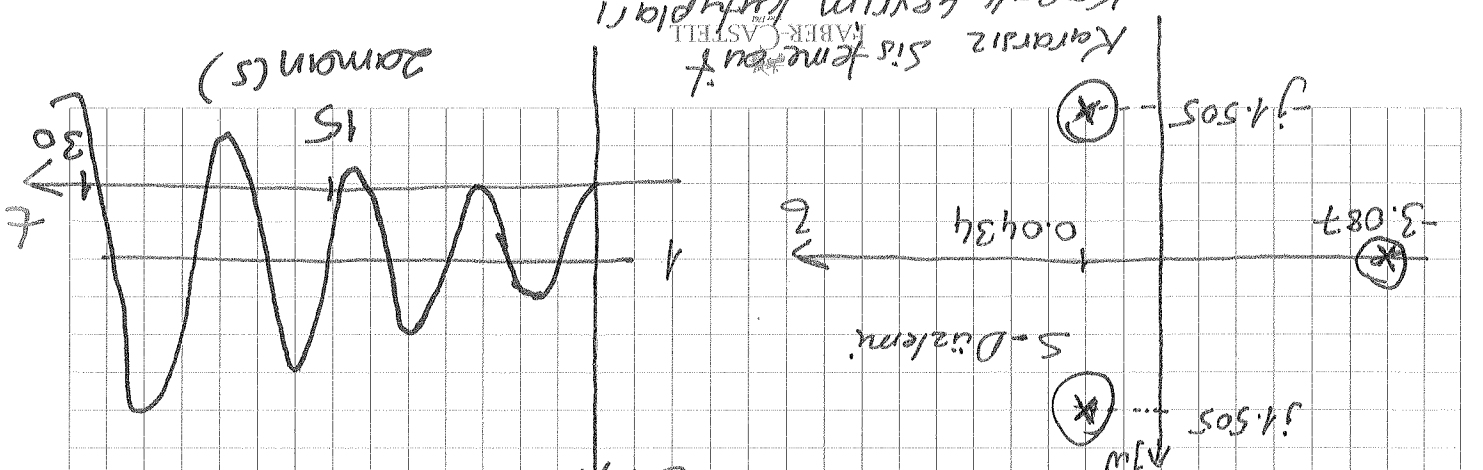


Kararlı sistemler için

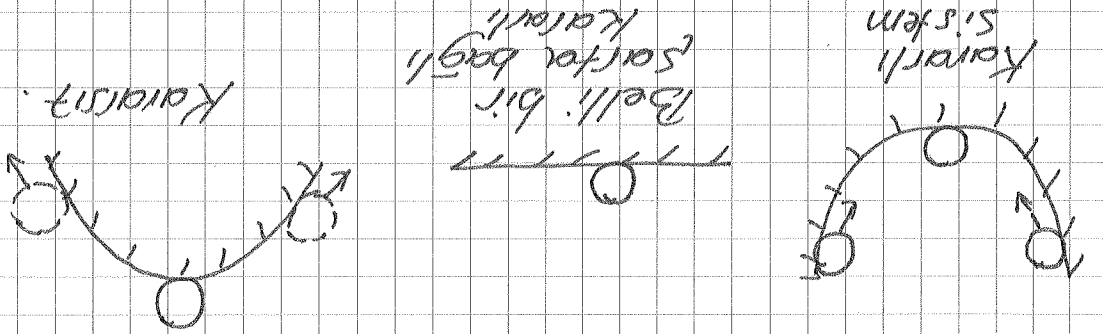
Kapalı çevrim kutupları

Yükarıdan verilen kararlı sistem için

$$C(s) = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$



1. Bir sistem, eğer $t \rightarrow \infty$ 'a yaklaşırsa kararlıdır
2. Bir sistem, $t \rightarrow \infty$ 'a yaklaşırsa kararlıdır
3. Bir sistem, eğer cevapı sönümlenmiyor büyümüyor fakat sabit kalıyor yada salınım yapıyorsa marginal kararlıdır.



Çogu lineer kapalı çevrim sistemler

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

Aslında

şahiptir. kapalı çevrim transfer fonksiyonuna bağlıdır

burada a ve b sabit olup $n \geq 1$ 'dir.

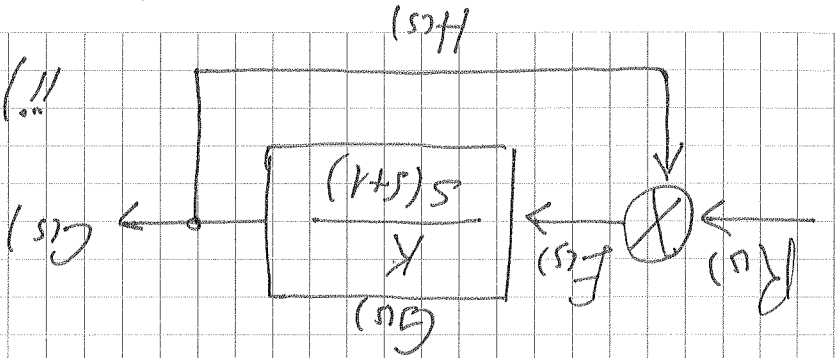
* Transfer fonksiyonunun paydası karakteristik denklemler olarak kabul edilir. Yani: $A(s) \rightarrow$ karakteristik fonksiyon

$H(s) \Rightarrow$ karakteristik. Denklemler:

$$i) G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)} \cdot 1$$

$$(AqTF)$$

$$ii) \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \cdot (KqTF)$$



* $f(s) \Rightarrow$ Karakteristik Fonksiyon

* $f(s) = 0$ Karakteristik Denklemdir

ROUTH-HURWITZ KRİTERİ

ROUTH KARARLILIK KRİTERİ: Karakteristik denklemin katsayılarının düeni temelinde incelenir.

$$\begin{cases} a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \end{cases}$$

1) Eğer S' 'in katsayılarından herhangi biri sıfır ise,

ya da negatif ise, karakteristik denklemin sağ-ya-

5-üzleminde, yada ju eksen üzerinde kölesi

vardır ve Routh kriterini uygulamaya pek yoktur.

Sistem karardır. Eğer $a_0 = 0$ ise, k_d 5

parantezine alınır ve biraz önce bahsedilen koşulla

ın sağlanıp sağlanmadığına bakılır.

2) Bütün katsayıların (+) ve sıfırdan farklı

olması halinde sistemin sağ-ya-5-üzleminde

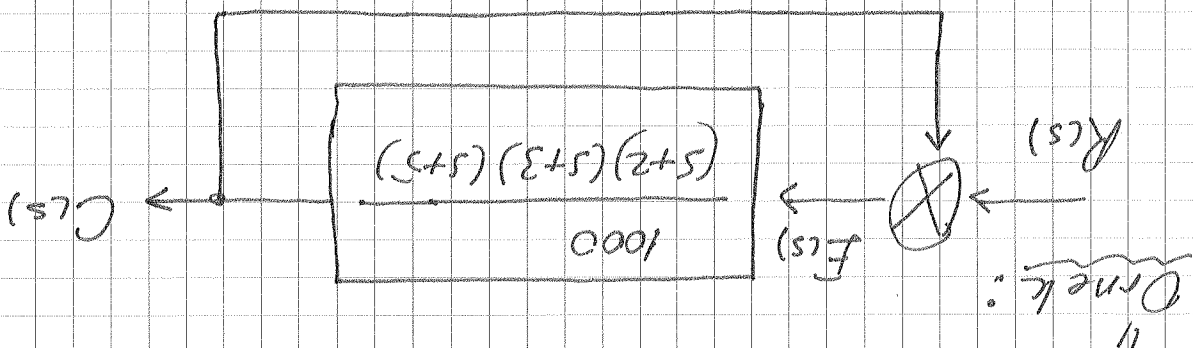
köleleri bulunabilir ve sistem kararlı olabilir.

Bu koşullar pek kolaydır. Yetki koşullar

Routh kriterinden bulunabilir.

Verilen kontrol sisteminin kararlı olup olmadığını Routh kriteri ile belirleyiniz.
 Çözüm: Sistemin Karakteristik denklemini:

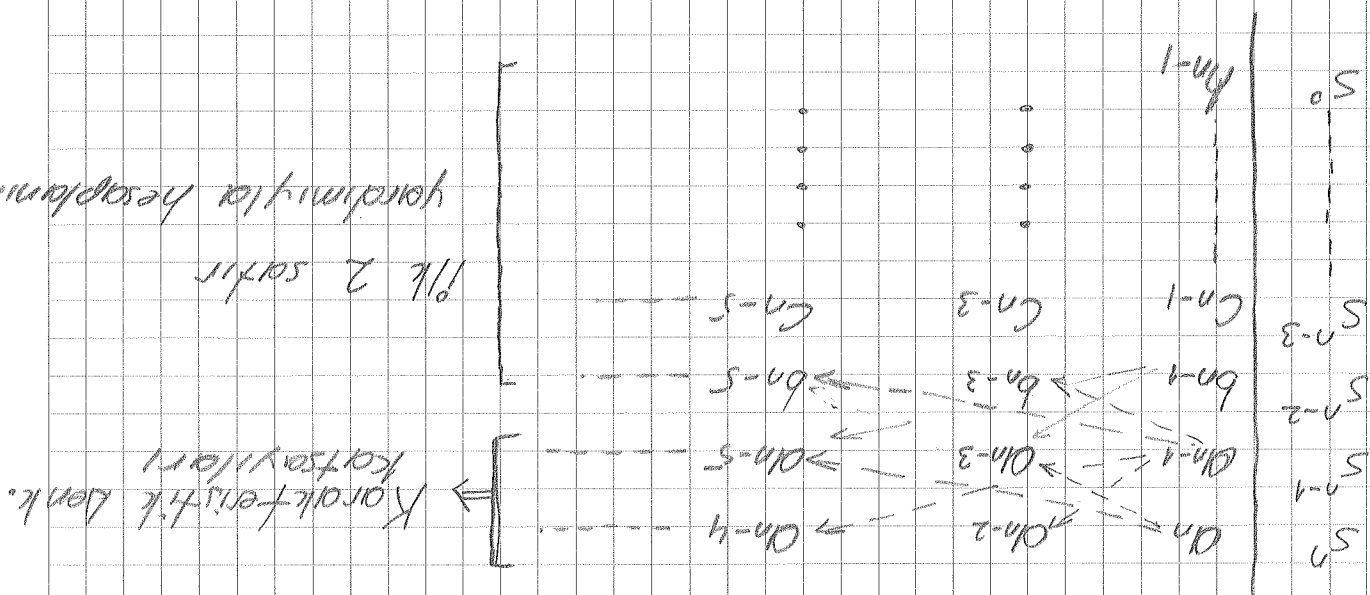
$$s^3 + 10s^2 + 31s + 1030 = 0 \quad \text{dir. Gcs'in paydaşı.}$$



$$C_{n-1} = \frac{-1}{b_{n-1}} \left| \begin{array}{c} a_{n-1} \\ a_{n-3} \end{array} \right|, \quad C_{n-3} = \frac{-1}{b_{n-1}} \left| \begin{array}{c} a_{n-1} \\ a_{n-3} \end{array} \right|$$

$$b_{n-3} = \frac{-1}{a_n} \left| \begin{array}{c} a_{n-1} \\ a_{n-3} \end{array} \right| = \frac{-(a_{n-1}a_{n-3} - a_n a_{n-5})}{a_n a_{n-1}}$$

$$b_{n-1} = \frac{-1}{a_n} \left| \begin{array}{c} a_{n-1} \\ a_{n-3} \end{array} \right| = \frac{-(a_{n-1}a_{n-3} - a_n a_{n-5})}{a_n a_{n-1}}$$



$$\begin{array}{c|c} s_0 & B \\ s_1 & A \\ \hline s_2 & 3 \\ s_3 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1+k \\ 0 \end{array}$$

Kararlılığını inceleyiniz.

$$A = -\frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1+k \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} [(1+k) - 9]$$

$$A = -\frac{1}{3} (k-8) = \frac{8-k}{3}$$

Özellik: Kararlılık şartları için $Q(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1 + k = 0$ olan sistemin

olması sistemin kararlı olduğunu gösterir. İfade değişim sayısı kadardır. İfade değişimliği!

* Sağ-yarı düzlemde köklerin sayısı ile sifirdeki "Sistem Kararlıdır".

Not: İlk sifirde 2 ifade değişimi mevcut. Dolayısıyla 2. kutup sağ-yarı düzlemde.

$$\begin{array}{c|c} s_0 & 103^{**} \\ s_1 & -72^{*} \\ \hline s_2 & 10 \\ s_3 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1030 \\ 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & 10 \\ \hline & 0 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & 10 \\ \hline & 0 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & 10 \\ \hline & 0 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$B = -\frac{1}{3} \left| \begin{array}{c|c} A & 0 \\ \hline 1+k & 0 \end{array} \right| = -\frac{1}{3} [0 - A(1+k)] = 1+k$$

1. sütündaki her bir işaret değişimiye göre kararlıdır.

$$\text{Yani } \Rightarrow A > 0 \Rightarrow B > 0 \Rightarrow \frac{1-k}{3} > 0 \Rightarrow k < 1$$

$$* k = 8 \text{ ve } k = -1 \text{ için } \Rightarrow 1+k > 0 \Rightarrow k > -1$$

Sistem marginal kararlıdır. Bu k değerleri için sistem kararlıdır. Bu k değerleri için sistem kararlıdır. $-1 < k < 8$ aralığındaki k değerleri için sistem kararlıdır.

Örnek: Karakteristik denklemin

$$A(s) = s^3 + 9s^2 + 95s + 36 + k$$

kararlılığını inceleyiniz.

s^3	1	9	0
s^2	4	36+k	0
s^1	A	0	
s^0	B	0	

$$B = -\frac{1}{4} \left| \begin{array}{c|c} A & 0 \\ \hline 4 & 36+k \end{array} \right| = -\frac{1}{4} [0 - A(36+k)]$$

$$B = 36+k$$

$$-\frac{1}{4} > 0 \Rightarrow \Rightarrow k < 0$$

$$36+k > 0 \Rightarrow k > -36$$

İçin sistem kararlıdır.

değerlerinde marginal kararlıdır.

kararlılığını inceleyiniz.

$$G(s)H(s) = \frac{s^3 + 3ks^2 + (k+2)s}{4}$$

ise, sistemin

Transfer fonksiyonu

Örnek: Bir kontrol sisteminin Aile Gevrim

familiyaya yardımı olur

kötüleri bu eteni üzerinde bulunan kökleri

teristik fonksiyonunun bir carpandır. Bu

devam edilir. (G(s) yardımı denklemleri A(s) karak

[0 0] satırın değeri belirlenir. Kararlılık islemleri

yardımı denklemleri familiyaları $\frac{d\phi(s)}{ds}$ göre

çıkarsa, bu satırın üstündeki satıra göre (G(s)

Not: Örnekte olduğu gibi, bir satır [0 0]

üzerinde ve sol-yarı düzlemde

Sistem kararlıdır. Bütün kökleri ju etem

8 yazar.

$$\frac{d\phi(s)}{ds} = 8s \rightarrow s^1 \text{ i. satıra}$$

* Bir üst satır yardımı denklemleri

$$s_1 = -1, s_2 = +1$$

$$\phi(s) = 4s^2 + 4s$$

s^5	1	8	7	0
s^4	4	8	4	0
s^3	6	6		
s^2	4	4		
s^1	0(8)	0		
s^0	4	0		

sistemin kararlılığını inceleyiniz.

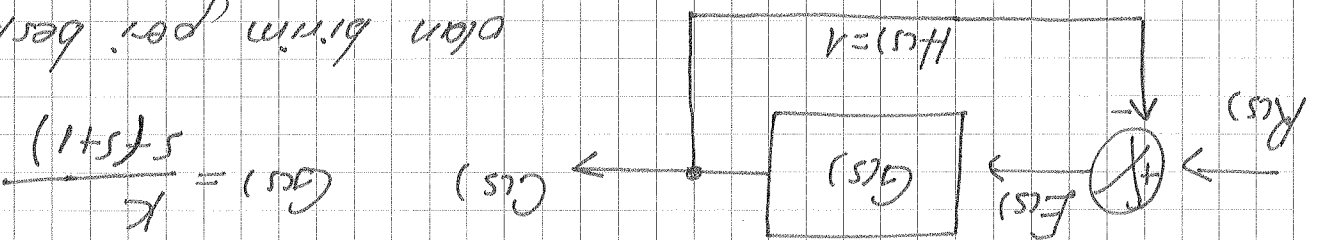
$$A(s) = s^5 + 4s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 7s + 4 = 0 \text{ olan}$$

Karakteristik denklemleri

Örnek

KÖK-YER EĞRİSİ YÖNTEMİ İLE

KARARLILIK ANALİZİ



!) Sistemin Aq TF $\Rightarrow G(s) H(s) = \frac{K}{s(s+1)} \cdot 1$

!!) Sistemin Kg TF $\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

$1 + G(s)H(s)$

Karakteristik fonksiyon

Örnek:

$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+4)}$

ise köyü yavaşlarm.

$1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{K}{s(s+4)} = 0 \Rightarrow \frac{s^2 + 4s + K}{s(s+4)} = 0$

Sistemin Kutupları $\Rightarrow \begin{cases} p_1 = 0 & (s=0) \\ p_2 = -4 & (s+4=0) \end{cases}$

Not: Kutuplarmalar

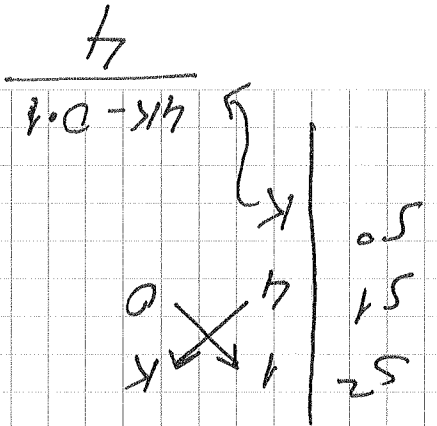
K parametresi "0", sistemin 0'larında K=00

$K > 0 \Rightarrow K > 0$ için sistem kararlı

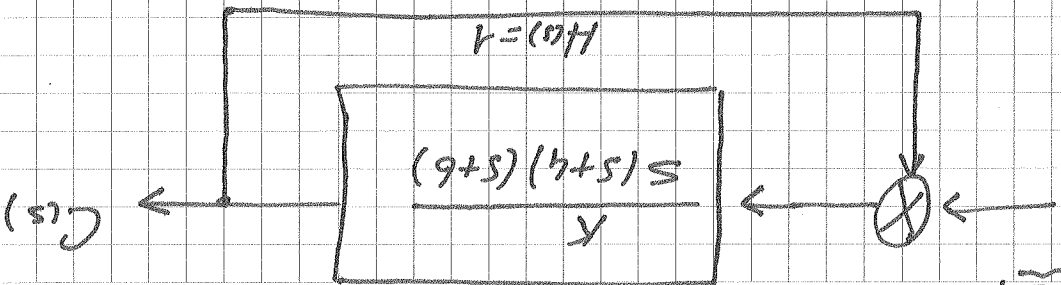
ancak $K=0$ için kararlı olup

olmadığını kök-yer eğrisine

bakarak anlariiz.



Çözümleri:



Birim geri besleme kontrol sisteminin ileri ve geri yollarını çiziniz ve sistemin kararlılığını inceleyiniz.

Çözüm: 1) $C(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \rightarrow (KqTF)$

2) $G(s)H(s) \rightarrow (KqTF)$

3) $1 + G(s)H(s) = 0$ (KD) * Karakteristik denklemin sistemin kararlılığına etkisi da bilgi verilir.

$G(s) = \frac{K}{s(5+4)(s+6)}$ için $G(s)$ in kutupları:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 \rightarrow (s=0) \\ p_2 &= -4 \rightarrow (s+4=0) \\ p_3 &= -6 \rightarrow (s+6=0) \end{aligned}$$

$n \rightarrow$ Kutup sayısı: $n=3$
 $m \rightarrow$ Sifir sayısı: $m=0$
 $\Rightarrow G(s)H(s)$ in

$$KD \Rightarrow 1 + G(s)H(s) \Rightarrow \frac{K}{s(5+4)(s+6)} + 1 = 0$$

$$s^3 + 10s^2 + 24s + K = 0, \quad \bar{K}D$$

s^3	1	24	0
s^2	10	K	0
s^1	$\frac{240-K}{10}$	0	0
s^0	K	0	0

FABER CASTELL

$$\left(\begin{array}{c} 240-K \\ 10 \end{array} \right) \frac{K}{240-K} - 10 \times 0 = K$$

Bulunması için:

$$\begin{cases} s_3 = -10 \\ s_2 = -j2\sqrt{6} \\ s_1 = +j2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$s^3 + 10s^2 + 24s + 240 = (s^2 + 24)(s + 10)$$

$$s_3 = -10, K = 240$$

olar. Yanı. $s + 10 = 0$ bir 3. kök: daha bulunması için $K = 240$

$$\begin{array}{r} s^2 + 24 \\ \hline s + 10 \end{array}$$

Bünyesinde $K = 0$, YD 'ye baktık. $s^3 + 10s^2 + 24s + 240$ dir. YD , KD nin karşılığıdır.

olarak bulunur.

 $K = 240$ için Karakteristik Denklem:

$$s^3 + 10s^2 + 24s + 240 = 0 \Rightarrow s^2 + 24 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm j2\sqrt{6}$$

Denklemin kökleri:

Yandırı denklemin olarak alınır.

Bu durumda Route kırılma 1 ~~bit~~ ist sağır

$$a) K = 240 \text{ için: } \frac{240 - K}{240 - 240} = 0 \text{ olur.}$$

KARARLILIK.

sistem kararlıdır.

$$240 > K > 0 \text{ için}$$

$$\Rightarrow 240 - K > 0$$

Sistem kararlıdır.

$$i) \frac{240 - K}{10} > 0 \Rightarrow K > 0, (K = 0 \text{ için kararlıdır.})$$

ASIMTOTLARIN REEL EKSENİ KESİM NOKTALARI

$P \rightarrow$ kutupların toplamı
 $Z_m \rightarrow$ sıfırlar toplamı

$$z_c = \frac{\sum_{n=1}^N p_n - \sum_{m=1}^M z_m}{n-m}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1=0 \\ p_2=-4 \\ p_3=-6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n=3 \\ m=0 \end{array} \Rightarrow z_c = \frac{[0-4-6]-[0]}{3-0} = -\frac{10}{3}$$

* Asimtotlar reel eksen! $z_c = -\frac{10}{3}$ noktasında keser.

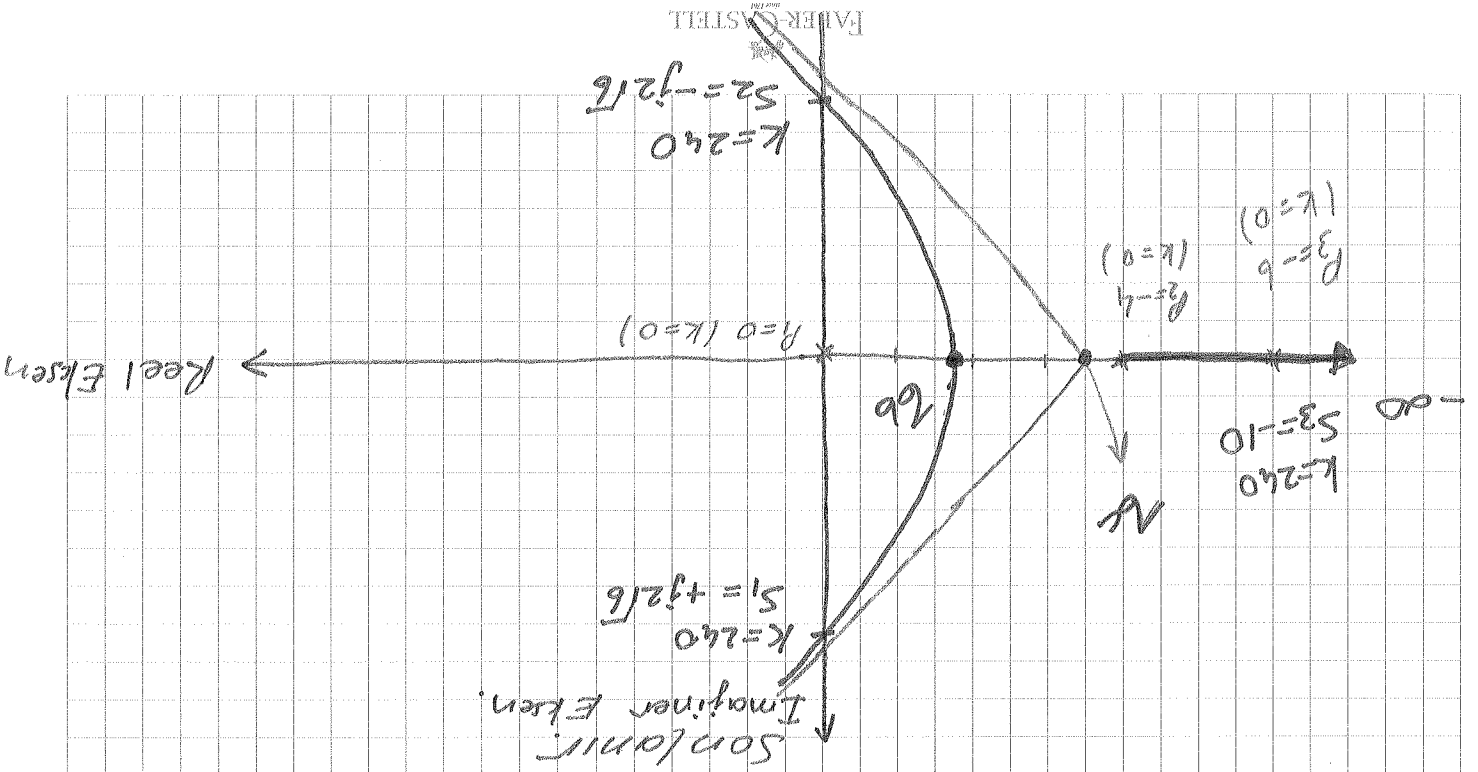
ASIMTOT AÇILARI

$$\alpha = \frac{\pm \pi(2k+1)}{n-m}$$

$$(k=0, 1, 2, \dots)$$

Kontrol sisteminin kök-ter
 parisi: α verilir:
 * Kök-ter parisi kutuplardan
 çıkar, sıfırlardan ve sonsuzdan

$$\begin{array}{l} k=0 \Rightarrow \alpha_1 = \pi/3 \\ k=1 \Rightarrow \alpha_2 = \pi \\ k=2 \Rightarrow \alpha_3 = -\pi/3 \end{array}$$



Q6: Kük-yeş gürünim keşim noktası.

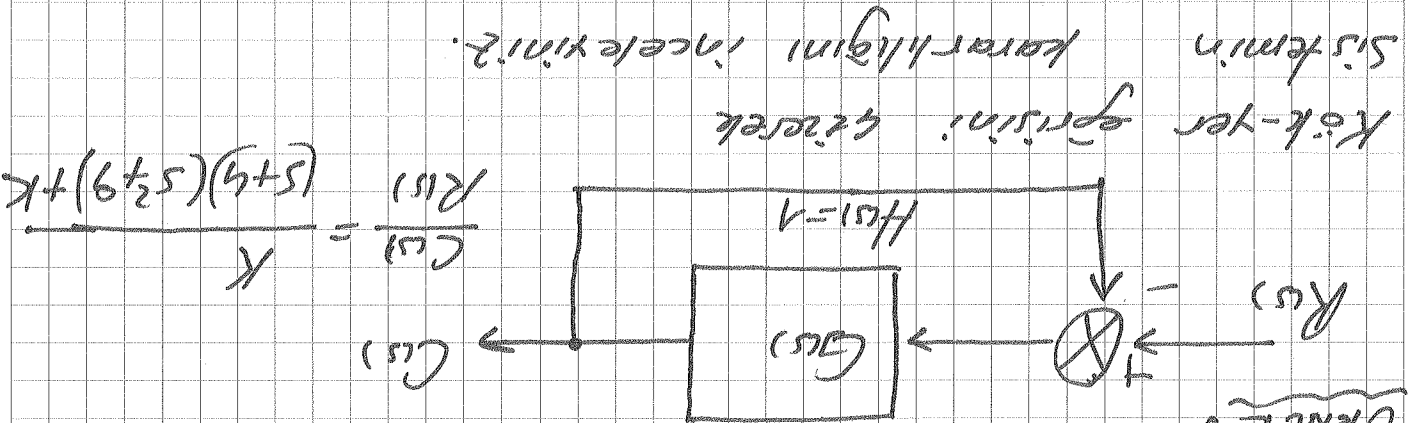
$$s^3 + 10s^2 + 24s + K = 0$$

$$-\frac{dK}{ds} = 3s^2 + 20s + 24 = 0 \Rightarrow s_1 = -1.57, s_2 = -5.1$$

* $\sigma_6 = -1.57$ alıñır. $P_{ile} R_z$

avıl bñpeñe -1.57 noktasından gezer.

ORNEK:



Sistemim kararlılığını inceleyiniz.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{K}{(s+4)(s^2+9)+K}$$

$$G(s)(s+4)(s^2+9) + K G(s) = K \quad (H(s)=1)$$

$$G(s) = \frac{K}{(s+4)(s^2+9)}$$

Bu formda

$$G(s)H(s) \text{ in Kutupları} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = -4 \\ p_2 = +3j \\ p_3 = -3j \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} n=3 \\ m=0 \end{matrix} \right\}$$

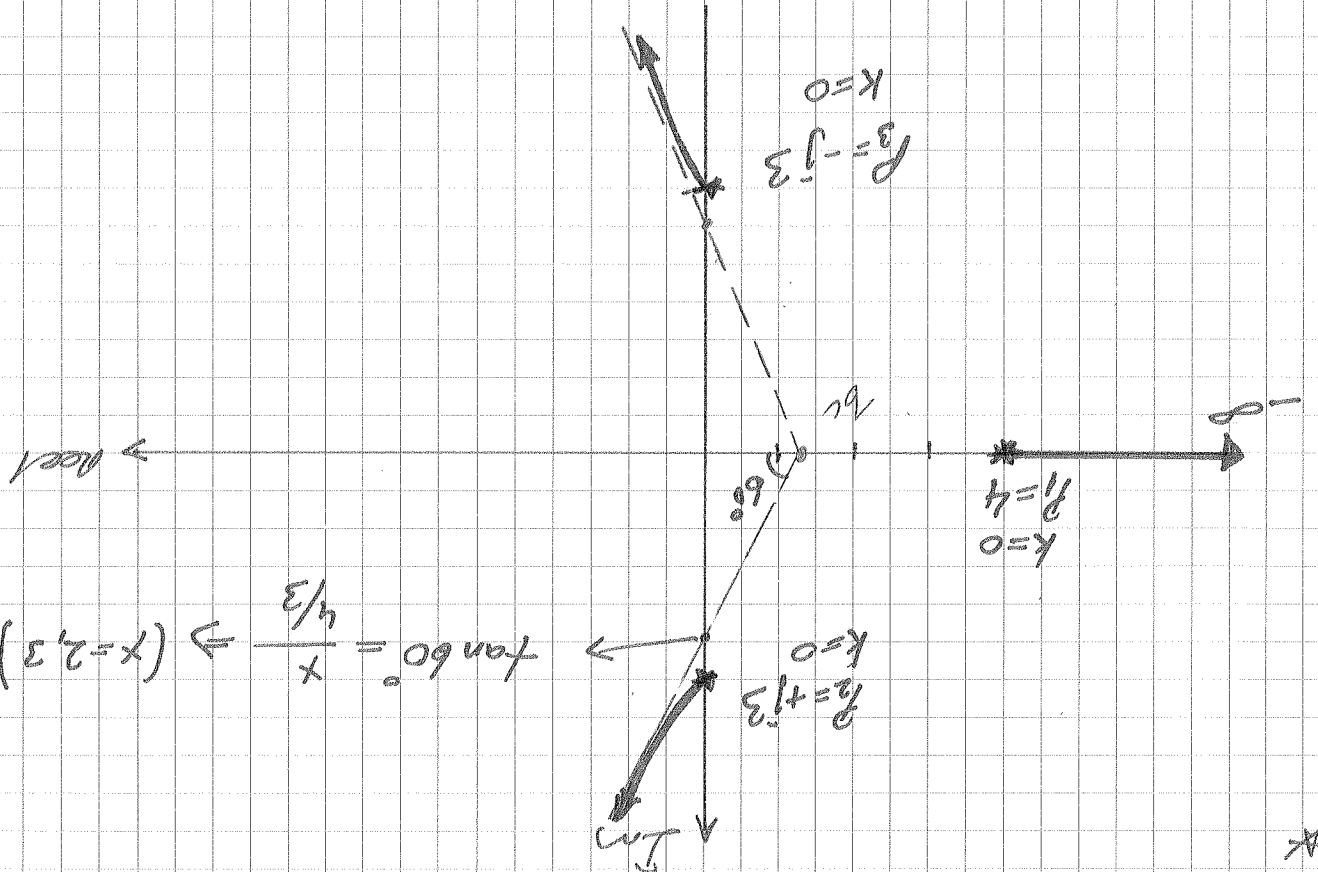
Kök-yeer qırıstı K=0 ıwın kuyıqlardan baslayıp
sonusız pıder (sıfır) ve 3 adet kök varnır

$$\alpha = \pm 180(1+2k) \Rightarrow \begin{matrix} k=0 \Rightarrow \alpha_1=60^\circ \\ k=1 \Rightarrow \alpha_2=-60^\circ \\ k=2 \Rightarrow \alpha_3=180^\circ \end{matrix}$$

Asimtot Aqlerı: $n-m$

$$Z_c = \frac{n-m}{[p_1+p_2]-[0]} = \frac{3-0}{[-4+3j-3j]-0} = -\frac{4}{3}$$

Asimtotların reel ekseni kesim noktası 5cm



Sistem'in kararlılığı Route An-ki:

$$1 + G(s)H(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{k}{s(s+4)(s+9)} = 0$$

$$s^3 + 4s^2 + 9s + 36 + k = 0 \quad \overline{KD}$$

$$4.9 - (36+k) \cdot 1 = -\frac{4}{k}$$

$$-\frac{4}{k} > 0 \text{ ve } 36+k > 0$$

$-36 < k < 0$ için
sistem karardır.

s_3	1	4	0
s_2	4	36+k	0
s_1	$-\frac{k}{4}$	0	0
s_0	36+k		

Sehinde verilen kontrol sisteminin tek-ter birimisi izmir. (K sabit kontrol)

Karakteristik denklem:

$$G(s)H(s) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{K}{s(s+2)(s+4)} + 1 = 0 \Rightarrow s(s+2)(s+4) + K = 0$$

Ges H(s) in Kutupları:

$$P_1 = 0 \quad n = 3 \text{ kutup sayısı} \quad \left. \begin{array}{l} \text{sistemden } n-m = 3 \text{ adet} \\ m = 0 \text{ sifir sayısı.} \end{array} \right\} \text{baki vardır.}$$

$$P_2 = -2$$

$$P_3 = -4$$

$$s(s+2)(s+4) + K = 0 \Rightarrow s^3 + 6s^2 + 8s + K = 0. [K.V.]$$

Roots kuralı uygulanırsa;

s^3	1	8	
s^2	6	K	
s^1	$\frac{48-K}{6}$	0	
s^0	K		

$\frac{48-K}{6} > 0 \Rightarrow K < 48$
 $K > 0 \Rightarrow K > 0$
 Olmalıdır
 $K=0$ ve $K=48$ noktaları için sistem test edilmelidir.
 Kutuplarda $K^u = 0$ dir.

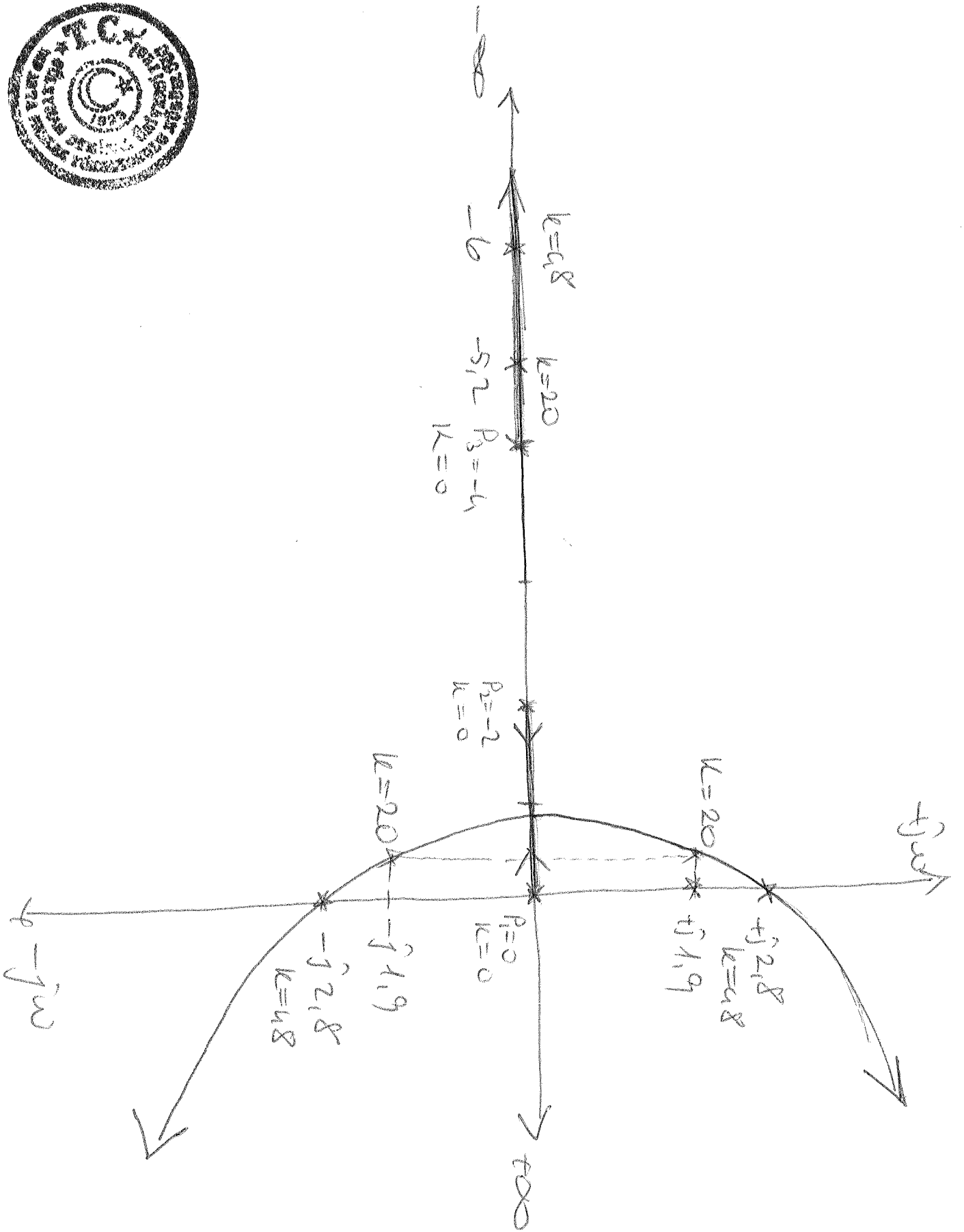
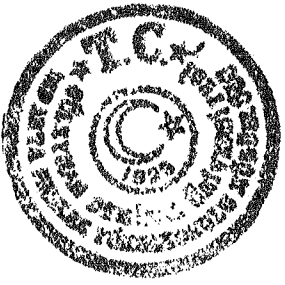
$K=48$ için bir at sathı yardımı ile denklemler.

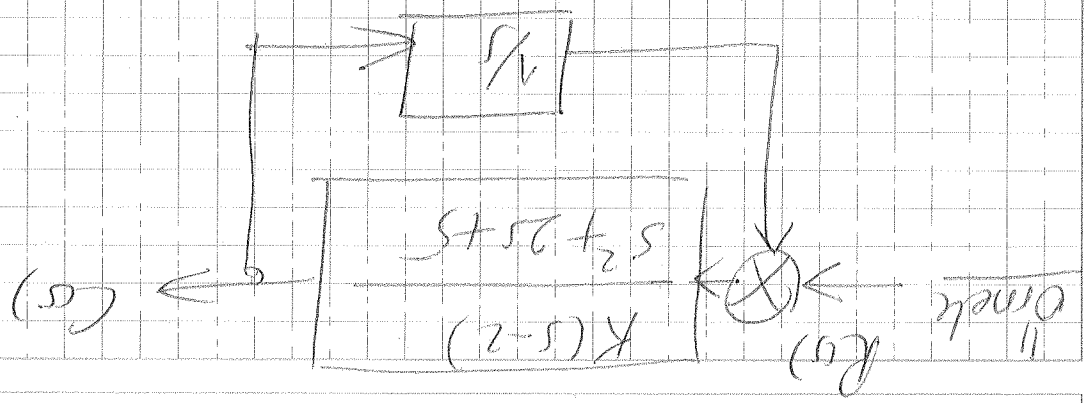
$$6s^2 + 48 = 6(s^2 + 8) [x.V.] \text{ Bu denklem}$$

$[K.V.]$ in bir karşılaştırmalı.

$$6(s^2 + 8) \cdot [X(s)] = s^3 + 6s^2 + 8s + K \text{ dir.}$$

$$X(s) = s + 6 \text{ dir. } \left(\begin{array}{l} s_1 = -6 \\ s_2 = \pm j2\sqrt{2} = \pm j2.8 \text{ dir.} \end{array} \right)$$





a) K.D. in Kollern $K=2.5$ ist bekannt
 b) Koll. per Eigenwert

a) $1 + G(s)H(s) = 0 \quad (K.D.) \Rightarrow 1 + \frac{s^2 + 2.5s + 5}{s} \cdot \frac{1}{5} = 0$
 $5(s^2 + 2.5s + 5) + K(s-2) = 0$
 $s^3 + 2.5s^2 + 3s - 2.5(s-2) = 0$
 $s^3 + 2.5s^2 + 2.5s + 5 = 0$

s^3	1	2.5	0
s^2	2.5	3	0
s^1	2.5	5	0
s^0	0	0	5

$\Rightarrow$ v. Denkm $\Rightarrow 2.5 + 5$

$$\begin{array}{r} s^3 + 2.5s^2 + 3s + 5 \\ \underline{-(2.5s^2 + 5)} \\ s^3 + 2.5s^2 + 3s + 5 \\ \underline{-(2.5s^2 + 5)} \\ 3s + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.5s^2 + 5 \\ \underline{-(2.5s^2 + 5)} \\ 0 \end{array}$$

Kollern $s^3 + 2.5s^2 + 2.5s + 5 = (2.5s^2 + 5)(\frac{1}{2}s + 1) = 0$

$2.5s^2 + 5 = 0$
 $s^2 = -2$

$|s_{1,2} = \pm j\sqrt{2}|$

$\frac{1}{2}s + 1 = 0$
 $s_3 = -2$

$|s_3 = -2|$

2

b) $1 + G(s)H(s) = 0$ f.b.

$$1 + \frac{K(s-2)}{s^2+2s+5} = 0$$

$$z_1 = 2 \Rightarrow M = 1$$

sifir saym.

$$\begin{array}{c|c} R_1 = 0 & R_2 = -1 + j2 \\ R_3 = -1 - j2 & \end{array}$$

$n = 3$ kutup sayı.

$$\alpha = (1 \pm 2k) \frac{\pi}{n-m}$$

$$\alpha = (1 \pm 2k) \frac{\pi}{3-1} = (1 \pm 2k) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 90^\circ$$

$$\alpha_2 = -90^\circ$$

$$z_c = \frac{[0 + (-1+2j) + (-1-2j)] - [2]}{-4} = -2$$

$$3-1=2$$

$$(n-m)$$

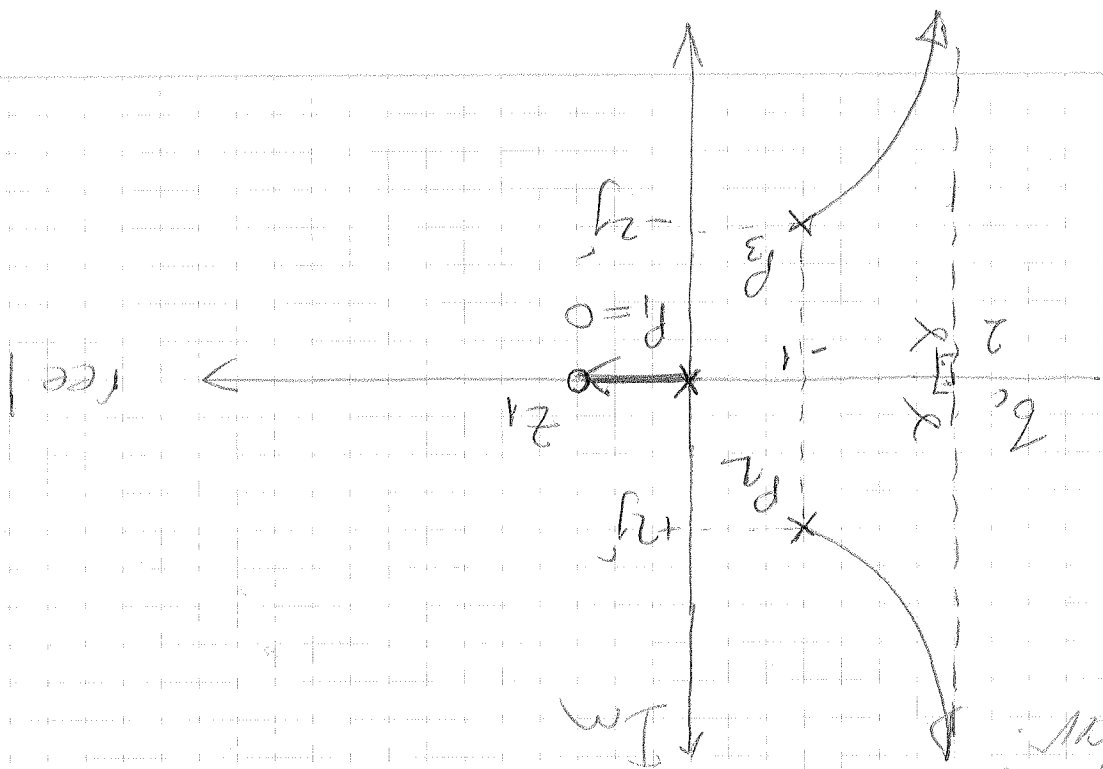
Asimetrik
açık
döngü

$n = 3 \Rightarrow 3$ adet kol mevcut. Kutuplar

çıkın çıkıp, sifirlerde ve sonsuzda son

bulunurlar.

Im



$$= 0,045 =$$

① $G_{(5)}H_{(5)} = \frac{K}{5(4,5+1)(0,45+1)}$ Koll-ger
gerinnung

② $G_{(5)}H_{(5)} = \frac{K(0,25+1)}{5(5+1)}$ Koll-ger g.

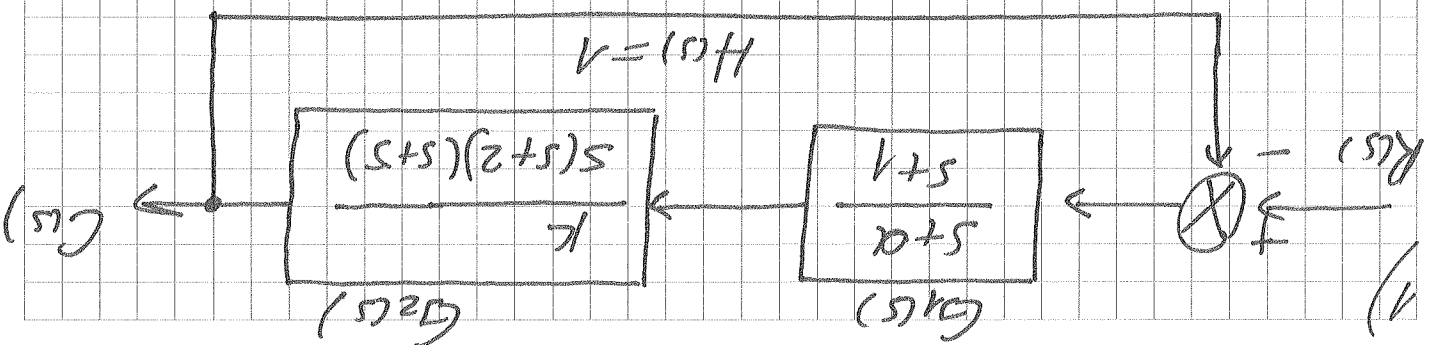
③ $G_{(5)}H_{(5)} = \frac{K}{(5+3)(5^2 + 4,5 + 1,3)}$ Koll-ger g.

④ $5^3 + 5^2 + 5 + 2K = 0 \quad (K \cdot n)$

g) Koll-ger spritzt

b) Koll-ger spritzt

negative eben. Kollin nicht abnorm
~~bedeutung~~ date 5 ue K offeneren bedeutung.



A) Sistemin kararlılığını inceleyiniz.

B) $r(t) = t$ rampa girisi için kararlı hal hatası ni bulunur?

Sistemin kararlı olma Denklemi:

$$1 + G_1(s)G_2(s) = 0$$

$$1 + \frac{K(s+a)}{s(s+1)(s+2)(s+5)} = 0$$

$$s(s+1)(s+2)(s+5) + K(s+a) = 0 \text{ elde edilir.}$$

$$s^4 + 8s^3 + 17s^2 + (K+10)s + Ka = 0 \text{ yazılır}$$

Route Kuralı uygulanır:

$$\begin{matrix} 17 & \leftarrow & K+a \\ & \swarrow & \searrow \\ 8 & & 10 \end{matrix}$$

$$b = \frac{126 - K}{8}$$

$$c = \frac{b}{10K + b(K+10) - 8Ka}$$

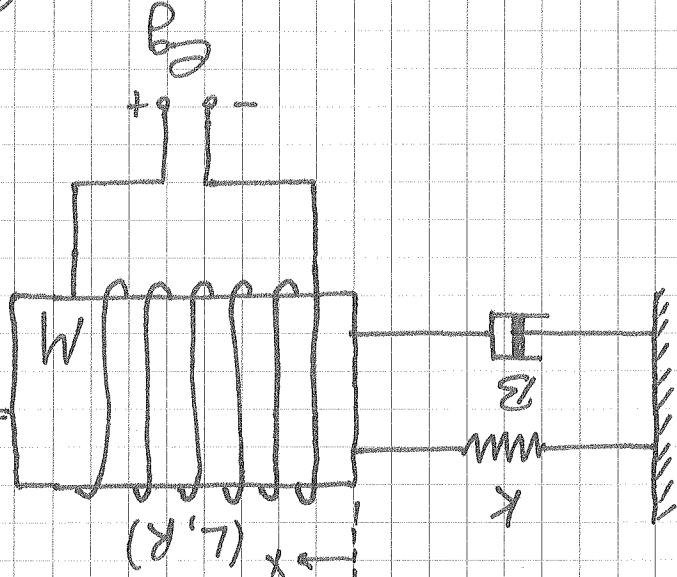
Kararlılık için:

s^4	1
s^3	8
s^2	b
s^1	c
s^0	Ka

$$\left. \begin{matrix} b > 0 \\ c > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{126 - K}{8} > 0 \Rightarrow 126 > K$$

Bu akıma bağlı olarak $f_m(t) = K_m I(t)$ siddetinde bir manyetik kuvvet oluşur. Bu kuvvet mekanik sistem üzerinde K, B, M sistem parametrelerine bağlı olarak konum değişimine neden olmaktadır.

verilen sisteminde $f_m(t)$ sargı uçlarına E_g periliği uygulanırsa, bobin üzerinden (I, R) ile oluşan bir $I(t)$ akımı oluşur.



Örnek:

$$E_{ss} = \frac{A}{10K} = \frac{K_a}{10} \text{ dir.}$$

Burada: $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_1 G_2 = \frac{K_a}{10} \text{ dir.}$

Kararlı Hal Hattısı $E_{ss} = \frac{A}{K_v}$

$I(t) = A \cdot t, t > 0$ için ise

$(K+10)(126-K) - 64K > 0$ olmalıdır.

$$\frac{126-K}{8} > 0$$

$$\frac{126-K}{8} \cdot (K+10) - 8K > 0$$

By drumblak
Transfer Fungsinya jika terdapat
berikut.

Sistemia matematika
jika terdapat variabel.

$$i) E_g(t) = L \frac{dI(t)}{dt} + R I(t) \xrightarrow{LD} F_g(s) = I(s) Ls + R I(s)$$

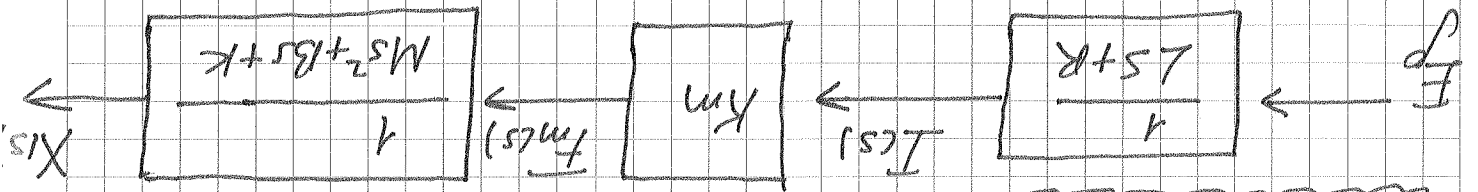
$$F_g(s) = I(s) (Ls + R)$$

$$ii) f_m(t) = K_m I(t) \xrightarrow{LD} F_m(s) = K_m I(s)$$

$$iii) f_m(t) = M \ddot{x} + B \dot{x} + Kx \xrightarrow{LD} F_m(s) = s^2 M X(s) + s B X(s) + K X(s)$$

$$F_m(s) = X(s) (Ms^2 + Bs + K)$$

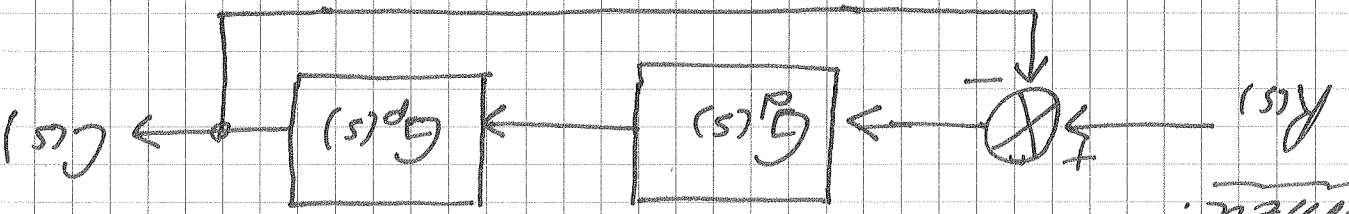
Block Diagram:



Sistemia transfer fungsinya $\frac{F_g(s)}{X(s)}$:

$$\frac{X(s)}{F_p(s)} = \frac{K_m}{(Ls + R)(Ms^2 + Bs + K)}$$

Contoh:



$$G_p(s) = \frac{0.5}{200s^2 + 30s + 1}$$

seleksi parameter

birin per besleml kontrol sistemin

$$G(s) = 10 + \frac{1}{4s} \text{ ile formu bir PI tipi!}$$

endüstriyel Denetim Organı ile kontrol ediyor
Bu sistemin kararlı olup olmadığını kontrol ediyoruz

$$1 + G_p(s)G(s) = 1 + \frac{0.5}{200s^2 + 30s + 1} \cdot \left(10 + \frac{1}{4s}\right) = 0, KP$$

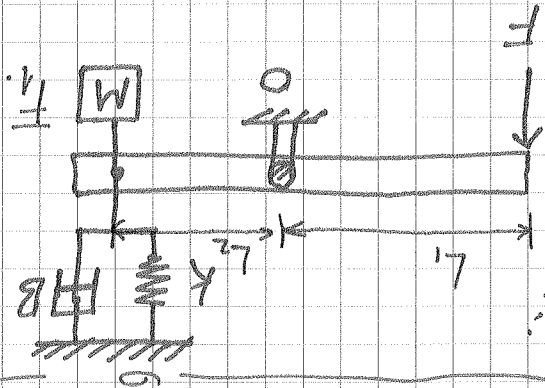
$$800s^3 + 120s^2 + 24s + 0.5 = 0$$

Root Kırma göre:

s^3	800	24	0
s^2	120	0.5	0
s^1	20.6	0	
s^0	0.5		

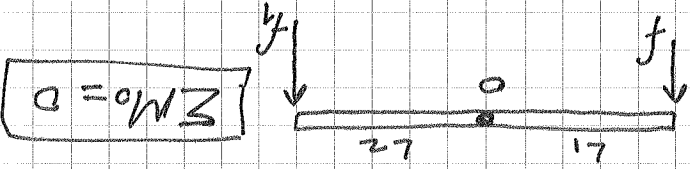
İsaret değişimi yok. Sistem KARARLI.

Ornek:



A) Sistemin Transfer fonk.
siyonunu bulunuz.
B) ω_n doğal frekansı ve
Sönümlenme oranı ζ bulunuz.

$$\sum \text{Moment} = 0 \rightarrow F L_1 = f_1(t) L_2 \rightarrow f_1(t) L_1 = f_1(t) L_2$$



$$\frac{f_1(s)}{F(s)} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{X(s)}{f_1(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + k}$$

$$f_1(t) = M\ddot{x} + B\dot{x} + kx \rightarrow \ddot{f}_1(t) = Ms^2 X(s) + Bs X(s) + k X(s)$$

Mekanik Sistem:
- yay
- k+ie
- sönümlenme

$$\omega_n / (1 - \zeta^2)$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 4.813 \text{ rad/s}$$

Sönümlü Hal.

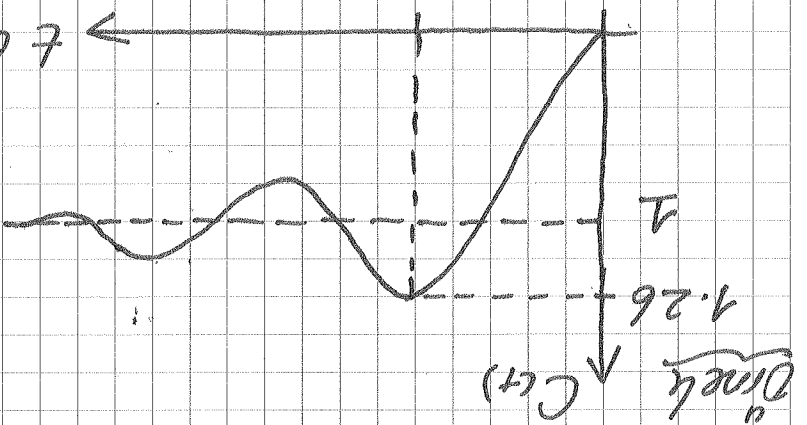
$$M_p = e^{-\pi(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})} \Rightarrow \zeta = 0.394 < 1 \text{ Titreşimli.}$$

b) Sönüm oranı $\zeta = ?$

$$M_p = \frac{C(\infty)}{C(\infty) - C(t_p)} = \frac{1}{1.26 - 1} = 0.26$$

$$M_p = ?$$

$$t_p = 0.7$$



a) Maksimum asma

$t(s)$

2-Derece bir kontrol sisteminin basamak cevap eğrisi şekli aşağıdaki gibidir:

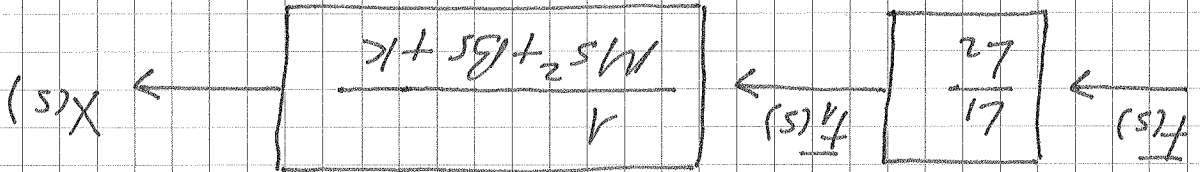
$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{KM}} \text{ Sönümleme oranı.}$$

$$2\zeta\omega_n = 2\sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{B}{M}$$

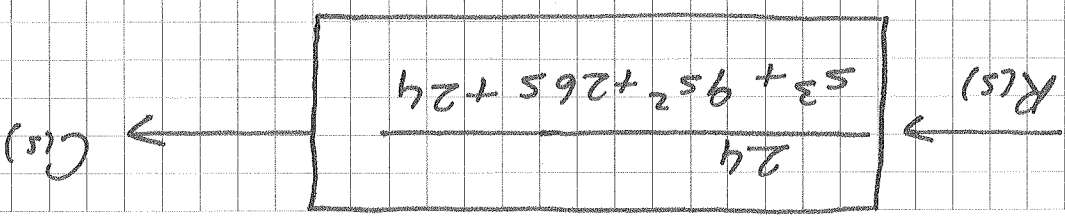
$$\text{Dogal frekans: } \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{(L_1/L_2)(1/M)}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}} = \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



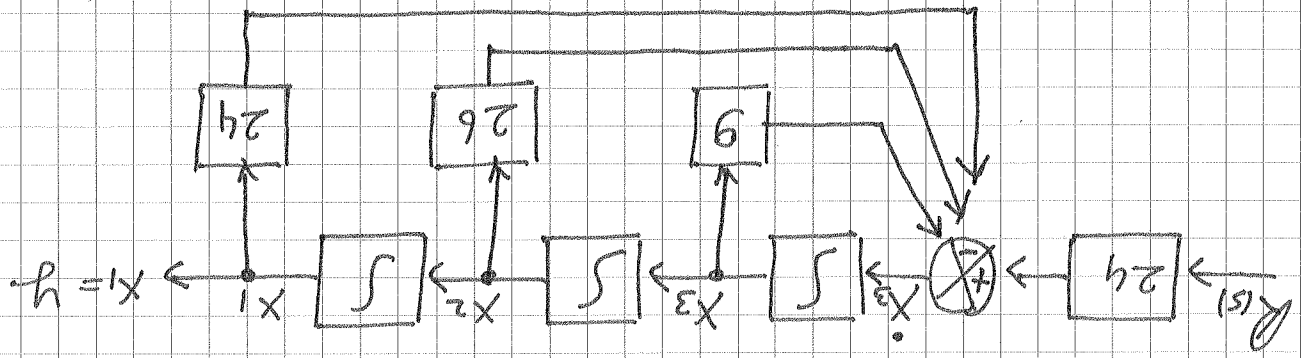
Örnek:



Transfer fonksiyonunu diğekte durum-uzay gösterimini

$$C(s) = \frac{24}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24} R(s)$$

$$24 R(s) = (s^3 + 9s^2 + 26s + 24) C(s)$$



$$\begin{cases} \dot{X}_1 = C \\ \dot{X}_2 = \dot{X}_3 \\ \dot{X}_3 = C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = X_3 \\ \dot{X}_3 = -24X_1 - 26X_2 - 9X_3 + 24R \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -26 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 24 \end{bmatrix} R$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

Bulunuz olurs

$$\dot{X} = AX + Bu \quad y = CX + D$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + D$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{aligned} \text{I) } 5X_1(s) &= -5X_1(s) + 10X_2(s) \rightarrow \dot{X}_1 = -5X_1 + 10X_2 \\ \text{II) } 5X_2(s) &= -X_3(s) + U(s) \rightarrow \dot{X}_2 = -X_3 + u \\ \text{III) } 5X_3(s) &= X_1(s) - X_3(s) \rightarrow \dot{X}_3 = X_1 - X_3 \end{aligned}$$

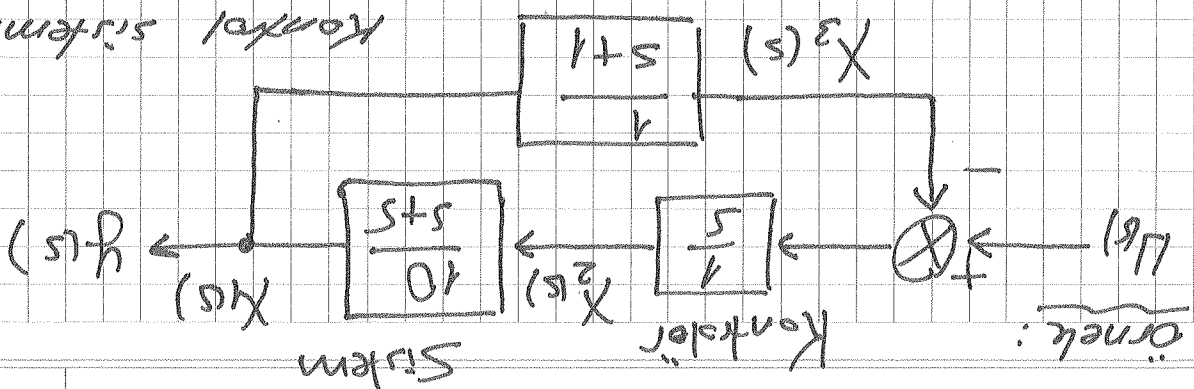
$$\text{II) } \frac{X_2(s)}{X_3(s)} = \frac{1}{5} = \frac{U(s) - X_3(s)}{5}$$

$$\text{III) } \frac{X_3(s)}{X_1(s)} = \frac{1}{5+1}$$

$$\text{I) } \frac{X_1(s)}{X_2(s)} = \frac{10}{5+5}$$

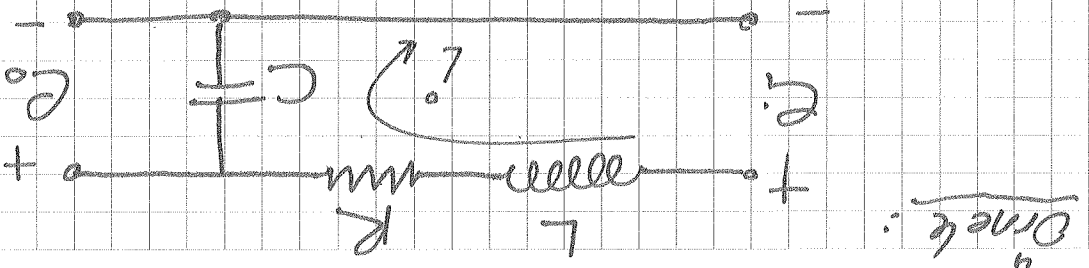
Çözüm:

Kontrol sistemini



örnek:

durum-uzay modelini belirleyiniz.



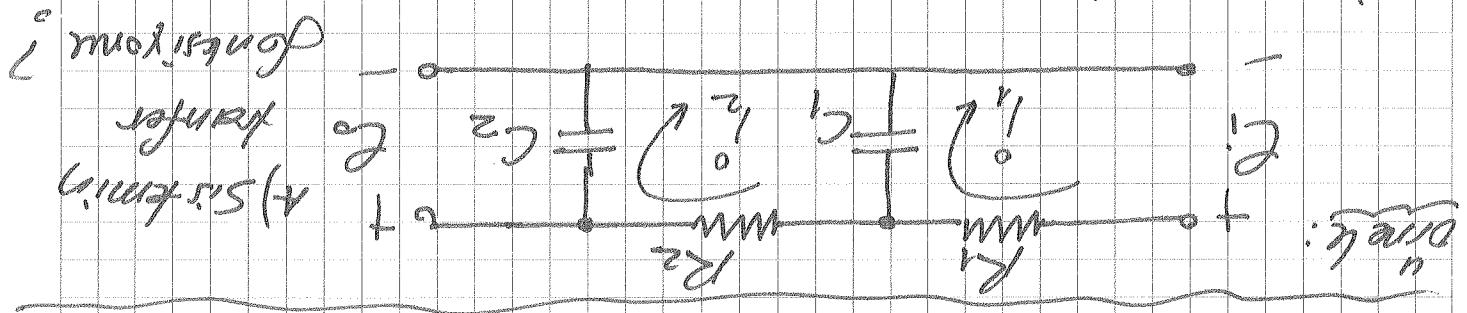
RLC devresinin transfer fonksiyonu bulunuz.

$$E_0' = L \frac{dE_0}{dt} + R E_0' + \frac{1}{C} \int E_0' dt \Rightarrow L s E_0(s) = L s \int E_0' dt + R E_0(s) + \frac{1}{C s} \int E_0' dt$$

$$E_0 = \frac{1}{L s} \int E_0' dt \Rightarrow L s E_0(s) = \frac{1}{s} E_0(s) \Rightarrow E_0(s) = \frac{1}{L s^2} E_0(s)$$

Transfer fonksiyonu:

$$\frac{E_0(s)}{E_1(s)} = \frac{1}{L C s^2 + R C s + 1}$$



B) Blok diyagramı çiziniz.

$$E_1' = \frac{1}{R_1} \int (E_1 - E_2) dt + R_1 E_1'$$

$$\frac{1}{C_1} \int (E_2 - E_1) dt + R_2 E_2' + \frac{1}{C_2} \int E_2' dt = 0$$

$$E_0 = \frac{1}{C_2} \int E_2' dt$$

Teore denklemleri yazılır

Denklemleri 2A ile 5" denemeye yazılır.

$$I_1(s) = \frac{1}{C_1 s} [I_1(s) - I_2(s)] + R_1 I_1(s)$$

$$0 = \frac{1}{C_1 s} [I_2(s) - I_1(s)] + R_2 I_2(s) + \frac{1}{C_2 s} I_2(s) = 0$$

$$III) F_0(s) = \frac{1}{C_2 s} I_2(s)$$

II) faden in durchschneiden:

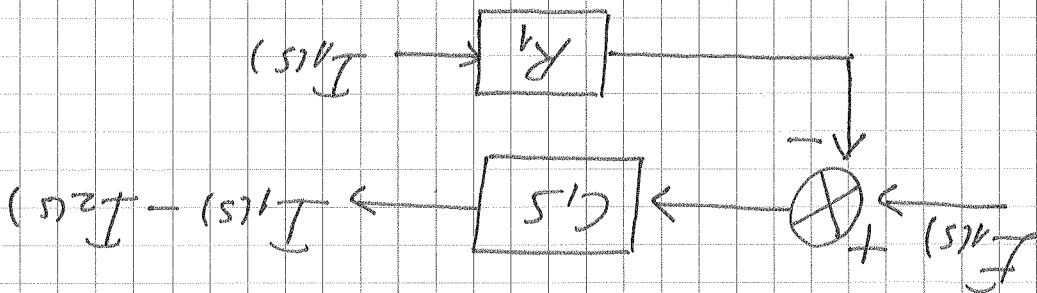
$$I_1(s) = I_2(s) \left[1 + R_2 C_1 s + \frac{C_1}{C_2} \right] \text{ also edilir}$$

$I_2(s)$: I) denkleminde yerine yazalım ve $F_0(s)$ olarak yazalım:

$$\frac{F_0(s)}{F_1(s)} = \frac{R_1 R_2 C_1 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1}{1}$$

B) I) denkleminde:

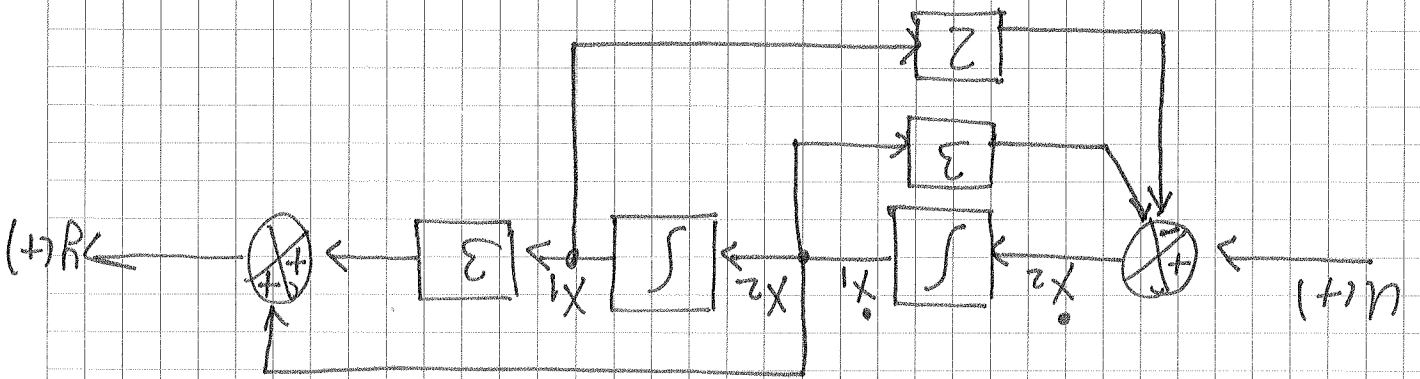
$$C_1 s [E_1(s) - R_1 I_1(s)] = I_1(s) - I_2(s) \text{ yazılır}$$



II) denkleminde:

$$\frac{1}{C_1 s} [I_2(s) - I_1(s)] = -I_2(s) + \frac{1}{C_2 s}$$

$$I_2(s) = \frac{C_2 s}{C_2 R_2 s + 1} \cdot \frac{1}{C_1 s} [I_1(s) - I_2(s)] \text{ also edilir}$$



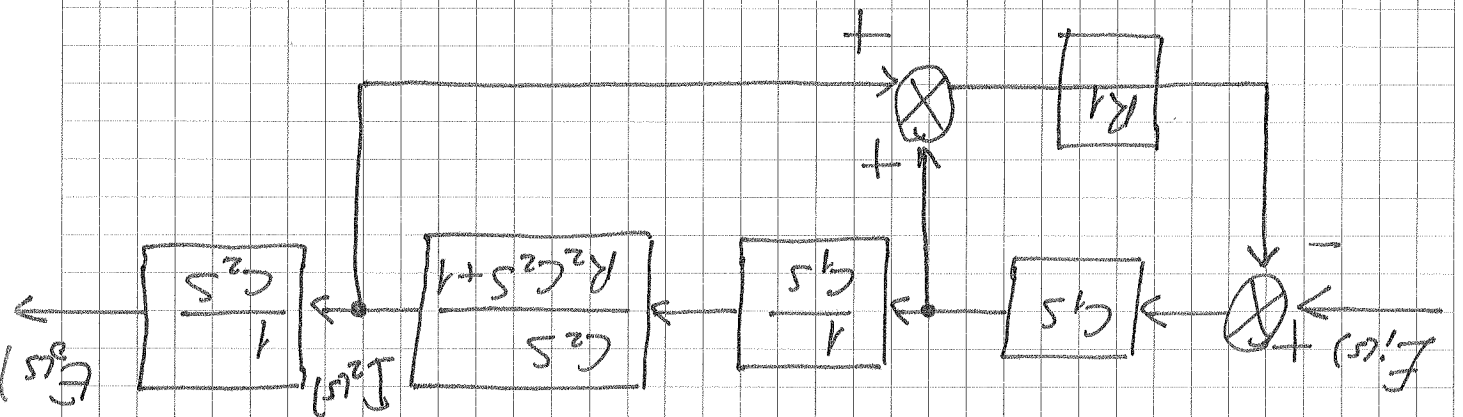
$$y(t) = 3x_1 + x_2$$

$$\dot{X}_1 = X_2, \quad \dot{X}_2 = -2X_1 - 3X_2 + 1.661$$

2.14.2.13 1111110, 601.40

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$u(t) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad \text{ornek:}$$



Blotlar
birleştirmiş:

!!!) Zerkleinernden $f_2(s)$

$\left[\frac{1}{G_2(s)} \right]$

$\leftarrow F_{oc}(s)$

Block diagram of the closed-loop system:

```

graph LR
    Input["I_1(s) - I_2(s)"] --> Block1["1/s"]
    Block1 --> Block2["C_2 s^2 + 1"]
    Block2 --> Output["I_2(s)"]
  
```

②

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t)$$

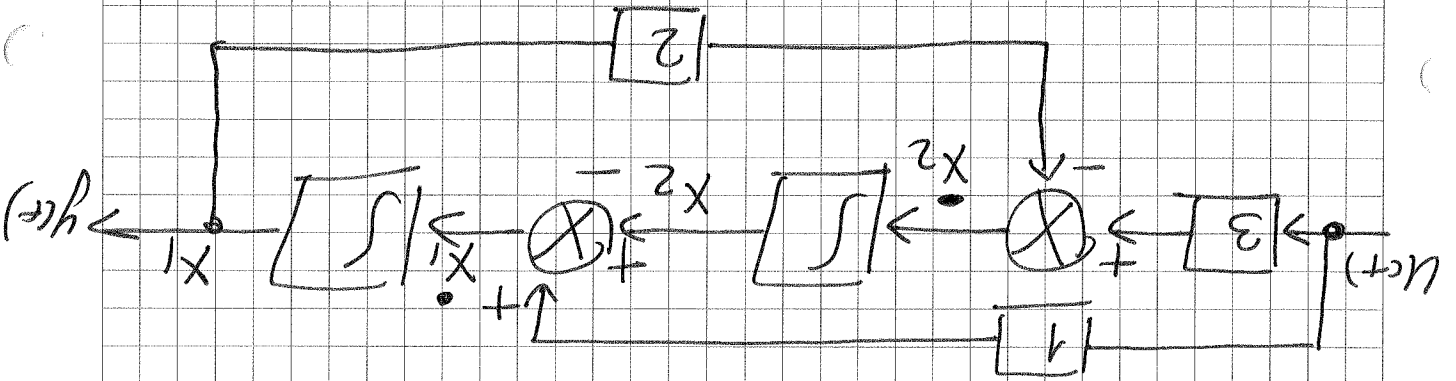
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(t)$$

sekunde state-space model: version für
Kontrol system in block diagram position

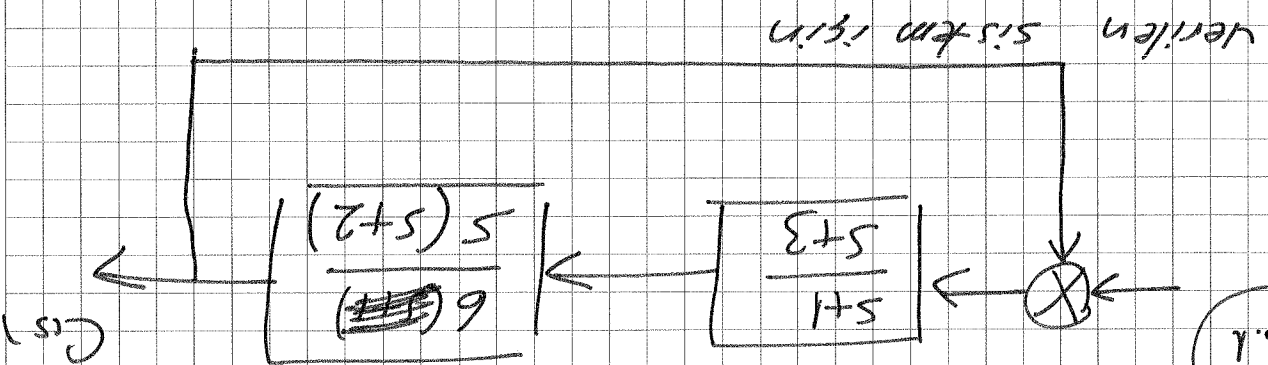
$$\dot{x}_1 = -3x_1 + x_2 + 1 \cdot u(t)$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 + 0x_2 + 3u(t)$$

$$y(t) = x_1$$



S.1



- a) Konna bağılı her bir katsayısı $K_P = ?$
 b) Her bir $K_V = ?$

$$G(s) = \frac{6(s+1)}{(s+3)(s+2) \cdot s}$$

$$K_P = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{6(s+1)}{(s+3) \cdot s(s+2)} = \infty$$

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{6(s+1)}{(s+3) \cdot s(s+2)} = 1$$

BÖLÜM-10

FREKANS CEVAP ANALİZLERİ

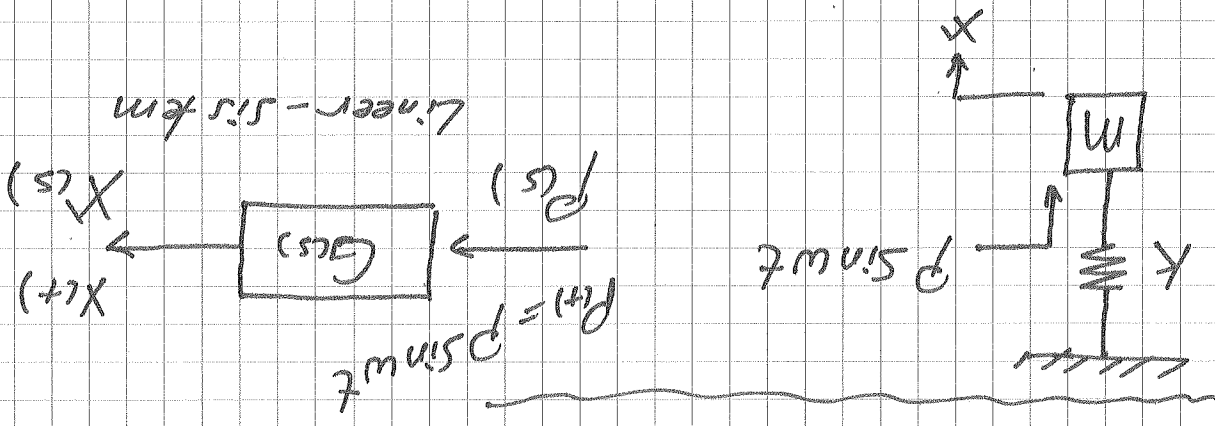
- ❖ SİNÜZOİDAL CEVAP ANALİZİ
- ❖ BODE DİYAGRAMLARI
- ❖ KUTUPSAL EĞRİLER
- ❖ NYQUIST KRİTERİ

FREKANS CEVAP ANALİZLERİ

Bir sistem frekans cevabı, giriş uyarılarına karşılık, genlik ve faz açısı değişikliğinde sınırsız frekanslar için geçerlidir. Sistem transfer fonksiyonu kullanılarak, frekans cevabı analizinde $s \rightarrow j\omega$ dönüşümü kullanılır. Sistem transfer fonksiyonu

Genlik ve faz açısı olmak üzere iki bölüme ayrılır:

Sinüzoidal Giriş Cevabı:



Çözüm: $P(s) = F \sin wt$ olan lineer sisteme alalım. Sistem karşılık $X(s)$ olarak verir.

Genlik

$$X = \frac{F}{G(j\omega)} \cdot P \quad \text{ve} \quad \phi = \angle \frac{X(j\omega)}{G(j\omega)}$$

ϕ açısı, $G(j\omega)$ nin açıdır.

$$X_{t+1} = X \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{Genlik} \rightarrow \left| \frac{X(j\omega)}{G(j\omega)} \right| = \left| \frac{X(j\omega)}{P(j\omega)} \right| \cdot \left| \frac{P(j\omega)}{G(j\omega)} \right|$$

$$A_{g1} \rightarrow \left[\frac{G(j\omega) \text{ nin Reel Kismi}}{G(j\omega) \text{ nin İm kismi}} \right]^{-1} = \tan^{-1}$$

Buradan $\Rightarrow X(s) = G(s) P(s) = G(s) \frac{P.W}{s^2 + w^2}$ veya

$$X(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s) \frac{P.W}{s^2 + w^2}\right]$$

Örnek: Transfer Fonksiyonu

$$\frac{X(s)}{P(s)} = G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

olsun. Sistem

$P(t) = P \sin wt$ kuvvetinin uygulanması durumunda

Sistem çıkışı $X(t) = ?$

Çözüm: $s \rightarrow jw$ dönüşümü yapılırsa:

$$G(jw) = \frac{1}{Tjw + 1}$$

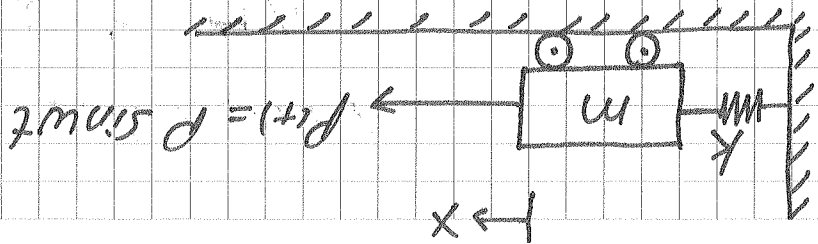
Geriye: $|G(jw)| = \frac{1}{\sqrt{T^2 w^2 + 1}}$

Faz Ayrış: $\phi = \angle G(jw) = -\tan^{-1}(Tw/1)$

Buradan: $X(t) = |G(jw)| \cdot P \cdot \sin(wt + \phi)$ ya da:

$$X(t) = \frac{1}{\sqrt{T^2 w^2 + 1}} \cdot P \cdot \sin(wt - \tan^{-1}(wT))$$

örnek:



$x(0) = 0$ ve $\dot{x}(0) = 0$ başlangıç koşulları mevcut. $t \gg 0$ için $x(t) = ?$ $M = 1 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N/m}$ $P = 50 \text{ N}$ $w = 5 \text{ rad/s}$

Görün: sistemin hareket denklemleri:

$$m\ddot{x} + kx = P \sin wt$$

$$w_n = \sqrt{k/m} \Rightarrow \ddot{x} + w_n^2 x = \frac{P}{m} \sin wt \quad \text{yazılır}$$

$x(0) = 0$ ve $\dot{x}(0) = 0$ başlangıç koşulları dikkate

alınır,

$$\left(s^2 + w_n^2 \right) X(s) = \frac{P}{m} \frac{s^2 + w^2}{s^2 + w^2}$$

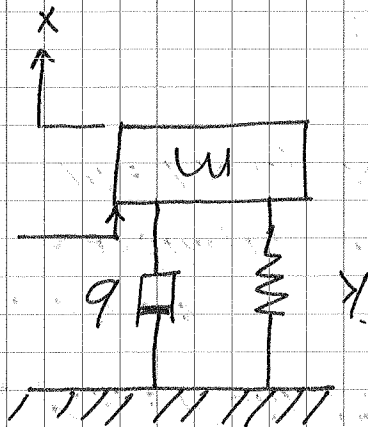
$$X(s) = \frac{P}{m} \frac{1}{s^2 + w_n^2} \frac{s^2 + w_n^2}{s^2 + w^2}$$

$$X(s) = \frac{P}{m} \left(\frac{1}{s^2 + w_n^2} - \frac{1}{s^2 + w^2} \right) \quad \text{yazılır}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \frac{P}{m} \left(\frac{1}{w} \sin w_n t - \frac{1}{w} \sin w t \right)$$

$$\frac{P}{m} = 50, \quad w_n = \sqrt{k/m} = \sqrt{100/1} = 10, \quad \frac{w}{w_n} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$x(t) = -\frac{1}{3} \sin 10t + \frac{2}{3} \sin 5t \quad (m)$$



Odev

$$P(t) = 100 \sin \omega t \text{ N}$$

Sistemin kararlı-hal
gikisini bulunuz.
 $x_c(t) = ?$

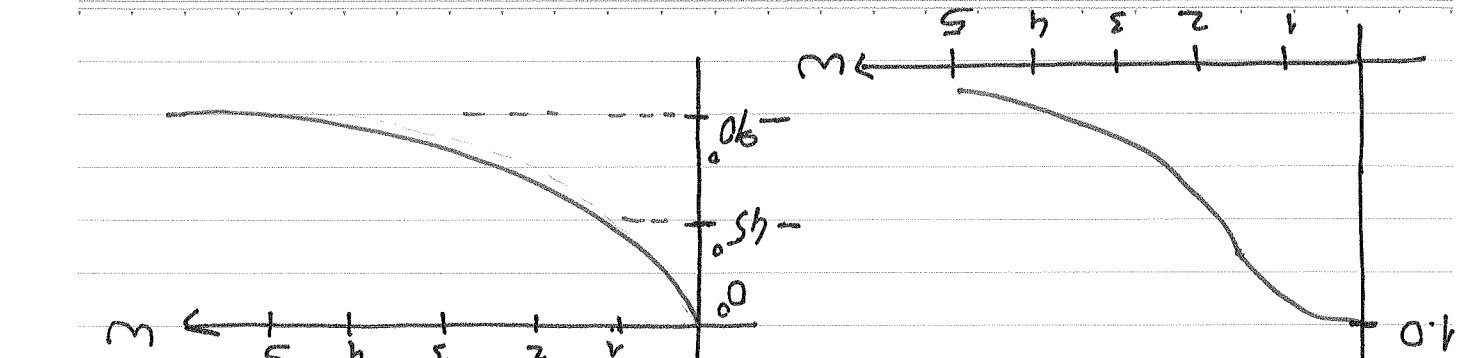
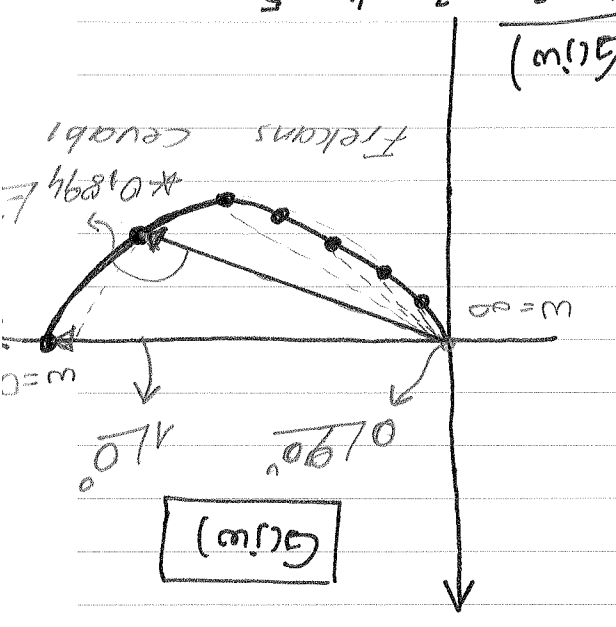
BODE DİYAGRAMLARI

- frekansın (ω) bir kompleks fonksiyon olan sinüzoidal transfer fonksiyonu; genlik, faz açıları ve frekans ile karakterize edilir. Sinüzoidal transfer fonksiyonunun gösteriminde yaygın olarak kullanılan 3 temel yöntem vardır.
- 1- Bode diyagramı (ya da logaritmik çizim)
 - 2- Nyquist eğrisi (ya da kutupsal eğri)
 - 3- Faz ve genlik Log-penlik çizimi

"Bode olarak $G(s) = \frac{1}{s+1}$ Transfer fonksiyonunu ele alalım. $s = j\omega$ yazılırsa $\Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1}$ olur

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1} = \frac{1}{1 - \tan^{-1}(\omega)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$$

ω	$G(j\omega)$
0	1 $\angle 0^\circ$
0.5	0.894 $\angle -26.6^\circ$ *
1	0.707 $\angle -45^\circ$
1.5	0.555 $\angle -56.3^\circ$
2	0.447 $\angle -63.4^\circ$
3	0.316 $\angle -71.6^\circ$
5	0.196 $\angle -78.7^\circ$
10	0.1 $\angle -84.3^\circ$
∞	0 $\angle 90^\circ$



Desibel: Bir logaritmik sayının 20 katıdır.

Dekeade: $f_2/f_1 = 10$, f_2 , f_1 den 1 dekad farklıdır.

oktav : $\frac{\log(f_2/f_1)}{\log 2} = 3.32 \log(f_2/f_1)$ [oktav]

$\frac{f_2}{f_1} = 2 \Rightarrow 1\text{ Hz} - 2\text{ Hz}$ e aralık 1 oktav

Yine $17\text{ Hz} - 34\text{ Hz}$ 1 oktavdır

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}{(j\omega)^N(1+j\omega T_a)\left[1+(2\zeta/\omega_n)j\omega + \left(\frac{1}{\omega_n^2}\right)(j\omega)^2\right]}$$

Genel ifadeyi ele alalım.

Genlik:

$$|G H(j\omega)| = 20 \log K + 20 \log |1+j\omega T_1| + 20 \log |1+j\omega T_2| - N 20 \log |j\omega| - 20 \log |1+2\zeta/\omega_n j\omega + \frac{1}{\omega_n^2} j^2 \omega^2|$$

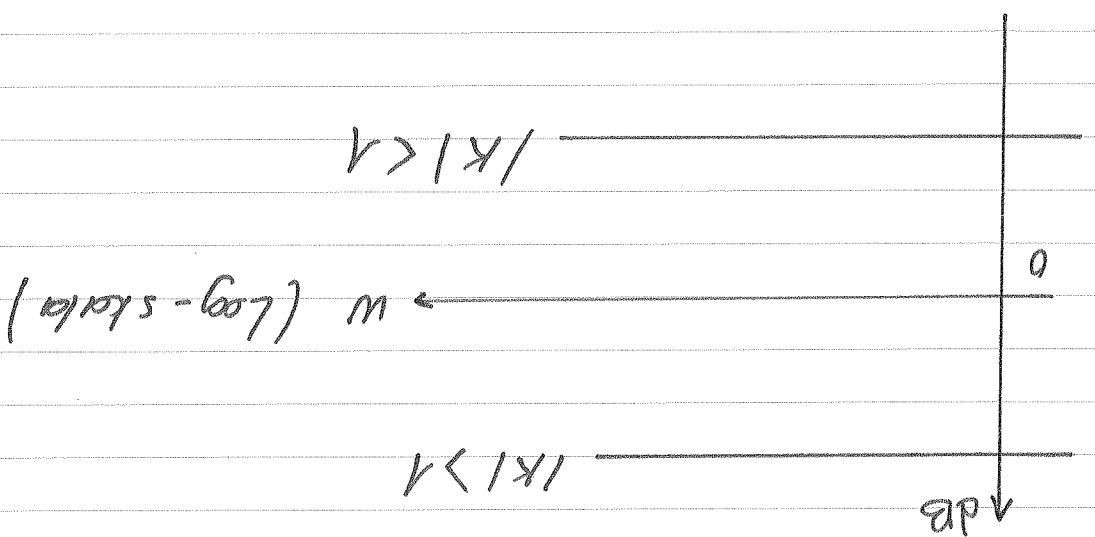
$$\frac{1}{\omega_n^2} (j\omega)^2$$

Açı:

$$\angle G H(j\omega) = 0^\circ + \tan^{-1}(\omega T_1) + \tan^{-1}(\omega T_2) - N 90^\circ - \tan^{-1}(\omega T_a) - \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1-\omega^2/\omega_n^2}\right)$$

$K \rightarrow$ Koeffizient, Sabiti, cihmet uire

1) Sabit Koeffizient:



ii) $20 \log |j\omega| = 20 \log \omega$ [dB] $\Rightarrow$ fazlasi Sabit ve $\phi = 90^\circ$

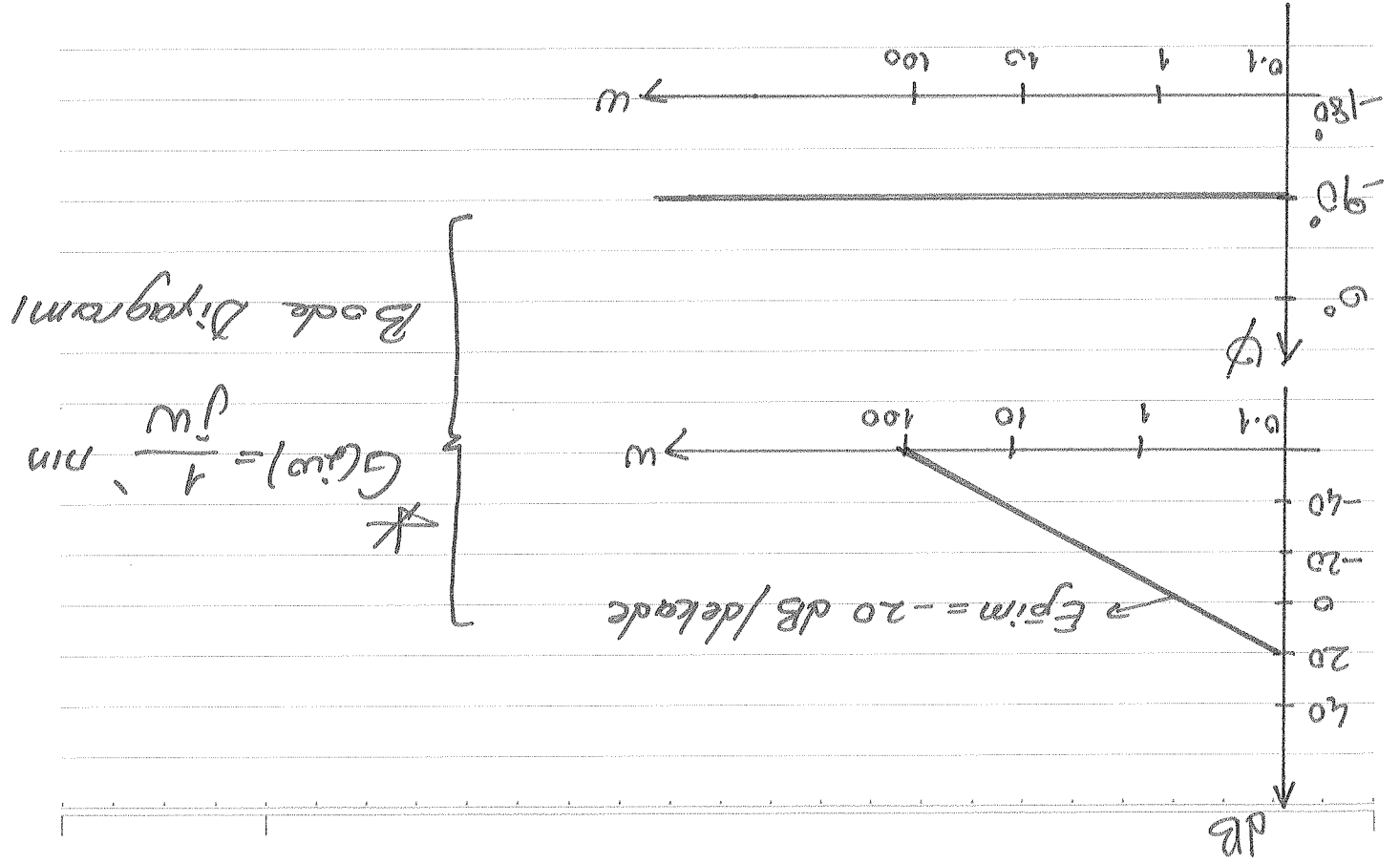
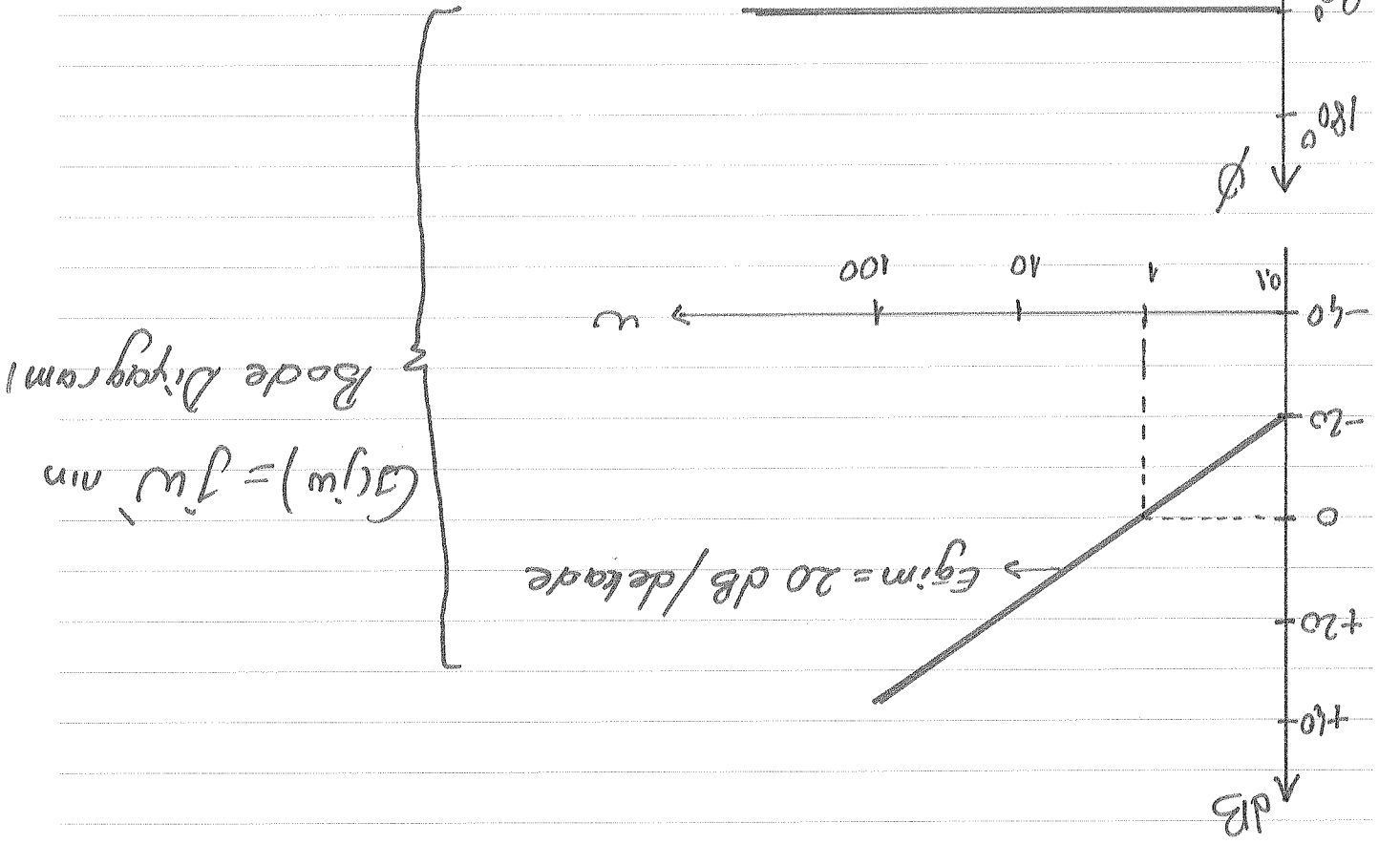
$$20 \log \left| \frac{1}{j\omega} \right| = -20 \log \omega$$

Sayet transfer fonksiyonu $\left(\frac{1}{j\omega} \right)^N$ veya $(j\omega)^N$

isleniyorsa:

$$20 \log |(j\omega)^N| = 20 \log \omega^N = 20 N \log \omega$$

$$20 \log \left| \frac{1}{(j\omega)^N} \right| = -20 N \log \omega$$



A) $(1+j\omega T)^{\pm 1}$ 1. Derece Faktör:

$1/(1+j\omega T)$ 1. derece faktörün logaritmik penliği:

$$20 \log \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right| = -20 \log \sqrt{1+\omega^2 T^2} \text{ [dB]}$$

* Yüksek frekanslar için $\omega \ll \frac{1}{T}$

Genlik: $-20 \log \sqrt{1+\omega^2 T^2} \approx -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$

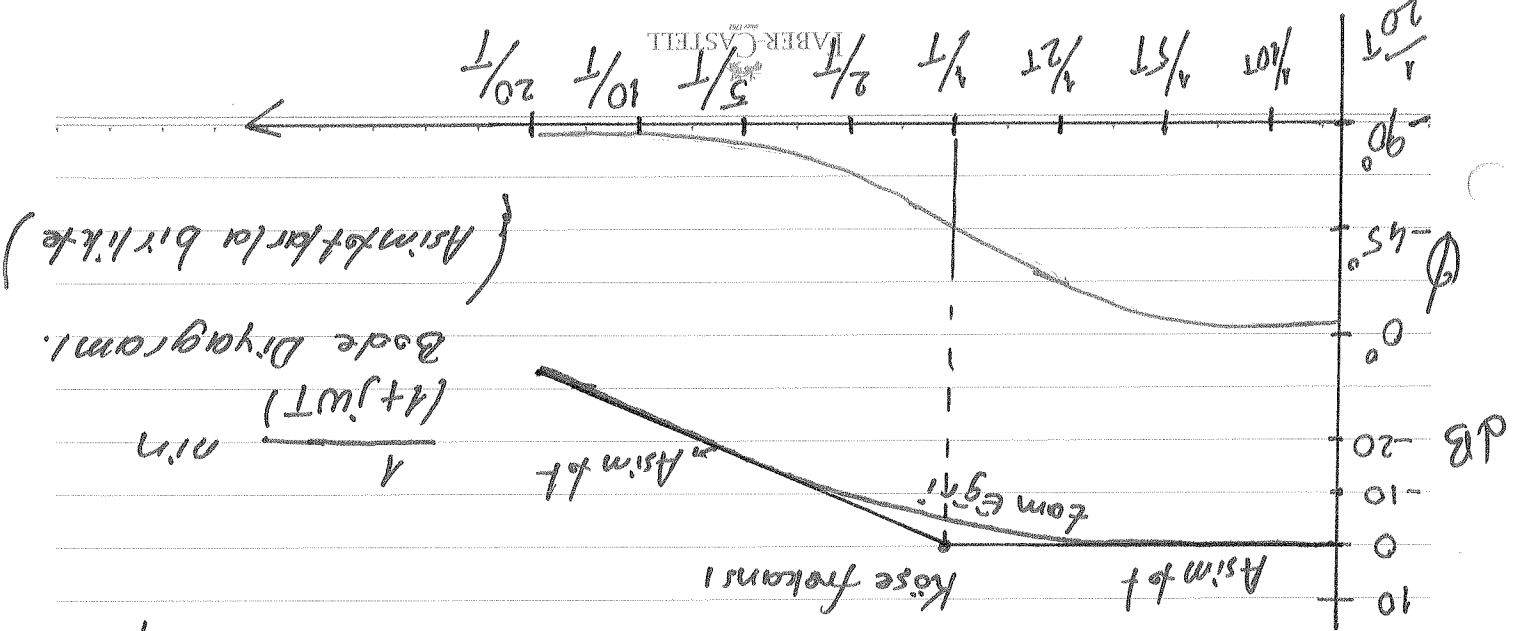
* Yüksek frekanslar için $\omega \gg \frac{1}{T}$

$$-20 \log \sqrt{1+\omega^2 T^2} \approx -20 \log \omega T \text{ [dB]}$$

$$\phi = -\tan^{-1}(\omega T)$$

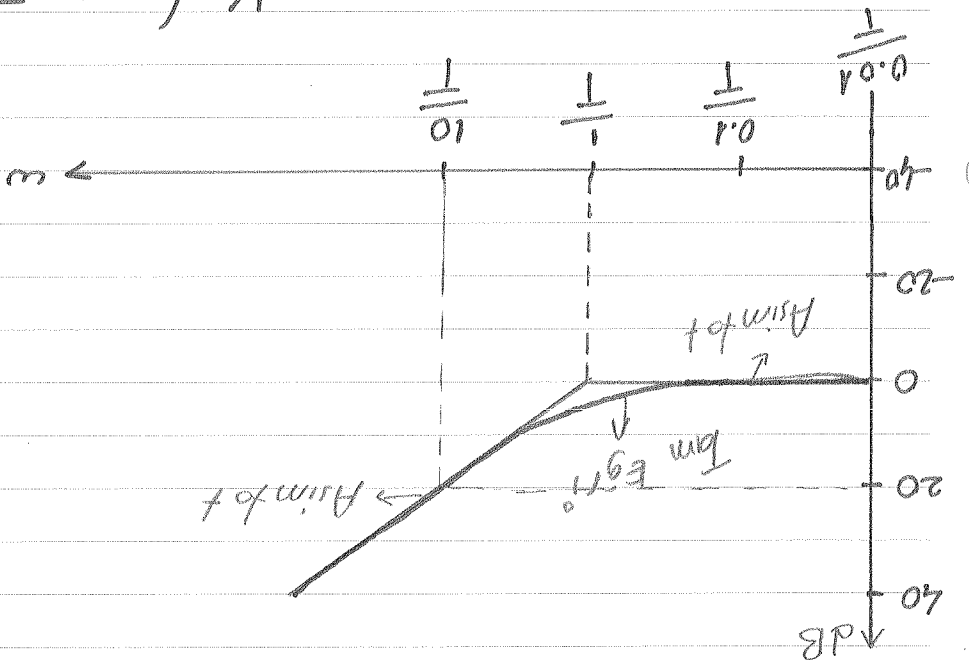
0 frekansında $\phi = 0^\circ$

Köşe frekansında $\phi = -45^\circ \Leftarrow \phi = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{T}\right) = -45$

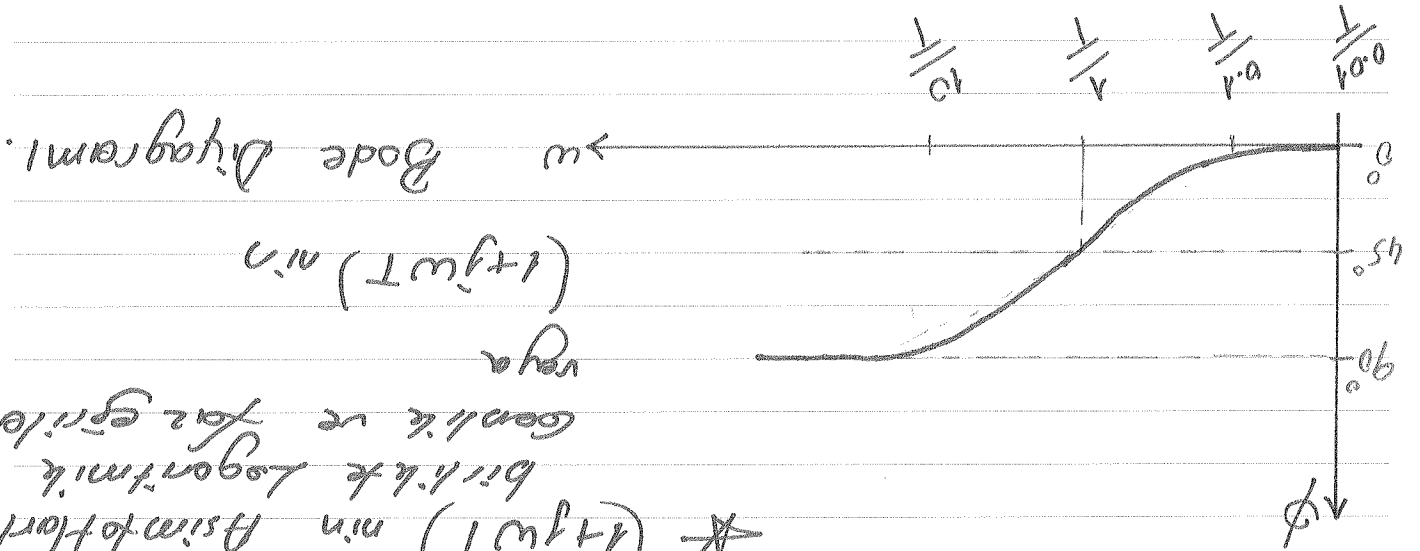


B) $(1+j\omega T)$ nin Bode diyagramı:

$$20 \log |1+j\omega T| = 20 \log \sqrt{1+\omega^2 T^2}$$



* $(1+j\omega T)$ nin Asimtotlarla
birlikte Logaritmik
Ganlik ve faz egrileri
veya
 $(1+j\omega T)$ nin
Bode Diyagramı.



Örnek: $G(s) = \frac{2(1+0.35s)}{1+0.15s}$ Transfer fonksiyonu için

A) Logaritmik büyüklük diyagramına ait Asimtotlar

çiziniz

B) Gerçek Egriyi çiziniz.

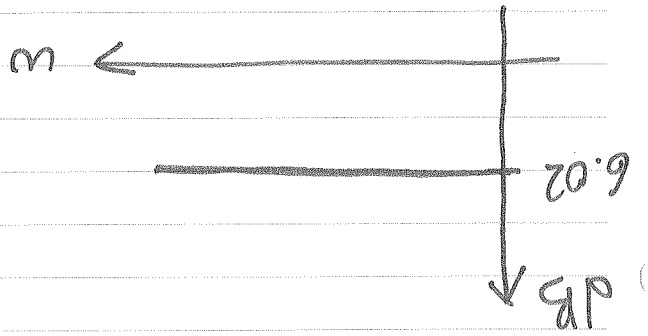
Gesam:

$$G(j\omega) = \frac{2(1 + 0.3j\omega)}{1 + 0.1j\omega}$$

* yazılır. ($s \rightarrow j\omega$)

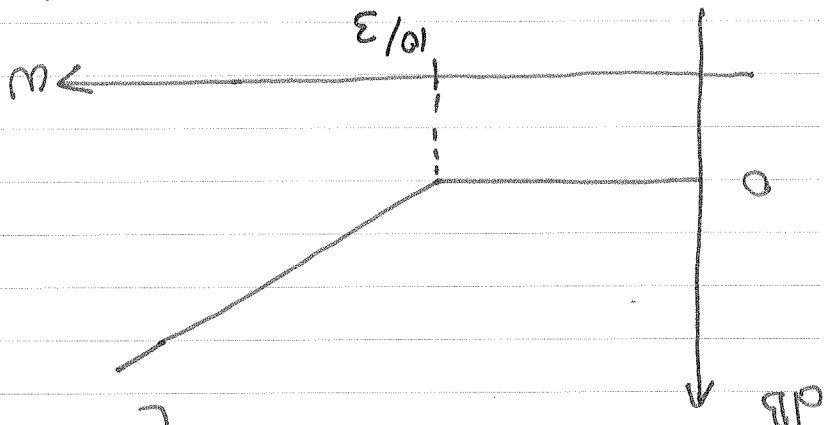
$$G(j\omega) = \frac{2(1 + j\frac{\omega}{10})}{1 + j\frac{\omega}{10}} = 20 \log 2 = 20 \log \left| \frac{1 + j\frac{\omega}{10}}{1 + j\frac{\omega}{10}} \right|$$

① $\rightarrow 20 \log 2 = 6.02 \text{ dB}$ sabit terim



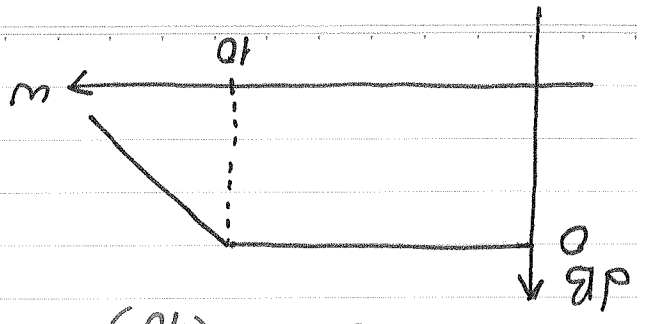
$$\textcircled{2} \rightarrow 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10/3}\right)^2}$$

$\omega \ll 10/3 \Rightarrow 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$ AF. Asint.
 $\omega \gg 10/3 \Rightarrow 20 \log \left(\frac{\omega}{10/3}\right) \text{ dB. yf. As.}$



$$\textcircled{3} \rightarrow -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2}$$

$\omega \ll 10 \Rightarrow -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$ (AF, Asint.)
 $\omega \gg 10 \Rightarrow -20 \log \frac{\omega}{10} \text{ dB (yf, Asint.)}$





Fazl-Digarami Gizaan

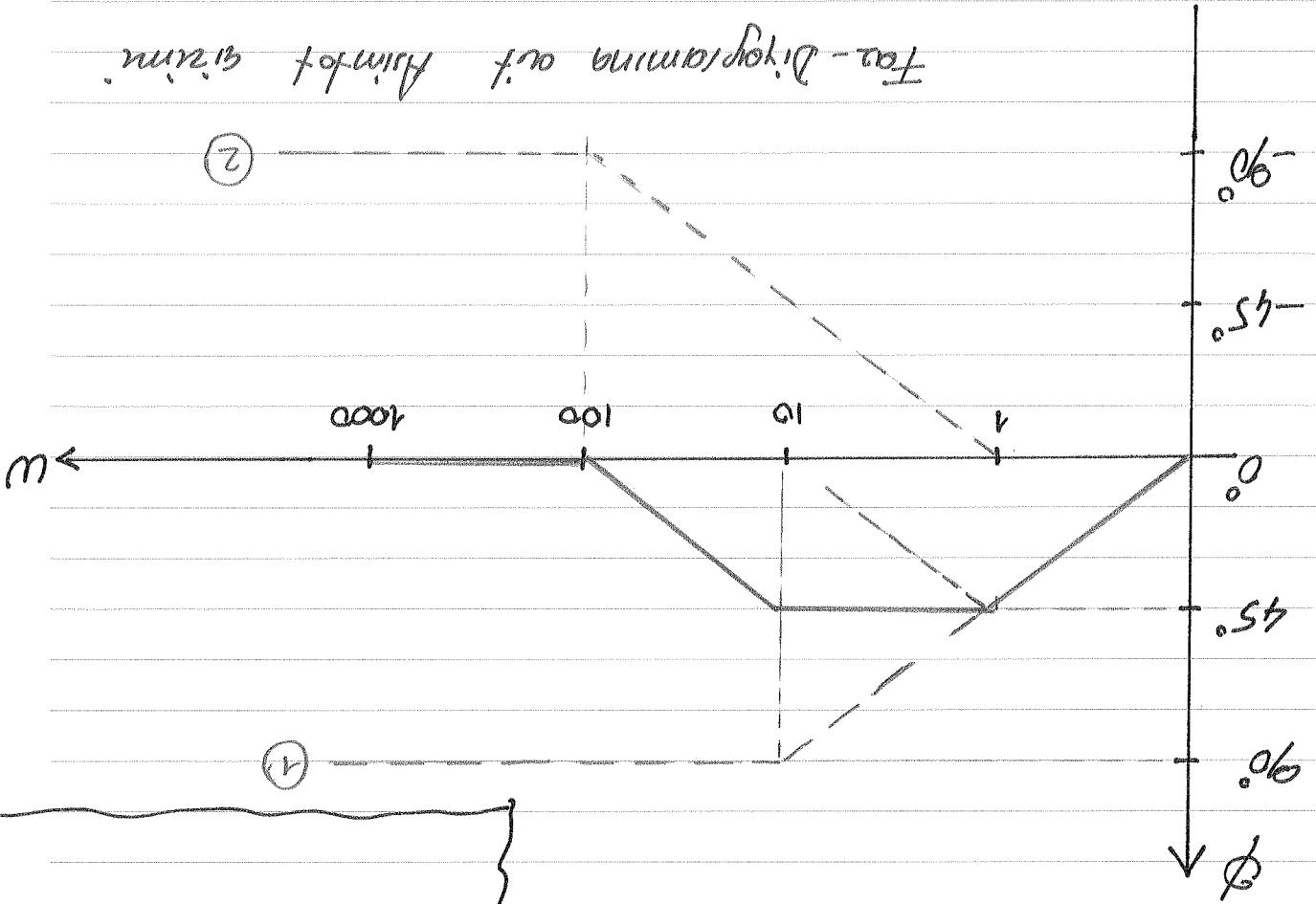
00EV: $G_{51} = \frac{2(1+5)}{\left(1+\frac{5}{10}\right)^2}$ Transfer Funktion

~~SECRET~~

$G(j\omega) = \frac{2(1+j\frac{\omega}{10/3})}{1+j\frac{\omega}{10}}$ Transfer

The Bode plot shows the magnitude and phase of the transfer function $G(j\omega)$. The magnitude curve (solid line) starts at 6.02 dB at low frequencies, remains flat until $\omega = 10/3$ rad/s, then increases with a slope of 20 dB/decade. The phase curve (dashed line) starts at 0°, remains flat until $\omega = 10/3$ rad/s, then increases with a slope of 60°/decade. The plot is divided into three regions by vertical dashed lines at $\omega = 10/3$ and $\omega = 10$. Region 1 is for $\omega < 10/3$, Region 2 is for $10/3 < \omega < 10$, and Region 3 is for $\omega > 10$. The y-axis is labeled dB and the x-axis is labeled ω .

Fas-Diagramm auf Achsen skizzieren



$$\textcircled{2} \rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{10}{w}\right)$$

$$\textcircled{1} \rightarrow 1 + j\frac{1}{w} \Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{w}\right)$$

$$\text{Ansatz: } G(jw) = \frac{jw+1}{1+j\frac{10}{w}} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} w=0.1 &\Rightarrow \phi=0^\circ \\ w=1 &\Rightarrow \phi=45^\circ \\ w=10 &\Rightarrow \phi=90^\circ \\ w > 10 &\Rightarrow \phi=90^\circ \end{aligned}$$

$$\theta(w) = \tan^{-1}\left(\frac{w}{w!}\right)$$

$$4) \left(1 + \frac{5}{w!}\right) = 1 + j\frac{w}{w!} = \left[1 + \left(\frac{w}{w!}\right)^2\right]^{1/2} \angle \theta(w)$$

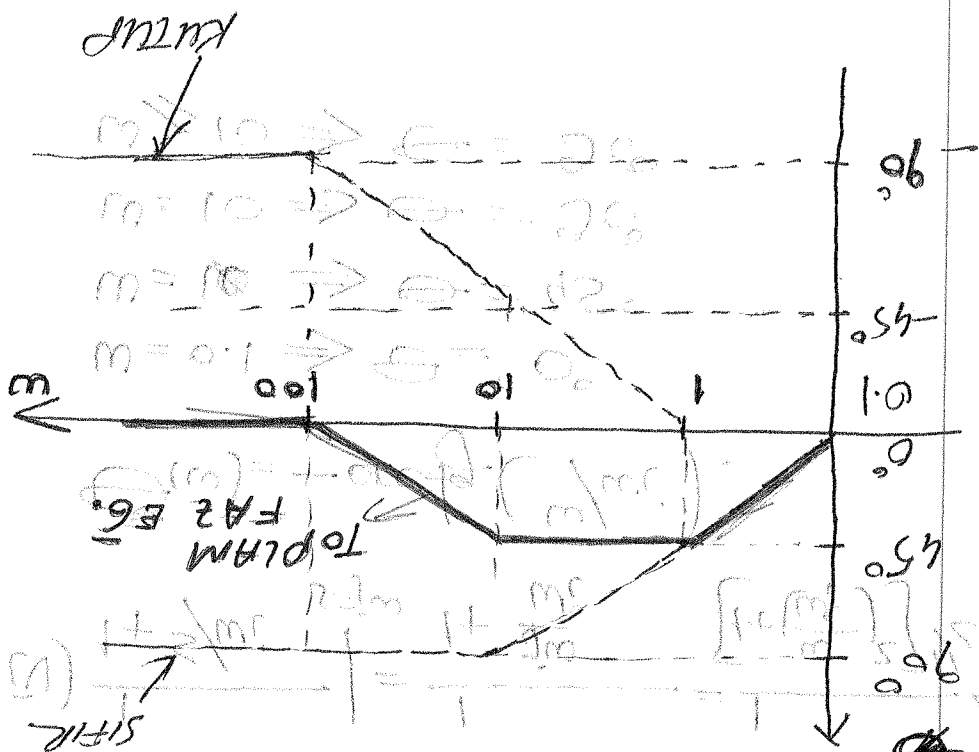
Faz-Diagramm Ginzit

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$$

$$1 + j\omega = \sqrt{1 + \omega^2} \angle \arctan\left(\frac{\omega}{1}\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{1 + j\omega} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2}} \angle -\arctan\left(\frac{\omega}{1}\right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{1 + j\omega} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2}} \angle -\arctan\left(\frac{\omega}{1}\right)$$



Bode Diagram given.

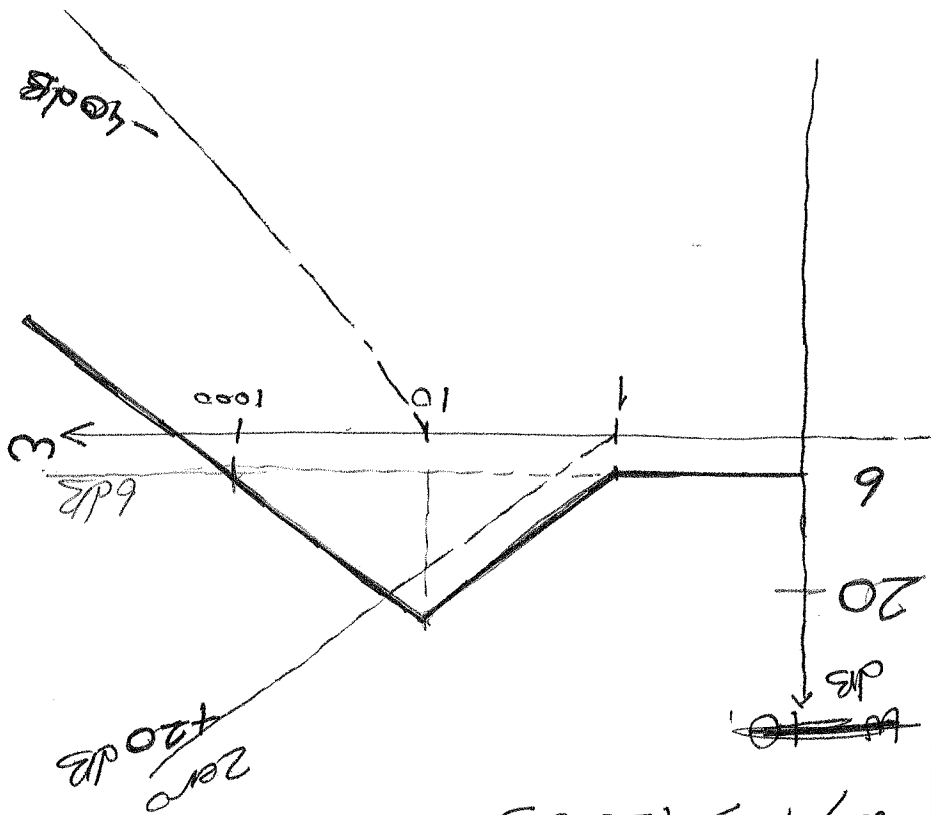
$$\underline{G(s)} = \frac{200(s+1)}{2L(s+5)} = \frac{(5+10)^2}{(1+\frac{10}{5})^2}$$

$$\underline{G(j\omega)} = \frac{2L(1+j\omega)}{(1+j\frac{\omega}{10})^2}$$

(i) $2L(1+j\frac{1}{\omega}) \Rightarrow 20 \log 2 = 6 \text{ dB}$

$\omega < 1 \Rightarrow 6 \text{ dB}$

$\omega > 1 \Rightarrow +20 \text{ dB}$



$$G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \angle \tan^{-1}(\omega T)$$

ii) Birinci - Derece Faktörü $(1+j\omega T)^{-1}$

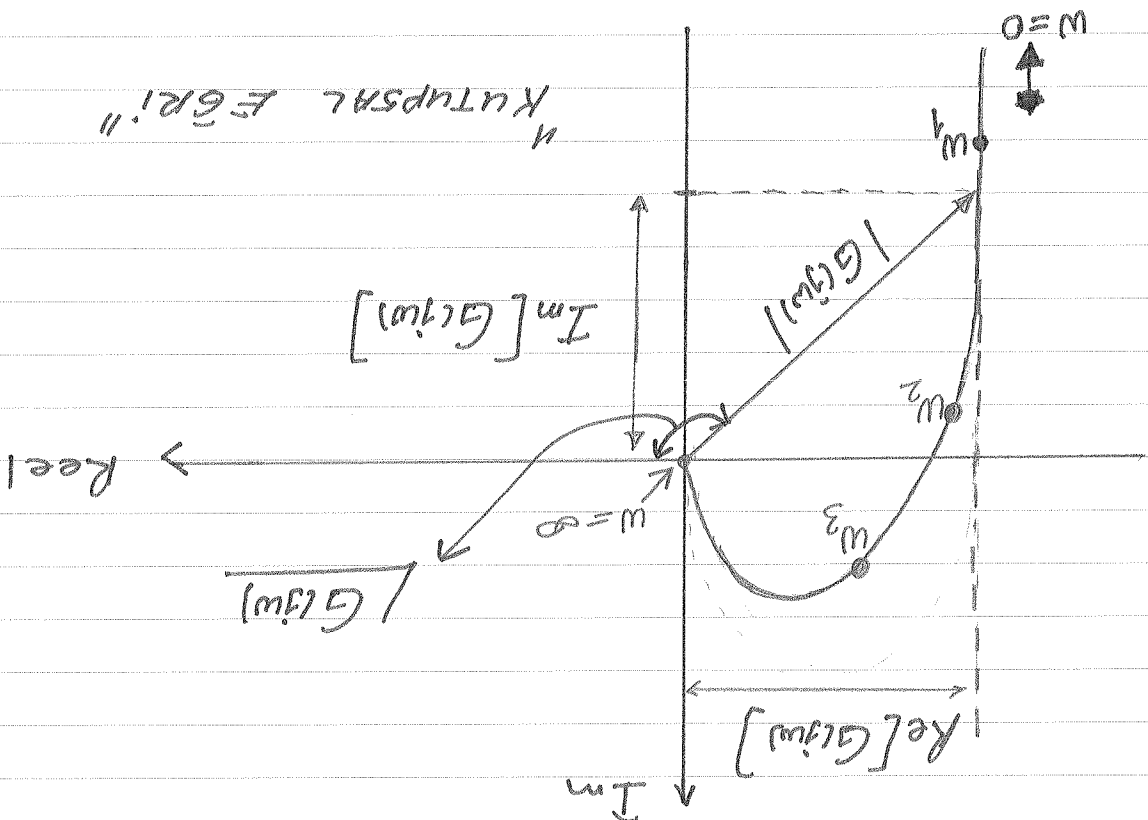
$$G(j\omega) = j\omega = \omega \angle +90^\circ$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega} = -j \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\omega} \angle -90^\circ$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \text{ nin kutupsal egrisi:}$$

1) Integral ve Türev faktörleri $(j\omega)^{\pm 1}$:

$G(j\omega)$, $(G_H(j\omega))$ Transfer fonksiyonu için Kutupsal Egrisi ω nin değişimine bağlı olarak $|G(j\omega)| / |G_H(j\omega)|$ vektör ucunun gideği açıdır.



= KUTUPSAL EĞRİLER =

$$* w = \omega_n \Rightarrow \phi = -90^\circ \text{ ve } G(j\omega_n) = \frac{1}{(j2\zeta)}$$

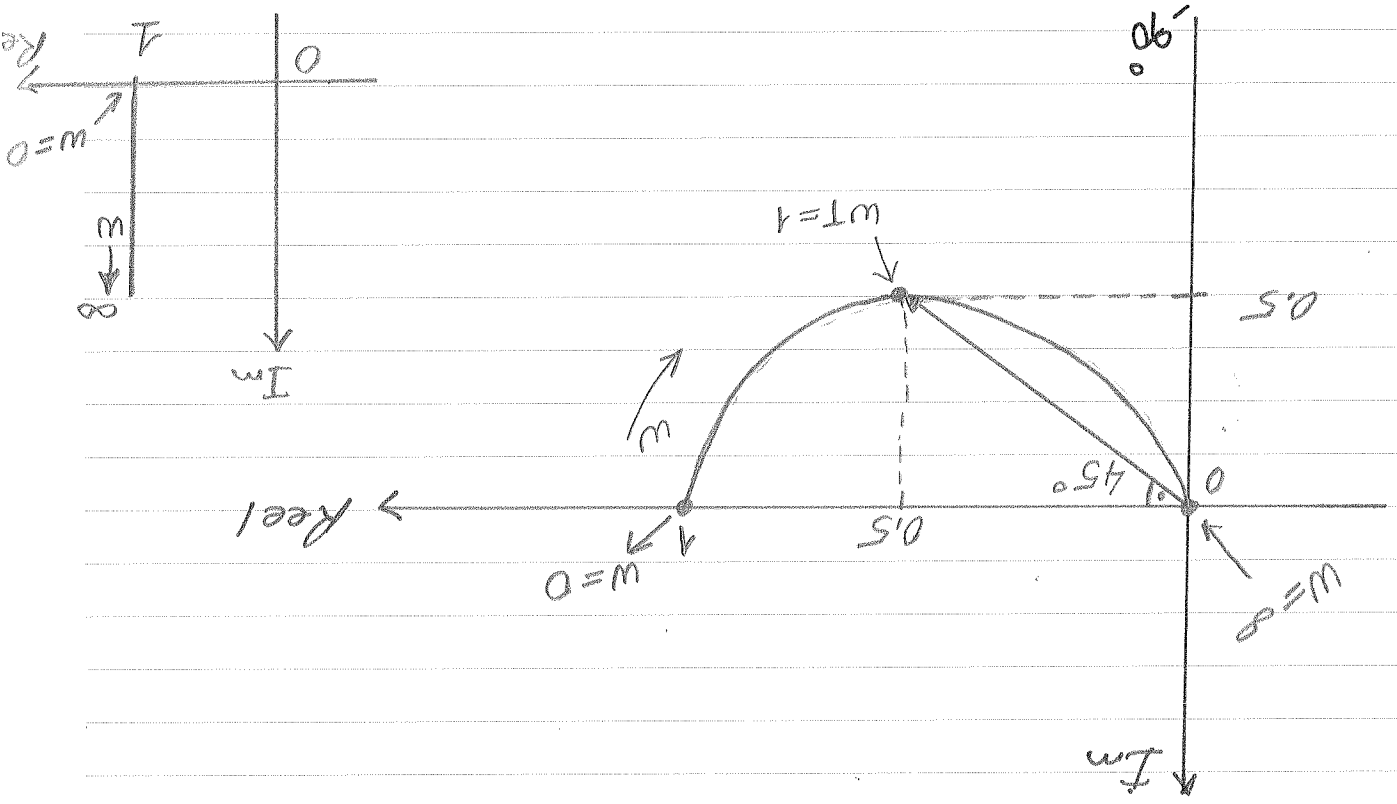
$$* \lim_{w \rightarrow 0} G(jw) = 1 \angle 0^\circ \text{ ve } \lim_{w \rightarrow \infty} G(jw) = 0 \angle -180^\circ$$

$$G(jw) = \frac{1}{1 + 2\zeta(j\frac{w}{\omega_n}) + (j\frac{w}{\omega_n})^2} \quad \zeta > 0$$

2. Derece sisteminler:

$$[1 + 2\zeta(j\frac{w}{\omega_n}) + (j\frac{w}{\omega_n})^2]^{-1} \quad (0.2\zeta < 1) *$$

III) Quadratic Faktor

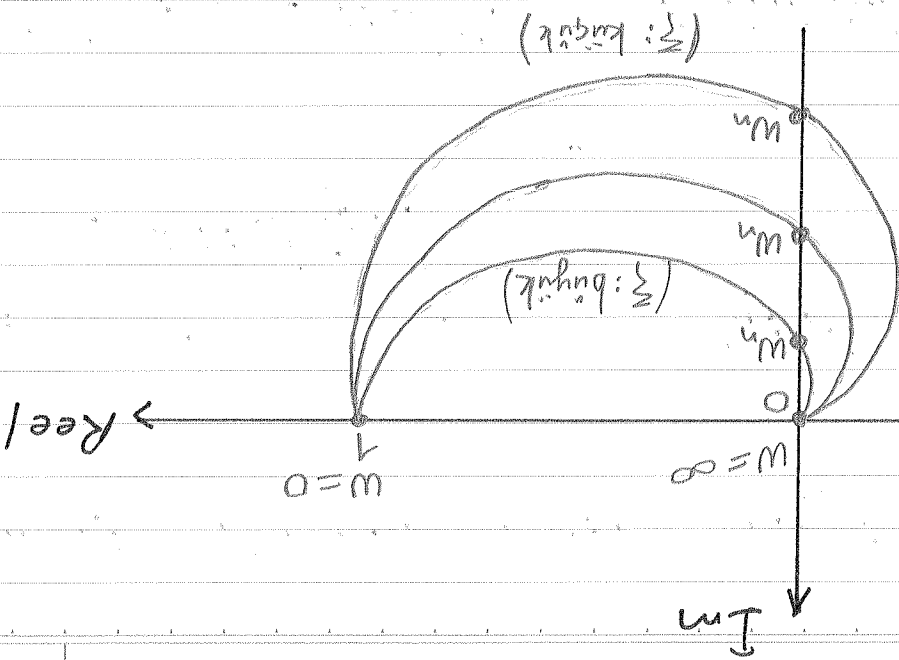


$$w = \infty \Rightarrow G(jw) = 0 \angle -90^\circ$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow G(jw) = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$$

$$w = 0 \Rightarrow G(j0) = 1 \angle 0^\circ$$

* $\zeta > 0$ için $\frac{1}{1 + 2\zeta(j\frac{w}{w_n}) + (j\frac{w}{w_n})^2}$ nin Kutupsal Eşrisi



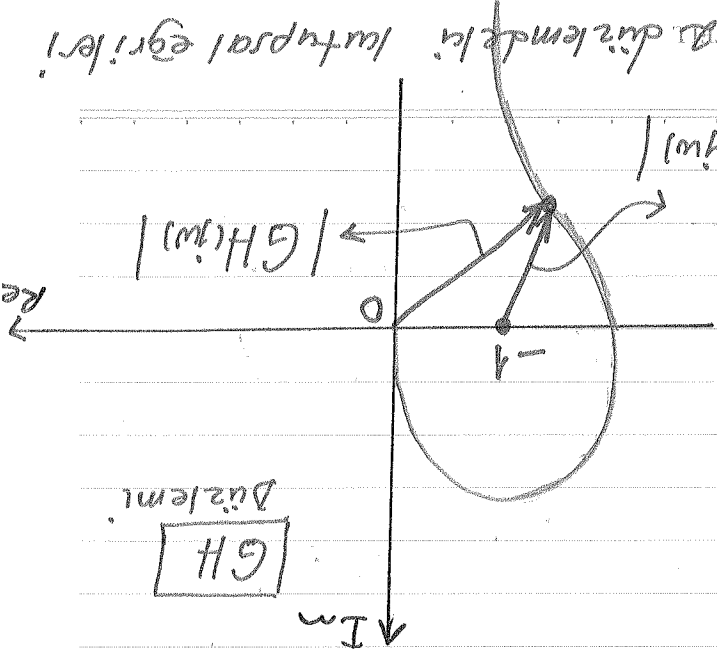
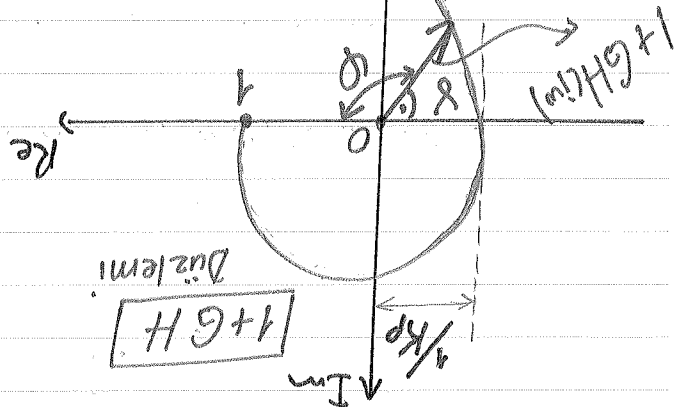
NYQUIST KRITERİ

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\frac{C(s)}{E(s)} = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

! ele alalım. Sistemin

Kararlı olması için köklerin sol-yarı "S" düzleminde olması ya da sağ-yarı "S" düzleminde olmaması gerekir.



GH(jw) nin 1/(1+GH(jw)) ile düzleminde kutupsal eğrisi

Tamam: Kaçans Payı K_p :

$\overline{u_n}$: Far geais frekansı

$$K_p = \frac{1}{|G H(j\omega_p)|}$$

$\overline{u_n} : 180^\circ = |G H(j\omega)|$ eşitliğini sağlayan

frekans değeri ω_p dir.

$\delta \rightarrow$ Far payı ile Kaçans payı frekansı

arasındaki ilişki.

* Kaçans payı frekansı $\{u_n \Rightarrow |G H(j\omega)| = 1$

olumsuzdaki frekans değeri dir.

Far Payı δ :

$$(\phi) \quad \delta = 180^\circ + \angle G H(j\omega)$$

!!) $\delta > 0^\circ$ ise sistm KARARLIDIR

!!) $\delta < 0^\circ$ ise sistm KARARLIDIR

NOT: Kapalı çevrim bir sistemin kararlılığı,

Asıl-çevrim frekans transfer fonksiyonu

($G_{H(j\omega)}$) kutupsal egrisinin $\boxed{-1+j0}$ noktasını

gevreleyip gevrekmediği incelenerek belirlenir.

Gevreleme sayısı " N " ile tanımlanır.

1- N , Nyquist egrisinin $G_{H(j\omega)}$ $-1+j0$ noktası etrafındaki gevreleme sayısı

2- Z , Karakteristik denklemin $1+G_{H(j\omega)}$

Sağ-yarı "s" düzlemindeki kutuplarının sayısı

olmak üzere: $\boxed{Z = N + P}$ Nyquist Kriteri

Tanımlanır
Buna göre:

! 1) For $P \neq 0 \Rightarrow$ ise sistemin kararlı

olabilmesi için ya $Z=0$ olmalı ya da $N=-P$ olmalıdır.

Yani: $-1+j0$ noktası etrafında saat yönü

tersinde Nyquist egrisinin gevreleme sayısının

P -adeft olması gerekir.

!! 2) For $P=0$ ise $G_{H(s)}$ in sağ-yarı

düzleminde kutbu yoksa $Z=N$ olur.

$$\phi_T = -[\phi_A + \phi_B]$$

$$\bar{B} = j\frac{w}{2} + 1 \Rightarrow |\bar{B}| = \sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + 1}, \quad \phi_B = \tan^{-1}\left(\frac{w}{2}\right)$$

$$\bar{A} = jw + 1 \Rightarrow |\bar{A}| = \sqrt{w^2 + 1}, \quad \phi_A = \tan^{-1}(w)$$

ya da bilir:

$$G_H(jw) = \frac{1}{(jw+1)(j\frac{w}{2}+1)} = \frac{1}{A \cdot B} \quad \text{setlinde}$$

görsini' çizip kararlılığını inceleyiniz.

$$\text{Örnek: } G_H(s) = \frac{1}{(5s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)} \quad \text{için Nyquist}$$

Nyquist EĞİSİNİN GİRİMLİ

Kararlıdır

-1+j0 Noktası dışarıda kalıyorsa sistem

içinde kalıp kalmadığına bakılır. Bu yeterlidir.

Sonuç: -1+j0 noktasının $G_H(jw)$ eğrisinin

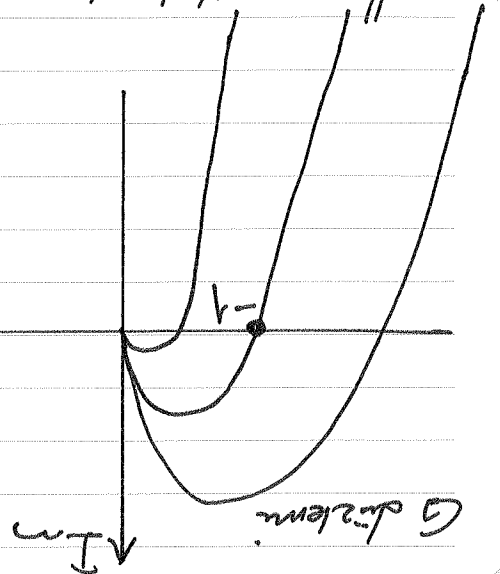
gevrekleme sayısı $N=0$ olmalıdır.

görsinin $G_H(jw)$, -1+j0 noktası etrafındaki

Bu durumda sistem kararlılığı için Nyquist

K: bryuk
K: h

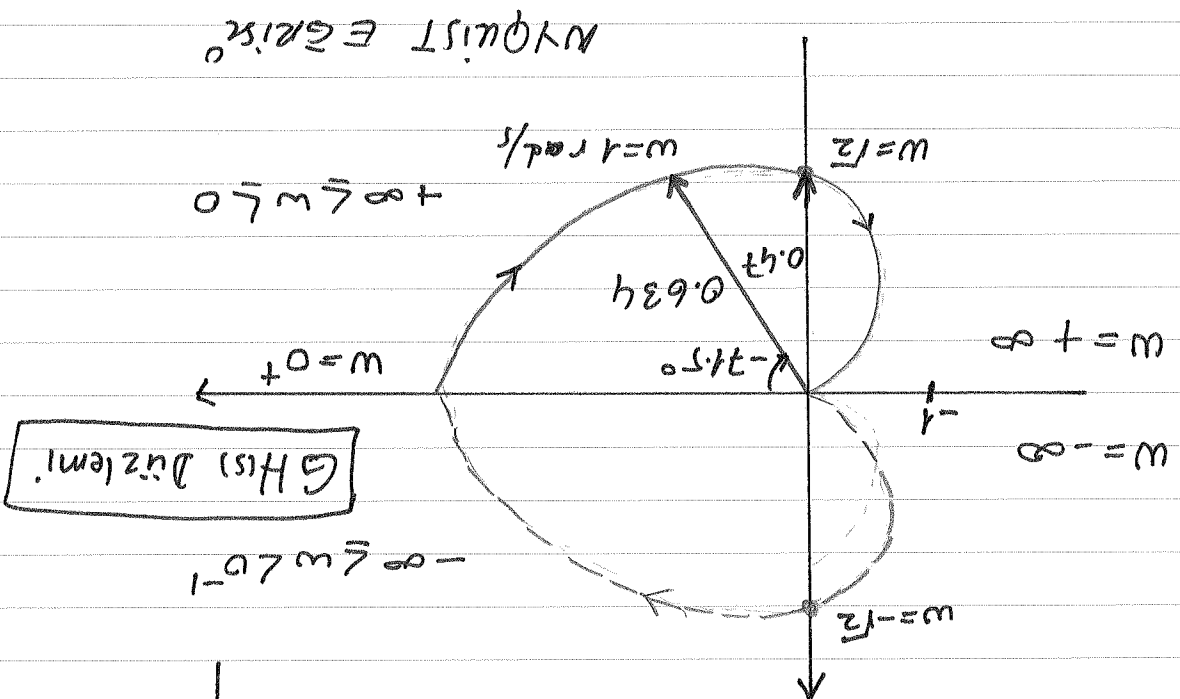
$K : K^{\text{sep}}$



13991 Kararilik:

Bu öläi FA2 Payi ne
KAZANs Payi cindiden
tamamlanış öläiñ

Öffizielles Ergebnis
-1+30 not finished
guter Kariert
paymen bei überleben



ω	$ A $	$ B $	$G_H(j\omega)$	ϕ_A	ϕ_B	ϕ_T
0	1	1	1	0°	0°	0°
1	1.41	1.18	0.634	45°	26.5°	-71.5°
$\sqrt{2}$	1.73	1.23	0.47	55°	35°	-90°
2	2.24	1.41	0.316	63°	45°	-108°
3	3.16	1.8	0.175	71°	56°	-127°
∞	∞	∞	∞	90°	90°	-180°

$P=0$
 $N=0$
 $Z=P+N=0$

SYSTEM
 KARARLI

$$w = \infty \Rightarrow GH(j\infty) = 0 \angle -270^\circ$$

$$w = 0 \Rightarrow GH(j0) = \infty \angle -90^\circ$$

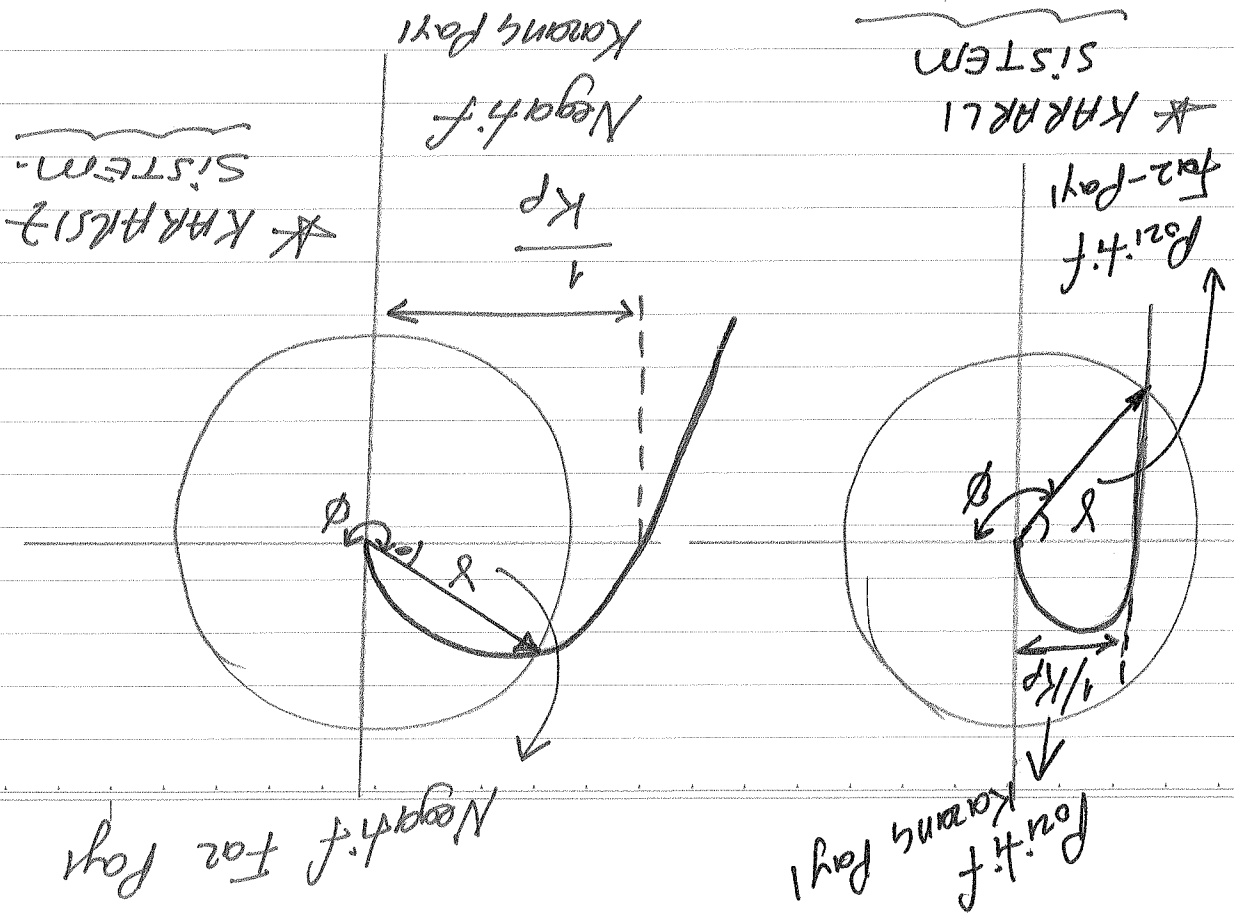
sinir degerleri:

$$\angle GH(jw) = -90^\circ - \tan^{-1}(0.2w) - \tan^{-1}(0.05w)$$

$$|GH(jw)| = \frac{10}{w \sqrt{1+(0.2w)^2} \sqrt{1+(0.05w)^2}}$$

$$\text{"Ornek": } GH(jw) = \frac{10}{jw(1+jw \cdot 0.2)(1+jw \cdot 0.05)}$$

$$\delta : \text{faz payi} \quad K_p = \frac{1}{GH(jw)}$$



$$\boxed{w = w_{\eta} = 3.16 \text{ rad/s}} \Rightarrow \left(\frac{1 - \frac{w^2}{10}}{1 + \frac{w^2}{10}} \right)^{-1} \tan^{-1} \left(\frac{1 - \frac{w^2}{10}}{1 + \frac{w^2}{10}} \right) = -90^\circ - 180^\circ = -270^\circ$$

$$w = \infty \Rightarrow |G_H(j\omega)| = 0 / -270^\circ$$

$$w = 0 \Rightarrow |G_H(j\omega)| = \infty / -90^\circ$$

③ Sınırlı Değerler:

$$\textcircled{2} \quad |G_H(jw)| = -90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{w}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{w}{5}\right) \text{ faz.}$$

$$\textcircled{1} \quad |G_H(jw)| = \frac{4}{w \sqrt{4+w^2} \sqrt{25+w^2}} \text{ genlik.}$$

$$\text{Genlik: } 5 \rightarrow jw \text{ ile } G_H(jw) = \frac{K}{jw(jw+2)(jw+5)}$$

Kararlı fonksiyonu için $K=4$ ise Nyquist eğrisini çiziniz, faz ve kazanç paylarını bularak sistemin kararlılığını inceleyiniz.

$$\text{Genlik: } G_H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+5)} \text{ Kararlı - Gevrim}$$

$$\text{Kazancı payı } K_p = \frac{1}{1} = 1 \quad |G_H(jw)| = 0.4 \quad \underline{\underline{2.5}}$$

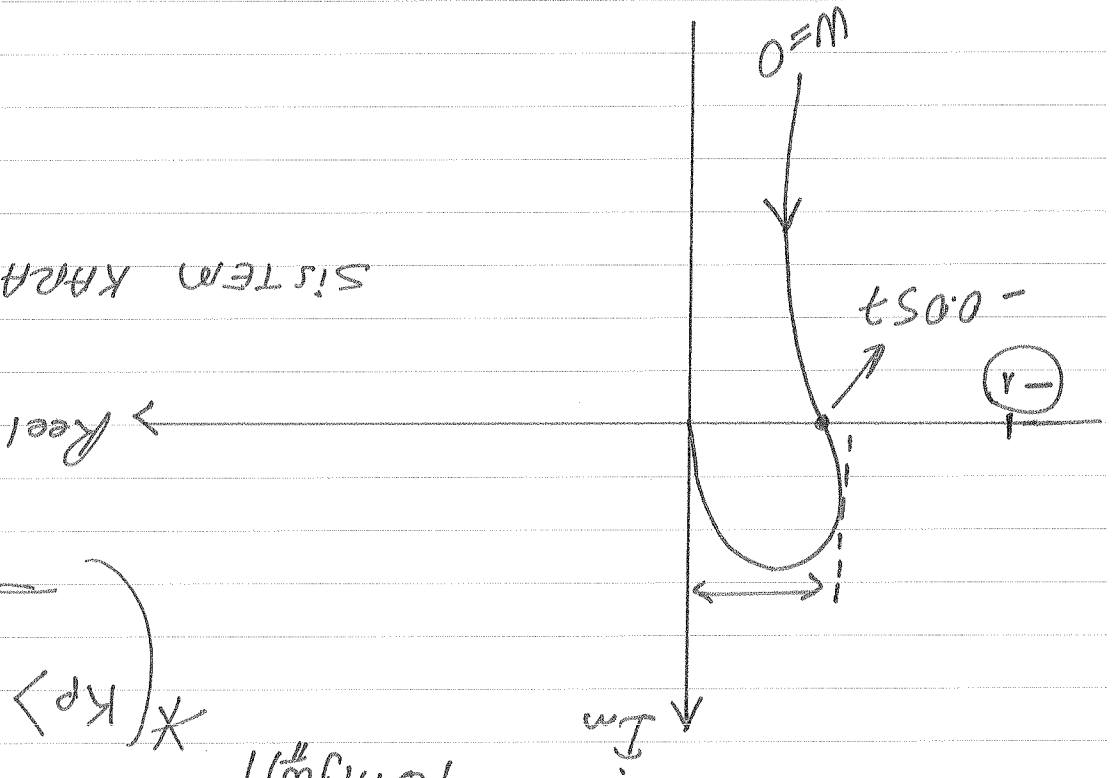
$$\frac{|G_H(jw)|}{10} = \frac{10 \sqrt{1 + (0.2 \times 10)^2} \cdot \sqrt{1 + (0.05 \times 10)^2}}{w = \pi} = 0.4$$

$$5) \quad |G_H(j\omega)| = \frac{4}{4 + (3.16)^2 \cdot \sqrt{25 + (3.16)^2}} = 0.057$$

Kesim Abolter

$$6) \text{ Kazang Payı: } K_p = \frac{1}{1} = 17.5 > 1$$

* $(K_p > 1 \text{ sistem kararlıdır.})$



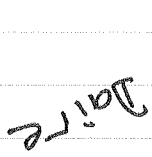
SİSTEM KARARLIDIR.

⇒ Devam!

$$\text{Ödev: } G_H(s) = \frac{K}{s(s+1)(10s+1)} \quad \text{Kapanlı-geçirilmiş T. Fonk.}$$

A) Nyquist eğrisini çiziniz, Kararlı çalışmıyor
karşılık gelen K değeri bulunuz.

B) Faz payının 45° olması için K değeri nedir
Bu değer için Kazang payını bulunuz.



by/turn

$$\omega_1 = \omega_2 = 3.16 \text{ rad/s}$$

* 11/11/10

for Pay 1:

$$88.501 - 2(7.0) - 01 = 74.501$$

İfade içinde yerine yatarsak;

$\Rightarrow \omega_1 \approx 0.4 \text{ rad/s}$. Bei Frequenzänderung! Vorzeichen!

$$L = \frac{1}{2} \int dt \left[\frac{1}{2} \dot{z}^2 + \frac{1}{2} \dot{m}^2 + \frac{1}{2} \dot{m}^2 \right]$$

c) $K_p = 5$ olması durumunda K kaçtır? ve faz-payı = ?

$$K_p = \frac{1}{5} \Rightarrow |GH(j\omega)| = 0.2$$

$$|GH(j\omega)| = \frac{K}{3.16 \sqrt{3.16^2 + 4} \sqrt{3.16^2 + 25}} = 0.2 \Rightarrow K = 14$$

Bu kazanç değeri için ω_1 değeri:

$$|GH(j\omega)| = \frac{14}{\omega_1 \sqrt{\omega_1^2 + 4} \sqrt{\omega_1^2 + 25}} = 1 \Rightarrow \omega_1 = 1.18 \text{ rad/s}$$

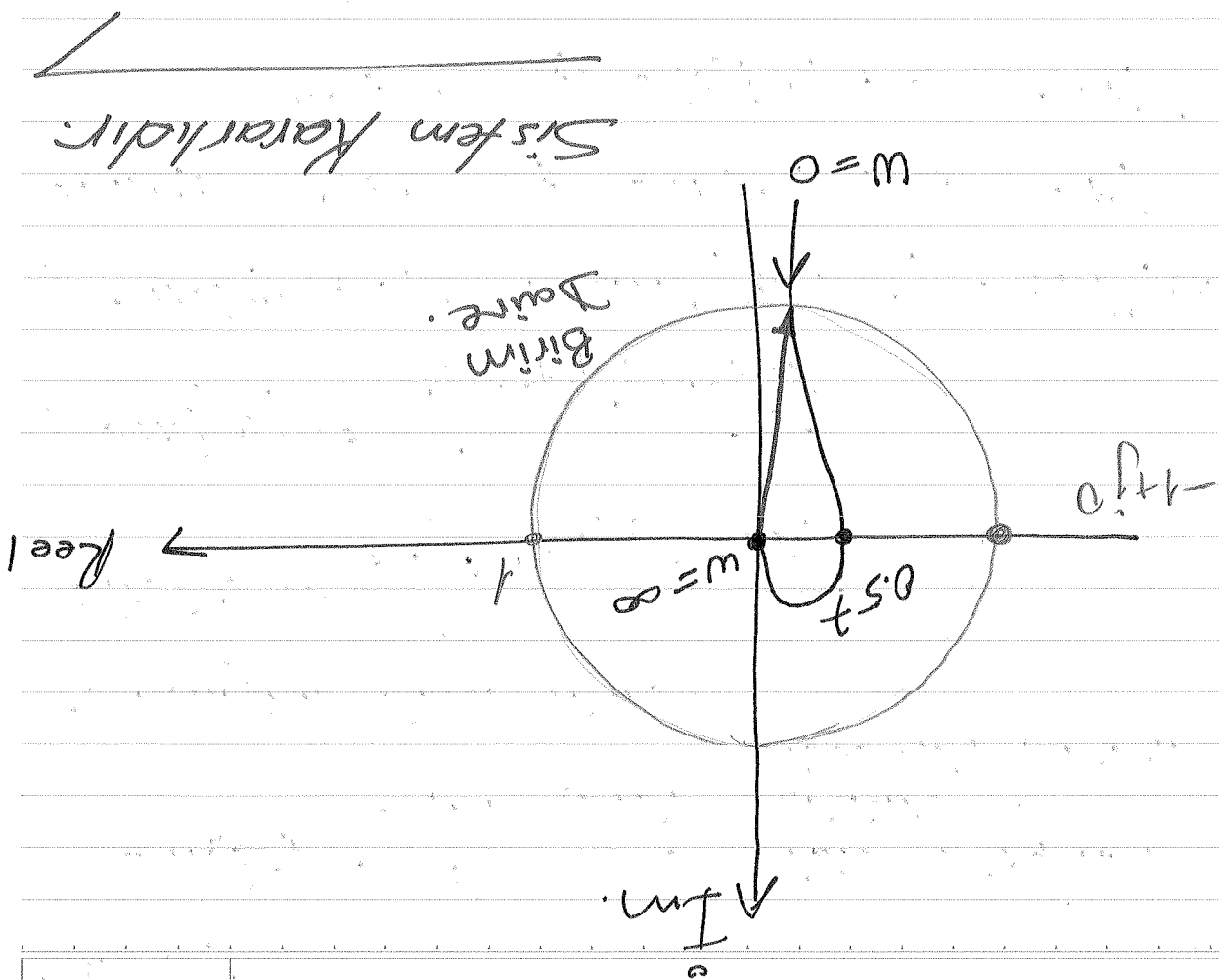
$\omega_1 = 1.18 \text{ rad/s}$ değeri faz denkleminde yerine yazalım.

$$\phi = \angle GH(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1} \frac{1}{1.18} - \tan^{-1} \frac{1}{1.18} \Rightarrow \phi = -133.8^\circ$$

Bu durumda faz-payı:

$$\ell = 180 + \phi = 180 - 133.8^\circ = 46.18^\circ$$

Omey
4



Ormel:

$$G(s) = \frac{2(1+s)}{(1+\frac{s}{5})^2}$$

$s \rightarrow j\omega$

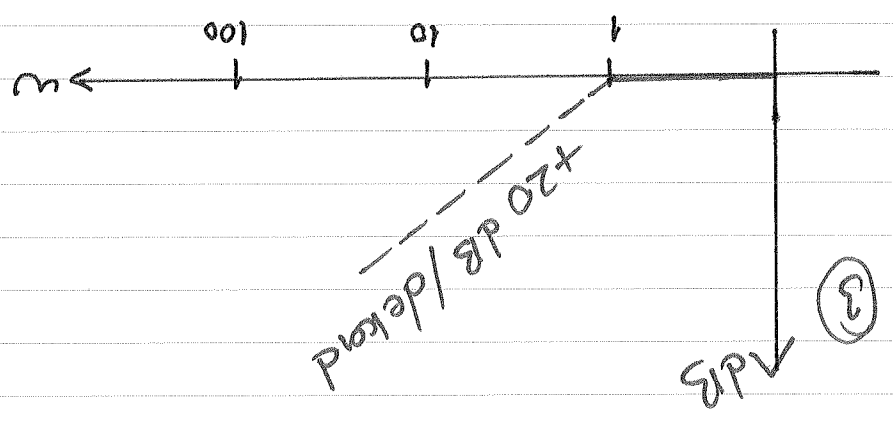
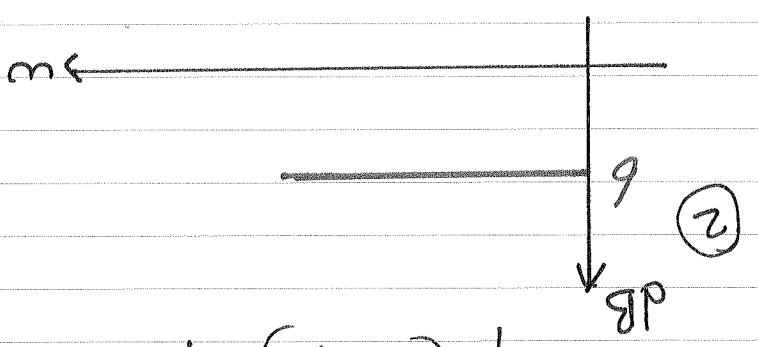
Transferfunktions-
in Bode diagram
gezeichnet.

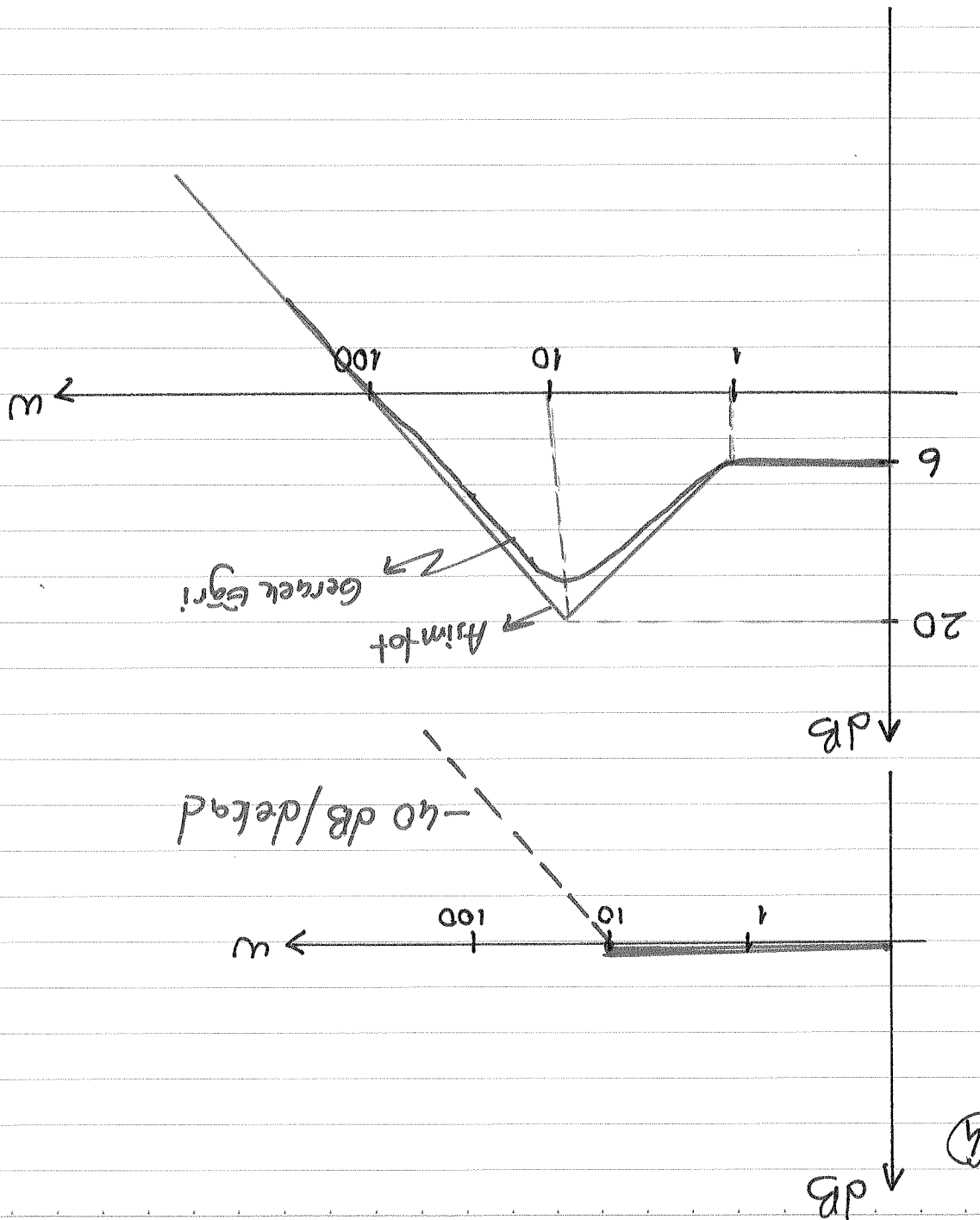
$$1) \quad G(j\omega) = \frac{2(1+j\omega)}{(1+j\frac{\omega}{5})^2}$$

$$2) \quad 20 \log 2 = 6 \text{ dB}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega \ll 1 \rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega \gg 1 \rightarrow 20 \log \omega \end{array} \right\} \Rightarrow 3) \quad 20 \log |1+j\omega| = 20 \log \sqrt{1+\omega^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega \ll 10 \rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega \gg 10 \rightarrow -40 \log \frac{\omega}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow 4) \quad 20 \log \left| \frac{1}{(1+j\frac{\omega}{10})^2} \right| = -40 \log \sqrt{1+\frac{\omega}{10}}^2$$





MATLAB UYGULAMALARI

BÖLÜM-11