

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.1. Kuvvet ve cisimlere etkileri

- Kuvvetler vektörel büyüklüklerdir.
- Kuvvet vektörünün;
 - uygulama noktası, kuvvetin cisme etkidiđi nokta;
 - doğru ve yönü, kuvvetin doğru ve yönü;
 - modülü ise kuvvetin şiddetidir.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.1. Kuvvet ve cisimlere etkileri

- Şiddet;
 - Newton (N),
 - kilogram-kuvvet (kg-f),
 - gram-kuvvet (g-f),
 - dyne (dyn)
- Bu kuvvetler arasındaki dönüşümler;
 - $1 \text{ kg-f} = 1000 \text{ g-f} = 9.81 \text{ N} = 981000 \text{ dyn}$
 - $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$
 - $1 \text{ g-f} = 981 \text{ dyn}$

Örnek 2.1. 40 kg-f kaç N eder?

Çözüm: Doğru orantı ile $\frac{1 \text{ kg-f}}{9,81 \text{ N}} = \frac{40 \text{ kg-f}}{x \text{ N}}$

Buradan; $x = 40 * 9,81 = 392,4 \text{ N}$ olarak bulunur.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.1. Kuvvet ve cisimlere etkileri

- Bir kuvvetin cisimlerin hareketlerindeki etkileri;
 - Etki ettiđi cisimlere hareket kazandırabilir.
 - Cisimlerin hızlarını değiştirebilir.
 - Cisimler üzerinde döndürme etkisi oluşturabilir.
 - Hareket eden cisimlerin yönünü deđiştirebilir.
 - Cisimlerde şekil değişikliğine neden olabilir.
 - Hareket eden cisimleri durdurabilir.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

- Aynı uygulama noktası bulunan iki F_1 ve F_2 kuvvetlerini birleştirmek demek, bunların R bileşkesine, yani aynı anda uygulanan F_1 ve F_2 kuvvetlerinininkine eşit etkilere neden olan kuvveti belirlemek demektir.
- İki kuvvetin bileşkesi, yön, doğrultu ve şiddet olarak vektörel hesap kuralları ile verilir.
- Örneğin bir cisme güney yönünde 10 Newton kuvvet uygulanırken, bu kuvvete zıt yönde 15 Newton kuvvet uygulandığında cisim 15 N 'luk kuvvet yönünde hareket edecektir.
- Bu özellikler kuvvetin bileşke kuvveti olarak bilinmektedir.

KUVVET, MOMENT ve DENGE

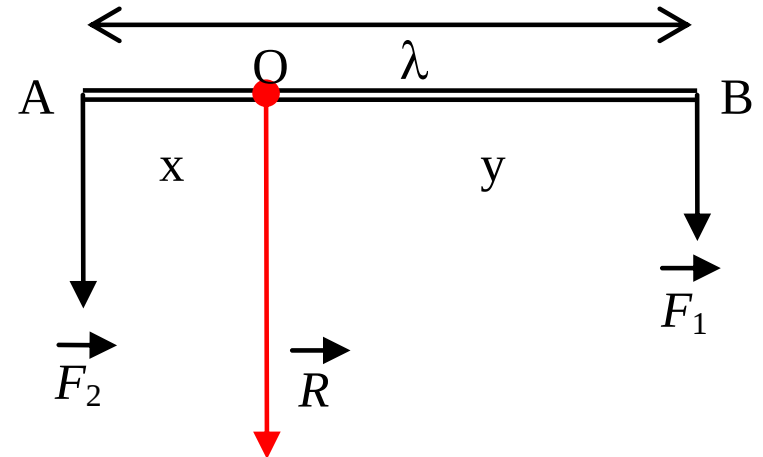
2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

- Aynı eksendeki iki kuvvet söz konusuysa, bileşkenin cebirsel ölçümü, kuvvetlerin cebirsel ölçümlerinin toplamına eşittir.
- Şekil 2.1 'deki F_1 ve F_2 kuvvetleri aynı yönlü paralel kuvvetler olduğundan bileşke kuvvetin büyüklüğü

$$R = F_1 + F_2$$

bağıntısı ile hesaplanır.



Şekil 2.1. Paralel kuvvetlerin bileşkesi

KUVVET, MOMENT ve DENG

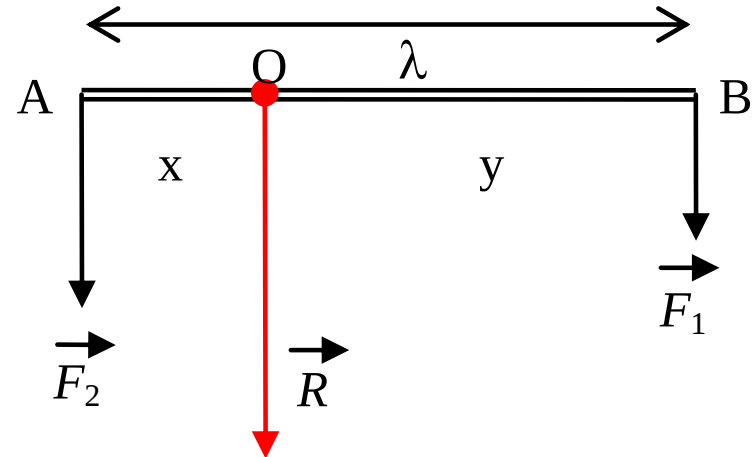
2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

- İki kuvvetin etkiye noktalarını birleştiren doğru üstünde bulunan bileşkenin uygulama noktası, iki kuvvetin bu noktaya göre momentlerinin toplamı sıfır olacak biçimdedir.
- Şekil 2.1 'deki bileşke kuvvetin yeri bulunurken,

$$F_1 * y = F_2 * x$$

bağıntısından yararlanılır.



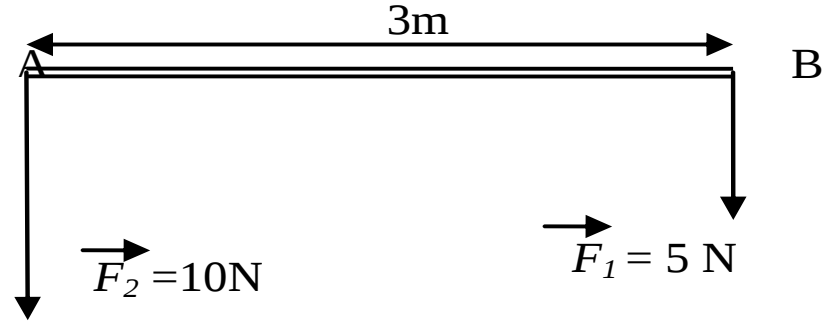
Şekil 2.1. Paralel kuvvetlerin bileşkesi

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

Örnek 2.2. 3m uzunluğundaki AB çubuğuna şekil deki gibi F_1 ve F_2 kuvvetleri asılmıştır. Çubuğa etki eden bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve F_2 kuvvetine olan uzaklığını hesaplayınız?



Çözüm: $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetleri aynı yönlü oldukları için, bileşke kuvvet;

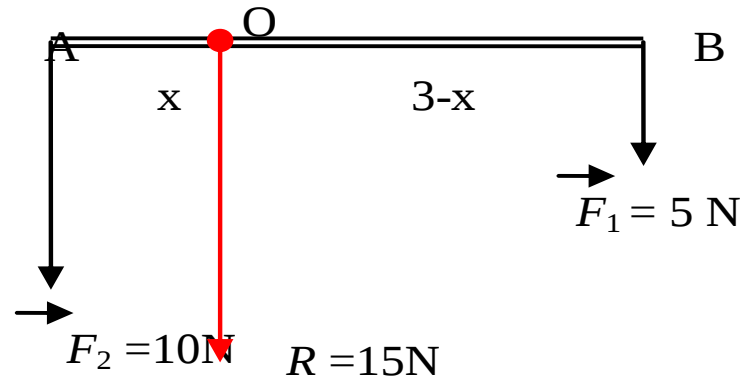
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 10 + 5 = 15 \text{ N}$$

bulunur

$\vec{R}$ bileşke vektörünün yeri

$$\vec{F}_1 * |\text{OB}| = \vec{F}_2 * |\text{OA}|$$

$$5 * (3-x) = 10 * x \text{ ise } 15 - 5x = 10x$$
$$15 = 15x \text{ ise } x = 1 \text{ m olarak bulunur}$$



R, F_2 kuvvetinden 1 m uzaklıktadır. Görüldüğü üzere bileşke kuvvet büyük olan kuvvete daha yakındır.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

- Buna karşın birbirine zıt iki kuvvetin oluşturduğu bileşke kuvvet, kendisini oluşturan kuvvetlere zıttır ve yönü, en büyük kuvvetin yönüdür.
- İki zıt kuvvetin şiddetleri aynı, yönleri ters ise, bunlar bileşkelerinin sıfır olduğu bir kuvvet çifti oluştururlar.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

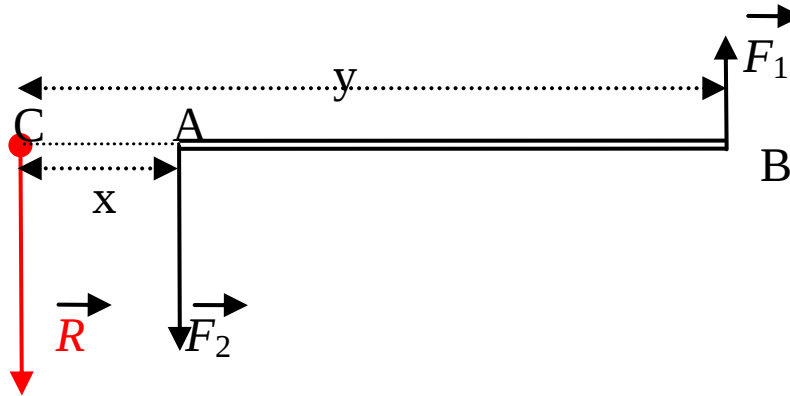
- Şekil 2.2 'de olduğu gibi AB uzunluğundaki çubuğa F_1 ve F_2 kuvvetleri etki etmektedir.

$\vec{F}_2 > \vec{F}_1$ ise $\vec{R}$ bileşke vektörü F_2 yönündedir.

$\vec{R}$ 'nin büyüklüğü $\vec{R} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$ bağıntısı ile hesaplanır.

$\vec{R}$ bileşke vektörünün yeri ise

$\vec{F}_2 * x = \vec{F}_1 * y$ bağıntısı ile hesaplanır.



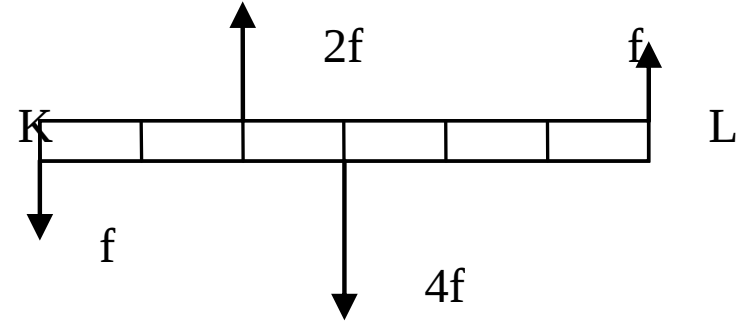
Şekil 2.2. Zıt kuvvetlerin bileşkesi

KUVVET, MOMENT ve DENG

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

Örnek 2.3. Şekildeki KL çubuğunun ağırlığı ihmal edilmiştir. Çubuğa şekilde görünen kuvvetler etki ettiğine göre, çubuğun yatay kalması için nereden asılması gerekir?



Çözüm: K noktasından uzaklık x kabul edilirse,

$$x = \frac{f * 0 - 2f * 2 + 4f * 3 - f * 6}{f - 2f + 4f - f} = \frac{2f}{2f} = 1 \text{ olarak bulunur.}$$

Çubuğun yatay kalması için K noktasının 1 birim sağından asılmalıdır.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.2. Bileşke kuvvetler

Örnek 2.4. Şekildeki AB uzunluğundaki çubuğa yönleri zıt paralel F_1 ve F_2 kuvvetleri etki etmektedir. Bu kuvvetlerin bileşkesinin büyüklüğünü ve F_2 kuvvetinden ne kadar uzaklıkta olduğunu bulunuz.

Çözüm:

Bileşkenin büyüklüğü:

$R = F_2 - F_1 = 4f - f = 3f$ bulunur.

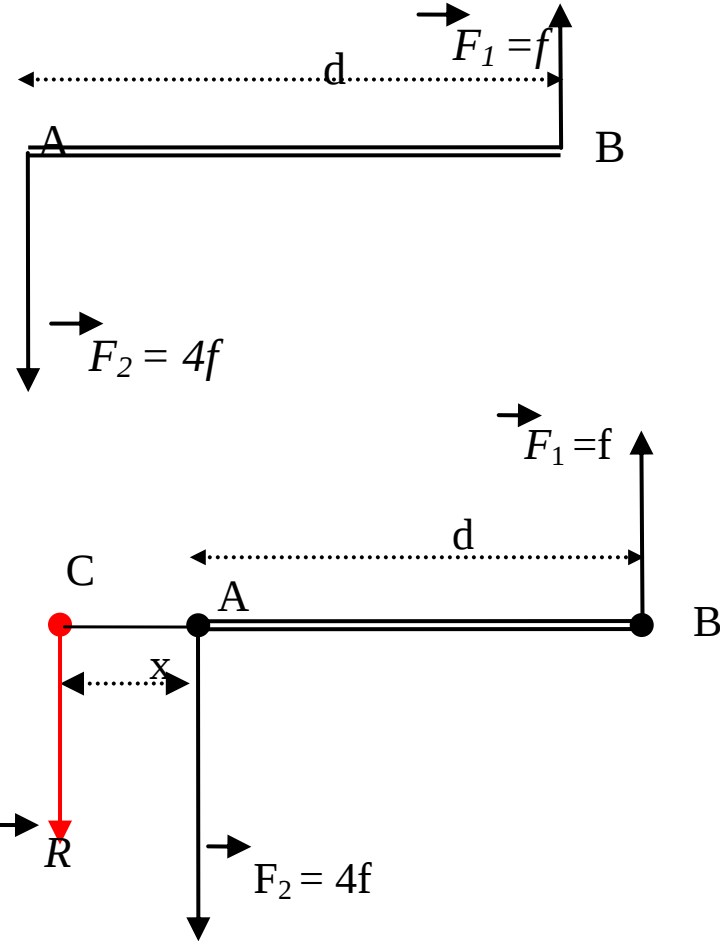
Bileşkenin yönü F_2 yönündedir.

Bileşkenin yeri:

$F_1 * |BC| = F_2 * |AC|$

$f(d+x) = 4f * x$ ise $fd + fx = 4fx$

$fd = 3fx$ ise $x = \frac{d}{3}$



KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

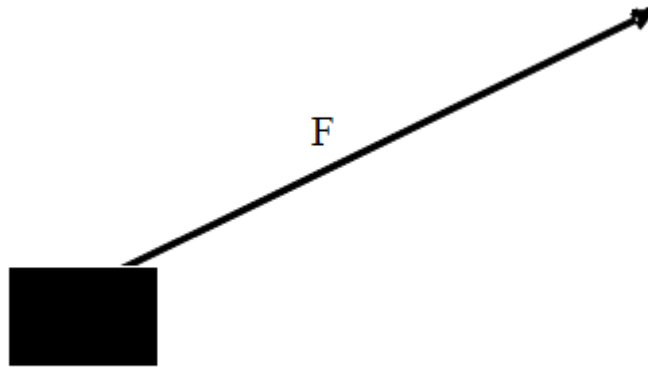
- Kuvvet vektörel bir büyüklük olduğundan, bunlar istenilen herhangi bir doğrultuda olan bileşenlere ayrılabilir.
- Mühendislikte kuvvetler genellikle birbirine dik değildir.
- Bu tip kuvvetlerin bileşkeleri grafiksel metotların uygulanması ile bulunabilirse de, bu iş her zaman kolay olmayabilir.
- Bu nedenle analitik hesaplamada çoğunlukla, her bir kuvvetin birbirine dik yatay ve düşey dikdörtgen bileşeninin bulunması tercih edilir.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

- Şekil 2.3 'de gösterilen cisme etki eden F kuvveti, cismi sağ üst doğrultuda hareket ettirme eğilimindedir.
- F kuvvetinin uygulandığı O noktasına bir dikdörtgen koordinat sisteminin orijini yerleştirilir.



Şekil 2. 3. Bir kuvvetin dikdörtgen bileşenleri

KUVVET, MOMENT ve DENGE

2.1. Kuvvet

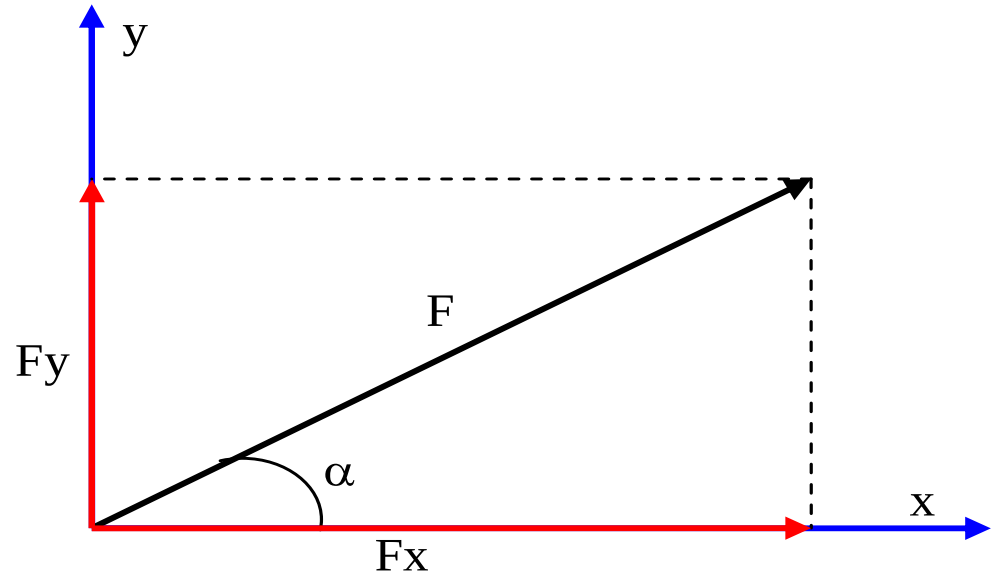
2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

- F kuvvetinin F_x ve F_y dikdörtgen bileşenlerini bulmak için, kuvvetin X ve Y eksenleri üzerindeki izdüşümleri alınır.
- F kuvvetinin X eksenini ile yaptığı açı α olduğu takdirde, basit trigonometrik ilişkilerden F_x ve F_y ;

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

eşitlikleriyle hesaplanır



Şekil 2.3. Bir kuvvetin dikdörtgen bileşenleri

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

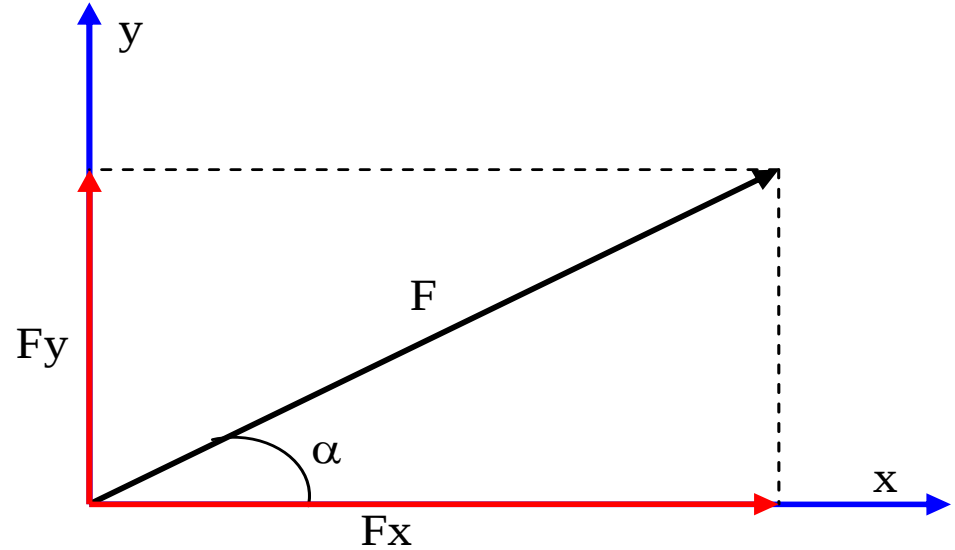
Herhangi bir kuvvetin dikdörtgen bileşenleri bilindiği durumda, bileşke kuvvetin şiddeti;

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

yatayla yaptığı açı (eğimi);

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

eşitlikleriyle kolayca bulunabilir.



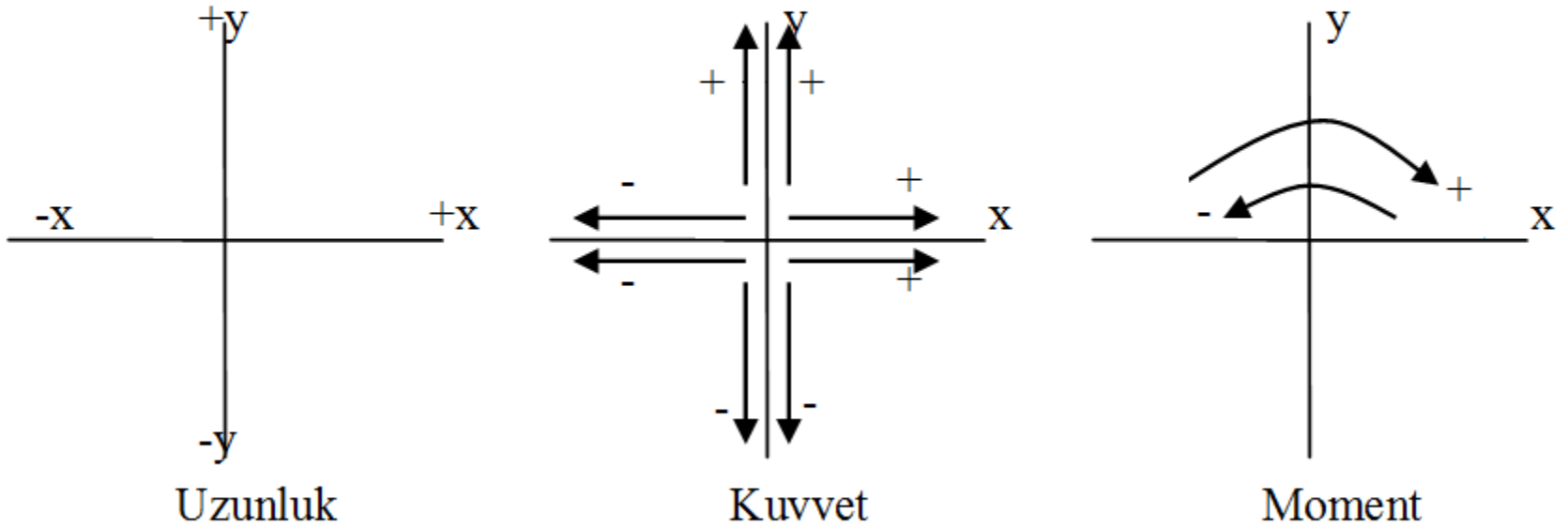
Şekil 2.3. Bir kuvvetin dikdörtgen bileşenleri

KUVVET, MOMENT ve DENG

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

F bileşke kuvvetinin doğrultusu ise bileşenlerin yön işaretlerinden bulunur. Şekil 2.4 'de dikdörtgen koordinat sisteminde uzunluk, kuvvet ve momente ilişkin genellikle kullanılan yön işaretleri gösterilmiştir.



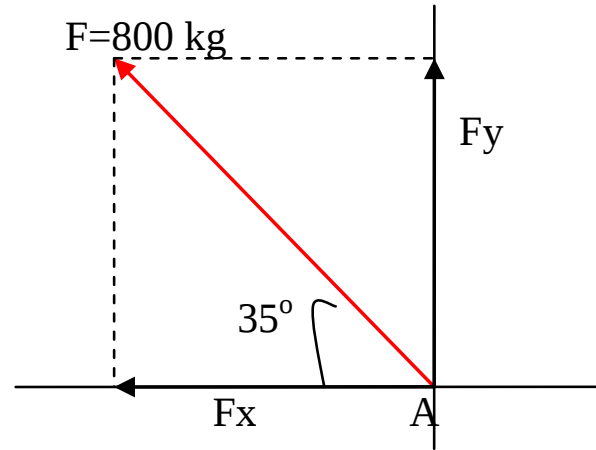
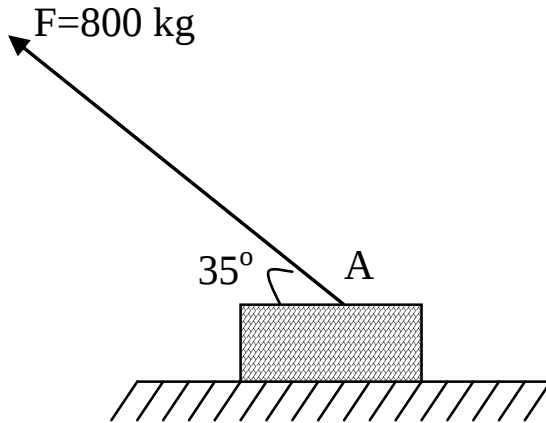
Şekil 2.4. Dikdörtgen koordinat sisteminde uzunluk, kuvvet ve moment ilişkin yön işaretleri

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

Örnek 2.5. Şekilde gösterilen bloğa 800 kg'lık bir kuvvet uygulanmaktadır. Kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.



Çözüm:

$$F_x = F * \cos \alpha = 800 \text{ kg} * \cos 35 = 655,32 \text{ kg} (-)$$

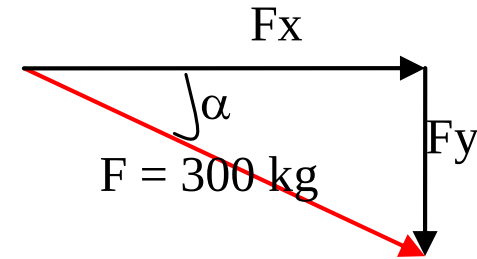
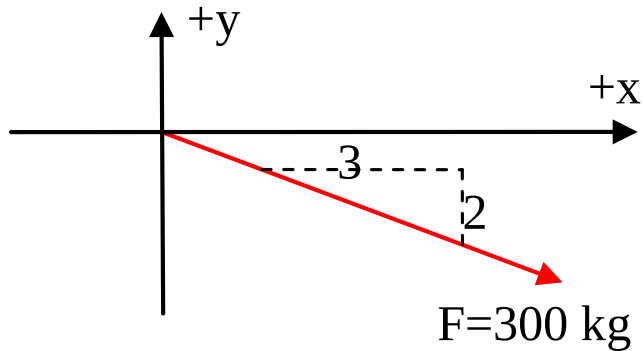
$$F_y = F * \sin \alpha = 800 \text{ kg} * \sin 35 = 458,86 \text{ kg} (+)$$

KUVVET, MOMENT ve DENGE

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

Örnek 2.6. Şekilde verilen kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.



Çözüm:

$$\tan \alpha = 2 / 3 \text{ ise } \alpha = 33,69^\circ$$

$$F_x = F * \cos \alpha = 300 \text{ kg} * \cos 33,69^\circ = 249,62 \text{ kg} (+)$$

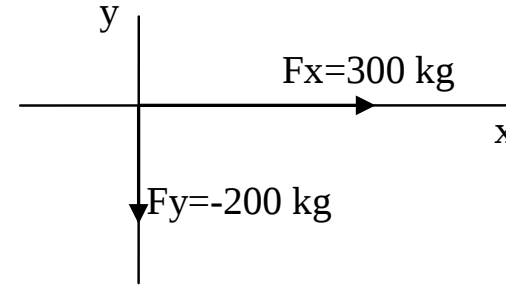
$$F_y = F * \sin \alpha = 300 \text{ kg} * \sin 33,69^\circ = 166,41 \text{ kg} (-)$$

KUVVET, MOMENT ve DENGE

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

Örnek 2.7. Şekilde verilen $F_x = 300 \text{ kg}$ ve $F_y = -200 \text{ kg}$ kuvvetleri için bileşke kuvvetin şiddetini, X eksenine yaptığı α açısını ve kuvvetin yönünü bulunuz.

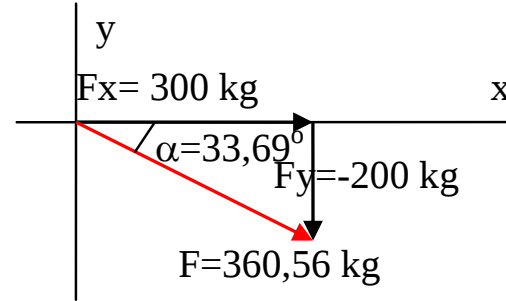


Çözüm:

Bileşke kuvvetin şiddeti;

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{300^2 + (-200)^2} = 360,56 \text{ kg}$$



Yatayla yaptığı açı (eğimi);

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{200}{300} = 0,6667 \text{ ise } \alpha = 33,69^\circ$$

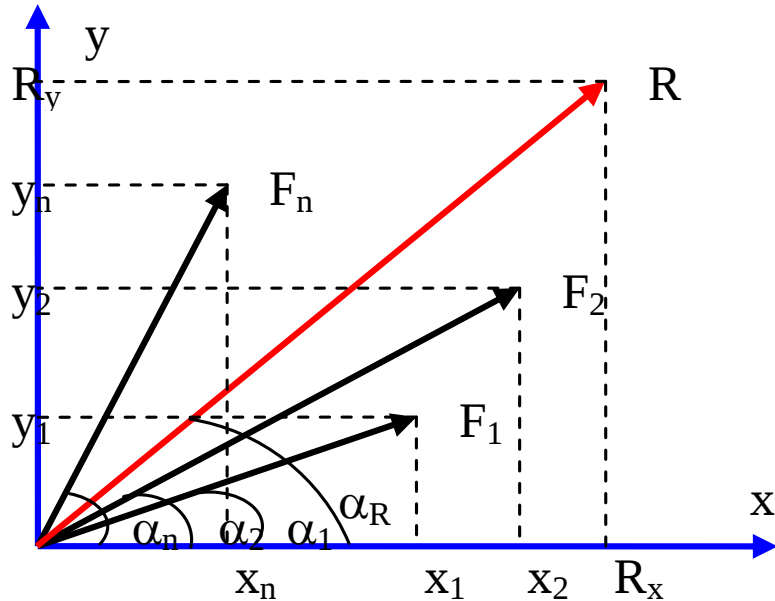
Bileşke kuvvetin yönü, F_x ve F_y bileşenlerinin baş uca eklenip kuvvet üçgeninin elde edilmesiyle bulunur.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

Şekil 2.5 'deki gibi eğer herhangi bir cisme n kuvvetten ($F_1, F_2, \dots, F_n$) oluşan bir kuvvet sistemi etki ediyorsa, bileşke kuvvete ait:



bileşke kuvvetin şiddeti;

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Şekil 2.5. n sayıdaki kuvvetin bileşkesi ve bileşke kuvvetin bileşenleri

X doğrultusundaki dikdörtgen bileşeni;

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i = \sum_{i=1}^n F_{x_i}$$

Y doğrultusundaki dikdörtgen bileşeni;

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i = \sum_{i=1}^n F_{y_i}$$

Bileşke kuvvetin yatayla yaptığı açısı;

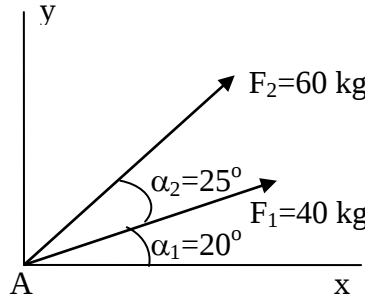
$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} \quad \text{eşitlikleriyle bulunabilir.}$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.1. Kuvvet

2.1.3. Kuvvetlerin dikdörtgen bileşenleri

Örnek 2.8. Şekildeki sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve yerini bulunuz.



Çözüm:

$$F_{1x} = F_1 * \cos \alpha_1 = 40kg * \cos 20 = 37,59 kg$$

$$F_{2x} = F_2 * \cos(\alpha_1 + \alpha_2) = 60kg * \cos 45 = 42,43 kg$$

$$F_{1y} = F_1 * \sin \alpha_1 = 40kg * \sin 20 = 13,68 kg$$

$$F_{2y} = F_2 * \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = 60kg * \sin 45 = 42,43 kg$$

$$R_x = \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} = 37,59kg + 42,43kg = 80,02 kg$$

$$R_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} = 13,68kg + 42,43kg = 56,11 kg$$

Bileşke kuvvetin büyüklüğü:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

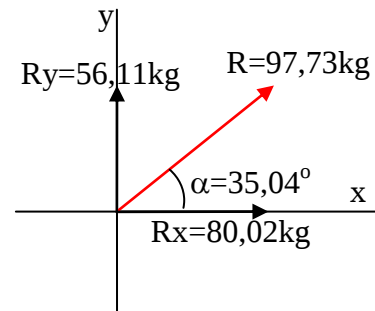
$$R = \sqrt{(80,02)^2 + (56,11)^2}$$

$$R = 97,73 kg$$

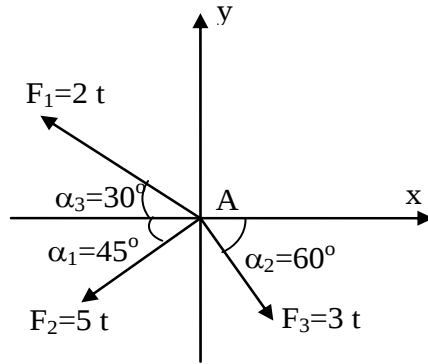
Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = 56,11 kg / 80,02 kg$$

$$\tan \alpha = 0,7012 \quad \text{ise} \quad \alpha = 35,04^\circ$$



Örnek 2.9. Şekildeki sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve yerini bulunuz.



Çözüm:

$$F_{1x} = F_1 * \cos \alpha_3 = 2 t * \cos 30 = 1,73 t (-)$$

$$F_{2x} = F_2 * \cos \alpha_1 = 5 t * \cos 45 = 3,54 t (-)$$

$$F_{3x} = F_3 * \cos \alpha_2 = 3 t * \cos 60 = 1,50 t (+)$$

$$F_{1y} = F_1 * \sin \alpha_3 = 2 t * \sin 30 = 1,00 t (+)$$

$$F_{2y} = F_2 * \sin \alpha_1 = 5 t * \sin 45 = 3,54 t (-)$$

$$F_{3y} = F_3 * \sin \alpha_2 = 3 t * \sin 60 = 2,60 t (-)$$

$$R_x = \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \quad \text{ise}$$

$$R_x = (-1,73 t) + (-3,54 t) + 1,50 t = -3,77 t$$

$$R_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \quad \text{ise}$$

$$R_y = 1,00 t + (-3,54 t) + (-2,60 t) = -5,14 t$$

Kuvvet	Değeri (t)	Açı	X bileşeni F_x (t)	Y bileşeni F_y (t)
F_1	2,00	150°	-1,73	+1,00
F_2	5,00	225°	-3,54	-3,54
F_3	3,00	300°	+1,50	-2,60
			$R_x = \Sigma F_x = -3,77$	$R_y = \Sigma F_y = -5,14$

Bileşke kuvvetin büyüklüğü

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

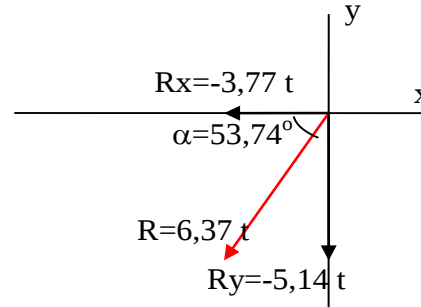
$$R = \sqrt{(-3,77)^2 + (-5,14)^2}$$

$$R = 6,37 t$$

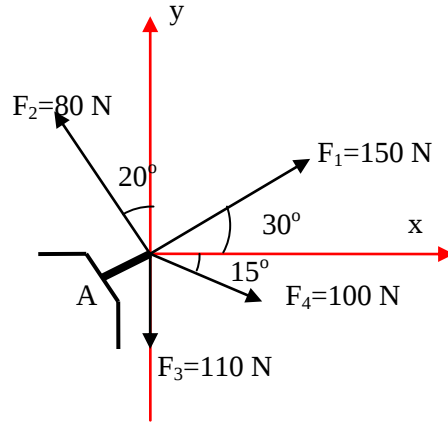
Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = R_y / R_x = 5,14 t / 3,77 t$$

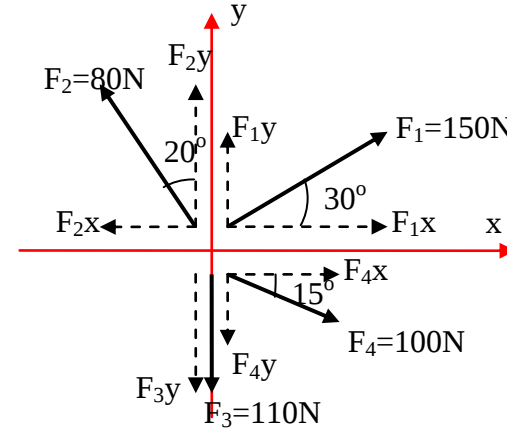
$$\tan \alpha = 1,3634 \quad \text{ise} \quad \alpha = 53,74^\circ$$



Örnek 2.10. Şekildeki sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve yerini bulunuz.



Çözüm:

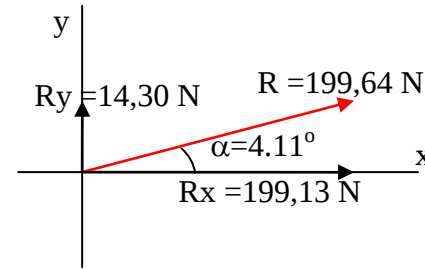


Kuvvet	Değeri (N)	Açı	X bileşeni F_x (N)	Y bileşeni F_y (N)
F_1	150	30°	+129,90	+75,00
F_2	80	110°	-27,36	+75,18
F_3	110	270°	0,00	-110,00
F_4	100	345°	+96,59	-25,88
			$R_x = \Sigma F_x = +199,13$	$R_y = \Sigma F_y = +14,30$

Bileşke kuvvetin büyüklüğü

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(199,13)^2 + (14,30)^2}$$

$$R = 199,64 \text{ N}$$



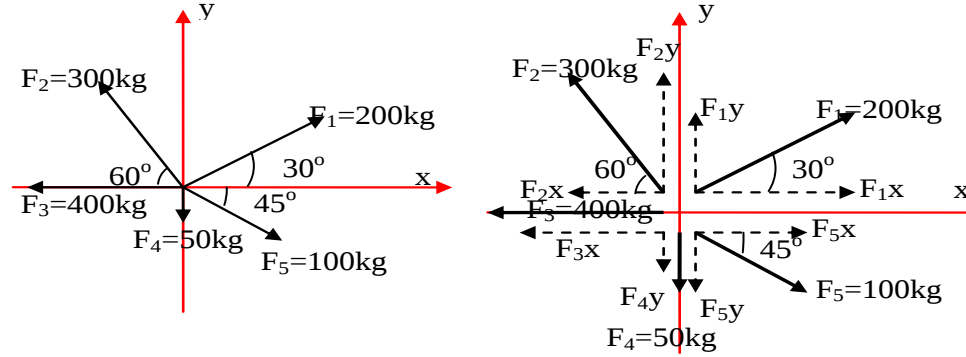
Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = R_y / R_x = 14,30 \text{ N} / 199,13 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = 0,0718 \quad \text{ise} \quad \alpha = 4,11^\circ$$

Örnek 2.11. Şekildeki sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve yerini bulunuz.

Çözüm:



Kuvvet	Değeri (kg)	Açı	X bileşeni F_x (kg)	Y bileşeni F_y (kg)
F_1	200	30°	+173,21	+100,00
F_2	300	120°	-150,00	+259,81
F_3	400	180°	-400,00	0,00
F_4	50	270°	0,00	-50,00
F_5	100	315°	+70,71	-70,71
			$R_x = \Sigma F_x = -306,08$	$R_y = \Sigma F_y = +239,10$

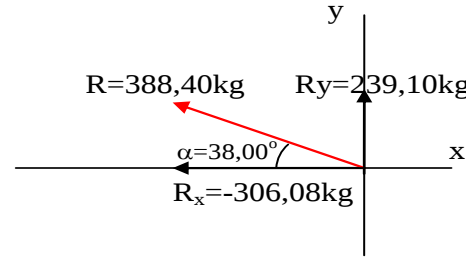
Bileşke kuvvetin büyüklüğü

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

R

$$= \sqrt{(-306,08)^2 + (239,10)^2}$$

$$R = 388,40 \text{ kg}$$



Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = R_y / R_x$$

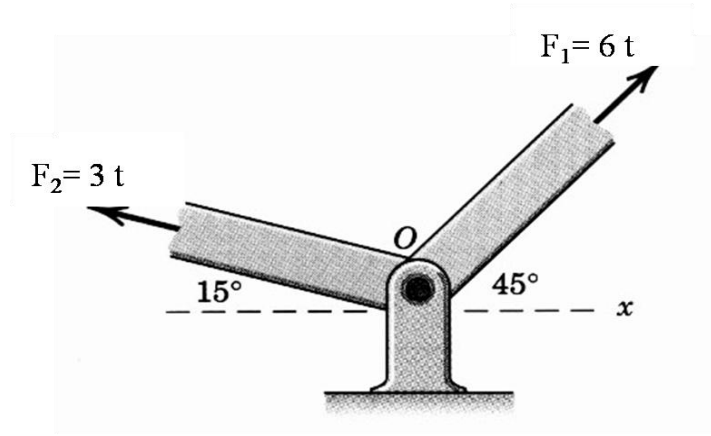
$$\tan \alpha = 239,10 \text{ kg}$$

$$/ 306,08 \text{ kg}$$

$$\tan \alpha = 0,7812 \text{ ise}$$

$$\alpha = 38,00^\circ$$

Örnek 2.12. Şekildeki gibi O noktasında mafsallanmış çubuklar ve F_1 , F_2 çekme kuvvetlerinin etkisinde bulunmaktadır. Bu iki kuvvetin R bileşkesini ve bu bileşkenin x-ekseni ile yaptığı açığı bulunuz.



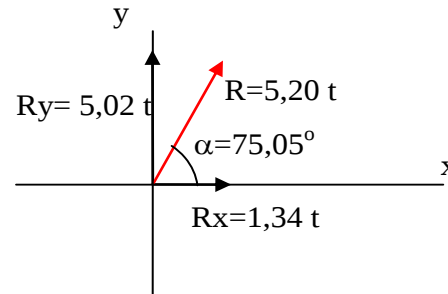
Kuvvet	Değeri (t)	Açı	X bileşeni F_x (t)	Y bileşeni F_y (t)
F_1	6 t	45°	+4,24	+4,24
F_2	3 t	165°	-2,90	+0,78
			$R_x = \Sigma F_x = +1,34$	$R_y = \Sigma F_y = +5,02$

Bileşke kuvvetin büyüklüğü

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{(1,34)^2 + (5,02)^2}$$

$$R = 5,20 \text{ t}$$



Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = R_y / R_x$$

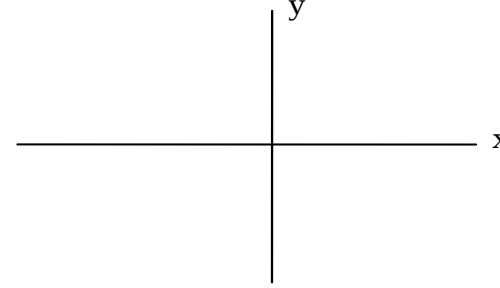
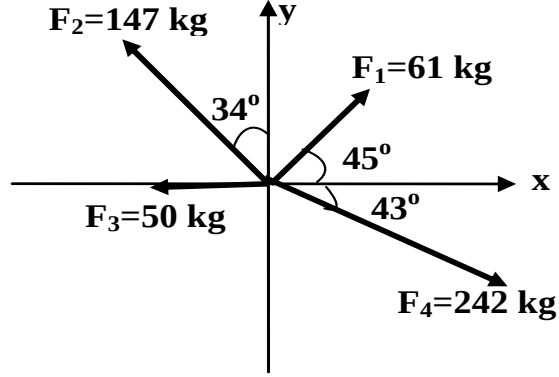
$$\tan \alpha = 5,02 \text{ t} / 1,34 \text{ t}$$

$$\tan \alpha = 3,7462 \text{ ise}$$

$$\alpha = 75,05^\circ$$

KUVVET (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve bu bileşke kuvvetin dik bileşenlerini hesaplayınız, bileşke kuvvetin yerini sağ alttaki koordinat sisteminde gösteriniz. (21 PUAN)



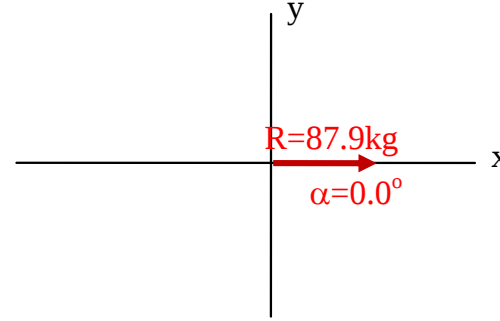
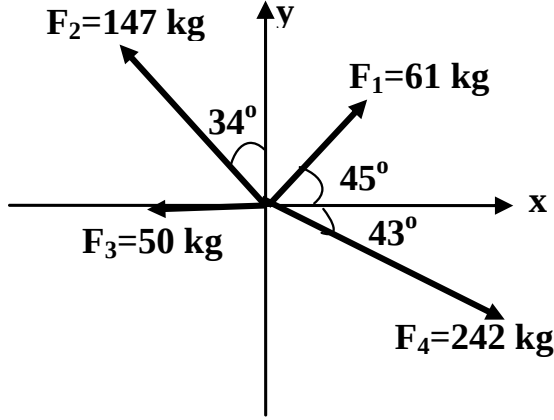
Kuvvet	Değeri (kg)	Açı	X bileşeni F_x (kg)	Y bileşeni F_y (kg)
F_1				
F_2				
F_3				
F_4				
			$R_x = \sum F_x =$	$R_y = \sum F_y =$

Bileşke kuvvetin büyüklüğü:

Bileşke kuvvetin yeri:

KUVVET (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen sistemde kesişen kuvvetlerin bileşkesini ve bu bileşke kuvvetin dik bileşenlerini hesaplayınız, bileşke kuvvetin yerini sağ alttaki koordinat sisteminde gösteriniz. (21 PUAN)



Kuvvet	Değeri (kg)	Açı	X bileşeni Fx (kg)	Y bileşeni Fy (kg)
F ₁	61	45°	+43.1	+43.1
F ₂	147	124°	-82.2	+121.9
F ₃	50	180°	-50.0	0.0
F ₄	242	317°	+177.0	-165.0
			R _x = ΣF _x = +87.9	R _y = ΣF _y = 0.0

Bileşke kuvvetin büyüklüğü:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{(+87.9)^2 + (0.0)^2}$$

$$R = 87.9 \text{ kg}$$

Bileşke kuvvetin yeri:

$$\tan \alpha = R_y / R_x$$

$$\tan \alpha = 0.0 \text{ kg} / 87.9 \text{ kg}$$

$$\tan \alpha = 0.0 \quad \text{ise}$$

$$\alpha = 0.00^\circ$$

KUVVET, MOMENT ve DENGESİ

2.2. Moment

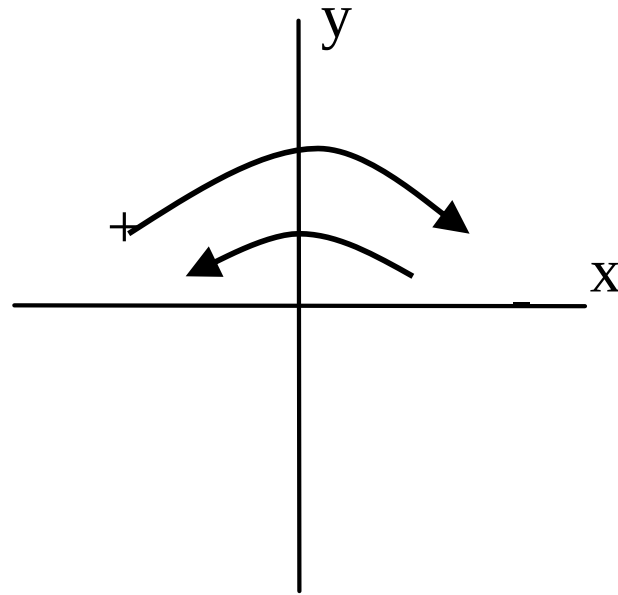
- Bir kuvvetin döndürücü etkisine **moment** denir.
- Yani bir kuvvetin herhangi bir eksen veya doğruya göre momenti, onun söz konusu eksene göre döndürme veya bükme gücünün bir ölçüsüdür.
 - Bir kapının kolundan tutularak açılıp kapanması,
 - araba direksiyonlarının dönmesi,
 - su musluğunun açılıp kapanması,
 - bir anahtarın vidayı açması ya da sıkması

kuvvetin döndürme etkisinden kaynaklanmaktadır.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.2. Moment

- Mekanik problemlerinin moment prensibinin kullanarak çözülmesinde, kuvvetin söz konusu cisme vereceği döndürmenin yönü dikkate alınır (Şekil 2.4).

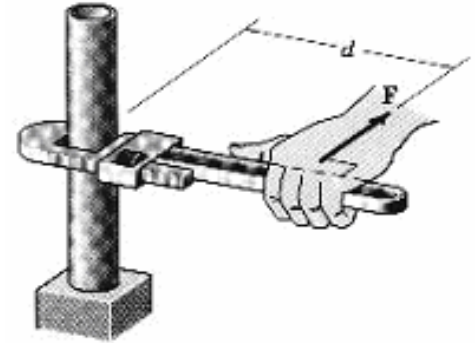
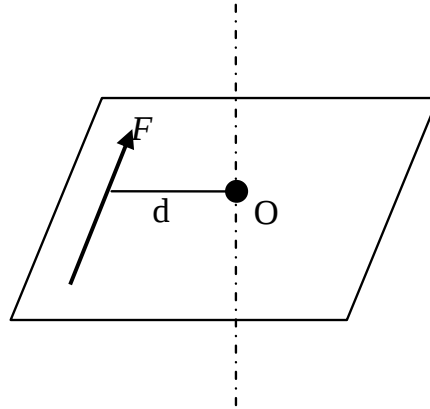


Moment

KUVVET, MOMENT ve DENG

2.2. Moment

- Herhangi bir kuvvetin içinde bulunduğu düzleme dikey olan bir eksene göre momenti, kuvvet ve eksenden kuvvetin tesir çizgisine olan dikme ayağının (kuvvet kolu) çarpımı olarak tanımlanır.
- Örneğin Şekil 2.6 'daki yatay F kuvvetinin bulunduğu düzleme dik Y eksenine göre O noktasına olan momentinin değeri: $M = F * d$ bağıntısı ile hesaplanır.
- Eşitlikteki d mesafesi genellikle kuvvet kolu olarak tanımlanır.



Şekil 2.6. Bir kuvvetin momenti

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.2. Moment

- Eğer kuvvetin tesir çizgisi, momentin alındığı noktadan geçerse kuvvet kolunun değeri sıfır olacağından, momentin o noktaya göre değeri sıfır olacaktır.
- Herhangi bir kuvvetin momenti kuvvet ile kuvvet kolunun çarpımına eşit olduğundan, momentin birimi kuvvet ve mesafe birimlerinin çarpımıdır.
- Kuvvet kilogram ve kuvvet kolu santimetre olarak ifade edilirse momentin birimi kilogram-santimetre (kg.cm),
- kuvvet ton ve kuvvet kolu metre ile ifade edilirse momentin birimi ton-metre (t.m) olacaktır.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.2. Moment

$$M = F * d$$

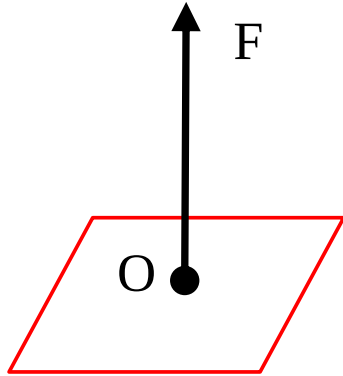
- ifadesi vektörel bir çarpım olduğundan, oluşan moment yine vektörel bir büyüklüktür.
- Genellikle oluşan moment etkisi;
 - saat ibresinin hareketi yönündeyse işaret pozitif (+),
 - tersi yönündeyse işaret negatif (–) dir.
- Örneğin A noktasına göre olan momentin ifadesinde saat ibresinin dönme yönü pozitif olarak kabul edilmişse, bu durumda toplam moment $\sum M_A$ şeklinde gösterilir.

KUVVET, MOMENT ve DENG

2.2. Moment

2.2.1. Moment kuralları

- a) Kuvvetin kendi uygulama noktasına göre momenti sıfırdır (Şekil 2.7).



Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momenti sıfırdır

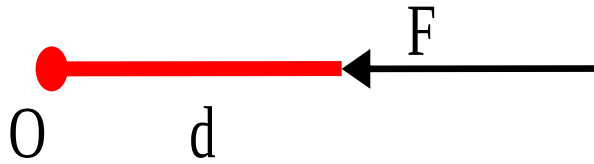
Şekil 2.7. Kuvvetin kendi uygulama noktasına göre momenti

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.2. Moment

2.2.1. Moment kuralları

b) Kuvvetin doğrultusu üzerindeki bir noktaya göre momenti sıfırdır (Şekil 2.8).



d uzunluğundaki çubuğa şekildeki gibi uygulanan F kuvvetinin O noktasına göre momenti sıfırdır.

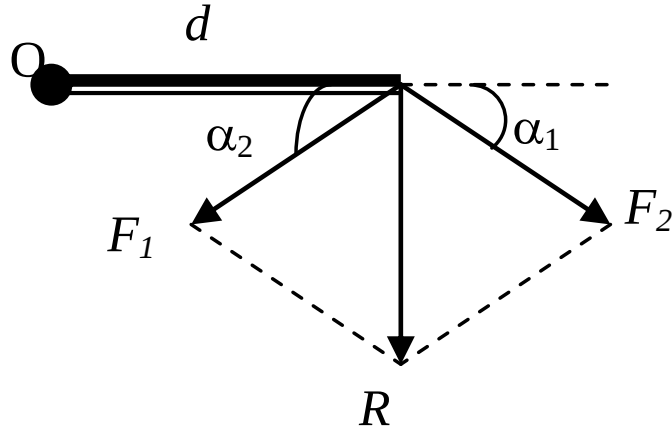
Şekil 2.8. Kuvvetinin doğrultusu üzerindeki bir noktaya göre momenti

KUVVET, MOMENT ve DENGE

2.2. Moment

2.2.1. Moment kuralları

c) Bir sisteme birden çok kuvvet etki ediyorsa bu kuvvetlerin bir noktaya göre momentlerinin bileşkesi kuvvetin momentine eşittir (Şekil 2.9).



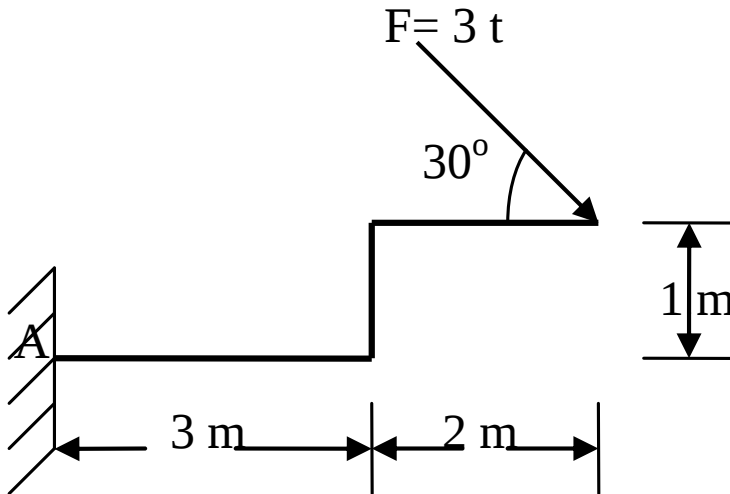
Şekildeki F_1 ve F_2 kuvvetlerinin O noktasına göre momentleri

$$M = R * d$$

Şekil 2.9. Birden çok kuvvetin momentleri

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

Örnek 2.13. Şekildeki sistemde A noktasında oluşan momenti hesaplayalım



$$M_A = (F_x * 1m) + (F_y * 5m)$$

$$M_A = (F * \cos 30 * 1m) + (F * \sin 30 * 5m)$$

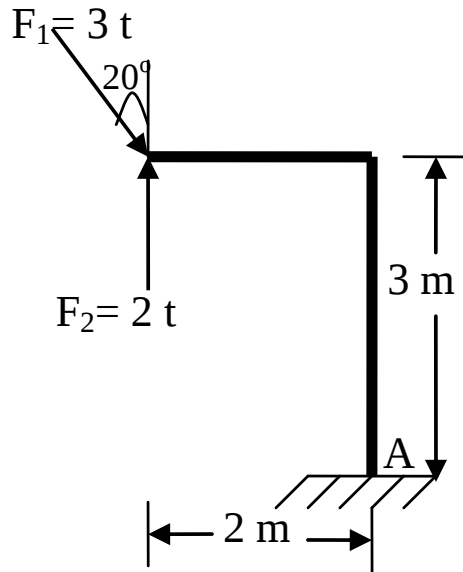
$$M_A = (3t * \cos 30 * 1m) + (3t * \sin 30 * 5m)$$

$$M_A = 10,10 \text{ t.m (+)}$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.2. Moment

Örnek 2.14. Şekildeki kuvvetlerin A noktasında oluşturacağı moment nedir?



$$M_A = +(F_{1x} * 3m) - (F_{1y} * 2m) + (F_2 * 2m)$$

$$M_A = +(F_1 * \cos 70 * 3m) - (F_1 * \sin 70 * 2m) + (F_2 * 2m)$$

$$M_A = +(3t * \cos 70 * 3m) - (3t * \sin 70 * 2m) + (2t * 2m)$$

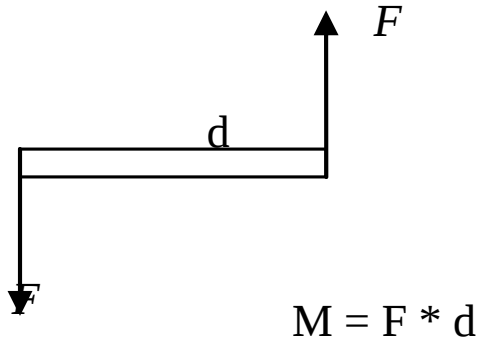
$$M_A = 1,44 \text{ t m (+)}$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

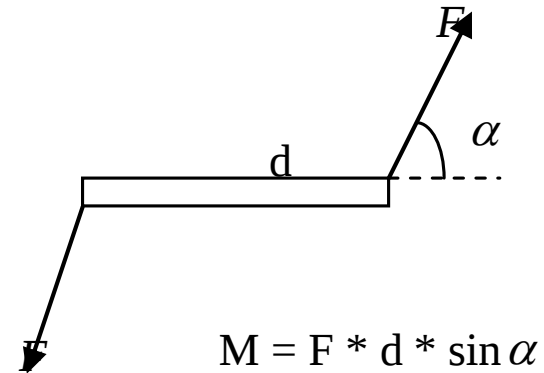
2.2. Moment

2.2.2. Kuvvet çifti

- Şekil 2.10 ve 2.11 'deki gibi aynı düzlemde olup uygulama noktaları farklı, büyüklükleri eşit, zıt yönlü iki kuvvetin oluşturduğu sisteme **kuvvet çifti** denir.
- Kuvvet çiftinin her noktaya göre momenti, kuvvetlerden biri ile kuvvetlerin uygulama noktaları arasındaki dik uzaklığın çarpımına eşittir.



Şekil 2.10. Dik kuvvet çifti



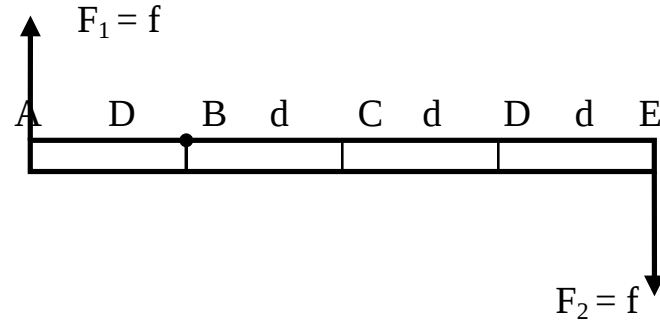
Şekil 2.11. Açılı kuvvet çifti

KUVVET, MOMENT ve DENGE

2.2. Moment

2.2.2. Kuvvet çifti

Örnek 2.15. Şekildeki A ve E noktalarına F_1 ve F_2 kuvvetleri uygulanmıştır. Bu kuvvetlerin A, B, C, D ve E noktalarına göre momenti sırasıyla M_A , M_B , M_C , M_D , M_E dir. Buna göre bu momentler arasında nasıl bir ilişki vardır?



Çözüm:

F_1 ve F_2 kuvvetleri aynı büyüklükte ve ters yönlü kuvvetler olduklarından bir kuvvet çifti oluştururlar. Kuvvet çiftlerinin kuvvetler arasındaki her noktaya göre toplam momentleri aynı olup kuvvetlerden biri ile kuvvetler arasındaki uzaklığın çarpımıyla bulunur.

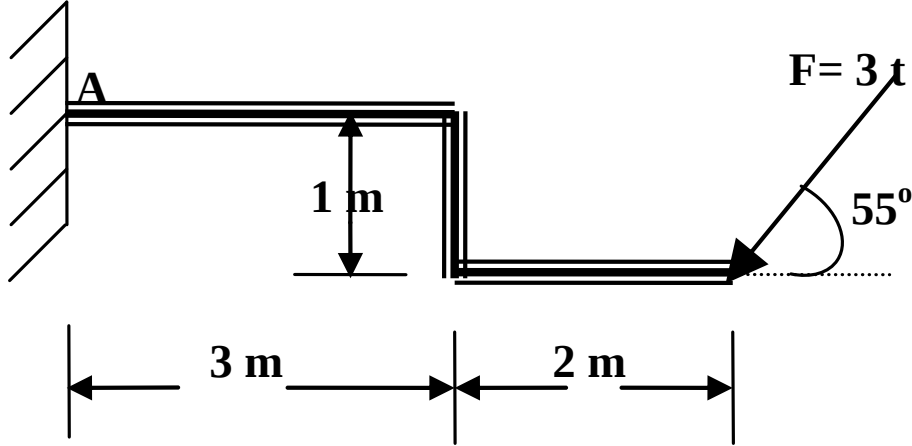
A noktasına göre moment:	M_A	$= F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot 4d$	$= 0 + 4fd$	$= 4fd$
B noktasına göre moment:	M_B	$= F_1 \cdot d + F_2 \cdot 3d$	$= fd + 3fd$	$= 4fd$
C noktasına göre moment:	M_C	$= F_1 \cdot 2d + F_2 \cdot 2d$	$= 2fd + 2fd$	$= 4fd$
D noktasına göre moment:	M_D	$= F_1 \cdot 3d + F_2 \cdot d$	$= 3fd + fd$	$= 4fd$
E noktasına göre moment:	M_E	$= F_1 \cdot 4d + F_2 \cdot 0$	$= 4fd + 0$	$= 4fd$

Buna göre her noktaya göre moment $M = 4fd$ yani

$$M_A = M_B = M_C = M_D = M_E \text{ olur.}$$

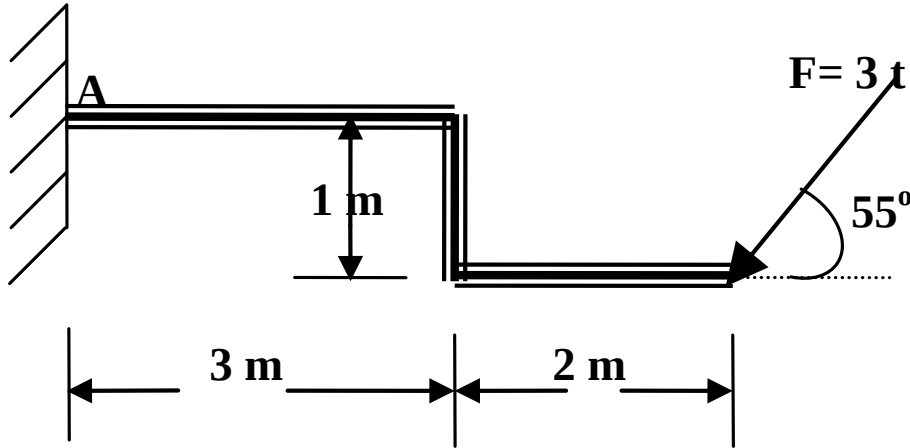
MOMENT (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen sistemin A noktasında oluşan momentin değerini hesaplayınız. (10 PUAN)



MOMENT (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen sistemin A noktasında oluşan momentin değerini hesaplayınız. (10 PUAN)



$$M_A = + (F_x * 1m) + (F_y * 5m)$$

$$M_A = +(F * \cos 55 * 1m) + (F * \sin 55 * 5m)$$

$$M_A = +(3t * \cos 55 * 1m) + (3t * \sin 55 * 5m)$$

$$M_A = 14.01 \text{ t.m (+)}$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

- Bir cisim dengede ise,
 - ya sabit hızlı düzgün doğrusal hareket yapıyor,
 - ya bir eksen etrafında sabit hızla dönüyor,
 - ya da duruyor demektir.
- Cisimlerin sabit hızlı hareket haline **kinetik denge**,
- hareketsiz durumlarına ise **statik denge** denir.
- Bir cisim için iki tür hareket söz konusudur.
- Bunlar öteleme ve dönme hareketleridir.

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

2.3.1. Öteleme dengesi

- Bir cisim öteleme hareketi bakımından dengede kalabilmesi için, cisme etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfıra eşit olmalıdır.

$$R = 0$$

- Bu durumda cisme yatay ve düşey doğrultuda etkiyen kuvvetlerin bileşkeleri de sıfıra eşit olur.

$$R_x = F_x = 0$$

$$R_y = F_y = 0$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

2.3.2. Dönme dengesi

- Cisme etki eden kuvvetlerin bir noktaya veya bir eksene göre momentlerinin cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. Yani;

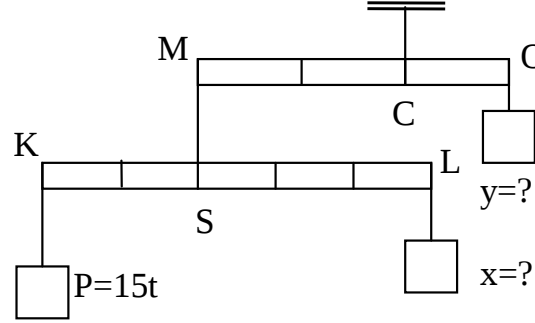
$$M = 0$$

- Bu durumda cisim
 - ya dönmez
 - ya da sabit hızla dönmesine devam eder.

KUVVET, MOMENT ve DENGES

2.3. Denge

Örnek 2.16. Ağırlıkları önemsiz türdeş ve eşit bölmeli çubuklar şekildeki gibi dengededir. x ve y çubuklarının ağırlıkları kaçar tondur?



Çözüm:

KL çubuğu S noktasından asıldığına dengede olduğuna göre bu noktaya göre moment alınırsa $+\circlearrowleft \Sigma M_S = 0$ olmalıdır. Bu durumda;

$$+\circlearrowleft \Sigma M_S = 0 = x * 3 - P * 2 \text{ ise } x * 3 = P * 2 \text{ ve } x = 15t * 2/3 \text{ ise } x = 10t$$

Böylece KL çubuğunun MO çubuğuna toplam etkisi:

$$15t + 10t = 25t \text{ dur.}$$

Benzer şekilde MO çubuğu C noktasından asıldığına dengede olduğuna göre bu noktaya göre moment alınırsa $+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$ olmalıdır. Bu durumda;

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0 = y * 1 - 25 * 2 \text{ ise } y = 25 * 2 = 50t \text{ olarak bulunur.}$$

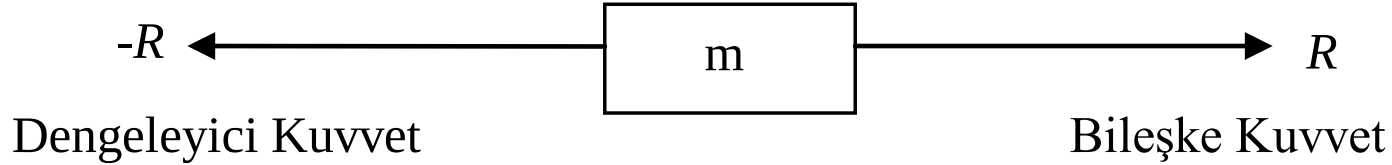
KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

2.3.3. Dengeleyici kuvvet

Bir cisme etkiyen bileşke kuvvetin dengeleyeni bu kuvvetle eşit büyüklükte ve zıt yönde bir kuvvettir (Şekil 2.12). Bu durumda dengeleyici kuvvet ve bileşke kuvvet arasındaki ilişki:

$$R = - R \text{ olur}$$



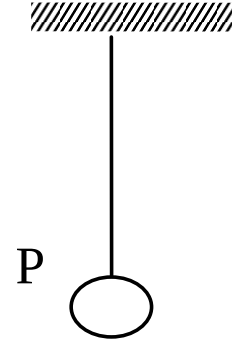
Şekil 2.12. Cisimlere etki eden dengeleyici kuvvet

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

2.3.3. Dengeleyici kuvvet

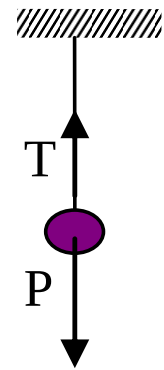
Örnek 2.17. Ağırlığı $P = 10 \text{ t}$ olan cisim şekildeki gibi dengededir. Buna göre ipteki gerilme kuvveti neye eşittir?



Çözüm: Cisim dengede olduğuna göre; $R = 0$ 'dır. Cisme etki eden kuvvetlerden birisi ağırlığı diğeri ipi geren kuvvettir.

$R = P + T = 0$ yazılarak $P = -T$ bulunur.

Cismin ağırlığı 10 t ise ipteki gerilme kuvveti de; $T=10 \text{ t}$ olarak bulunur.

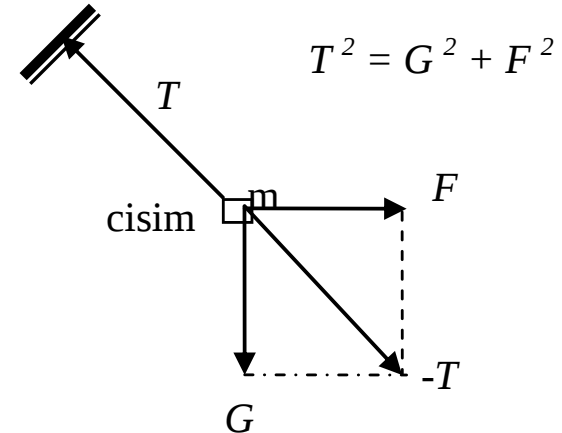


KUVVET, MOMENT ve DENGESİ

2.3. Denge

2.3.4. Kesişen kuvvetlerin dengesi

- Kesişen üç kuvvetin etkisindeki bir cisim dengede olması için herhangi iki kuvvetin bileşkesi üçüncü kuvvete büyüklükçe eşit ve zıt yönlü olmalıdır.
- Şekil 2.13 'deki m cismine etkiyen kuvvetler, yatay yöndeki F, düşey yöndeki G kuvvetleridir.
- Bu kuvvetlerin bileşkesi
–T kuvvetidir.
- –T kuvvetini dengeleyen kuvvet ise T kuvvetidir.



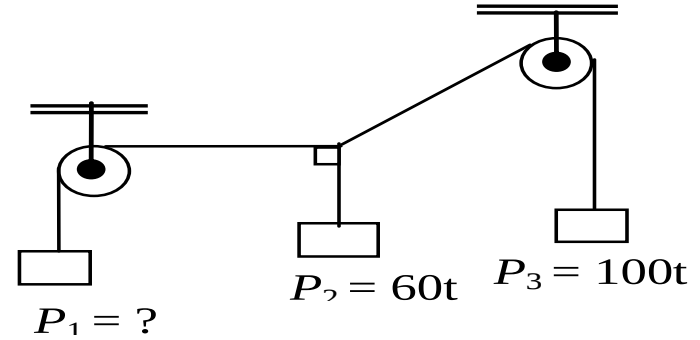
Şekil 2.13. Kesişen kuvvetlerin dengesi

KUVVET, MOMENT ve DENGESİ

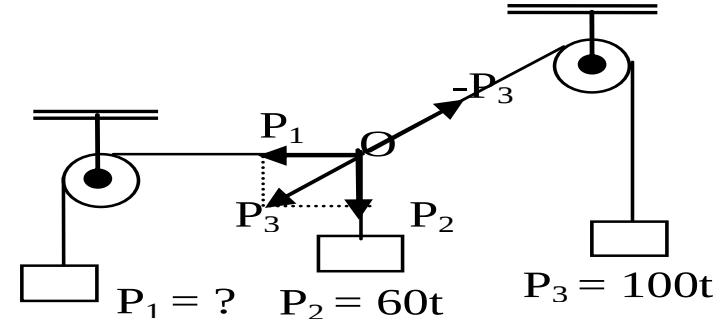
2.3. Denge

2.3.4. Kesişen kuvvetlerin dengesi

Örnek 2.18. P_1 , P_2 , P_3 yükleri
şekildeki gibi dengede ise P_1 yükü
kaç tondur?



Çözüm: O noktasına kesişen üç kuvvet etki etmektedir. O noktasının dengede olabilmesi için, herhangi iki kuvvetin bileşkesinin üçüncü kuvvete eşit ve zıt yönlü olması gerekmektedir. Buna göre Pisagor teoreminden



$$P_3^2 = P_1^2 + P_2^2$$

$$10000 = P_1^2 + 3600$$

$$P_1^2 = 6400$$

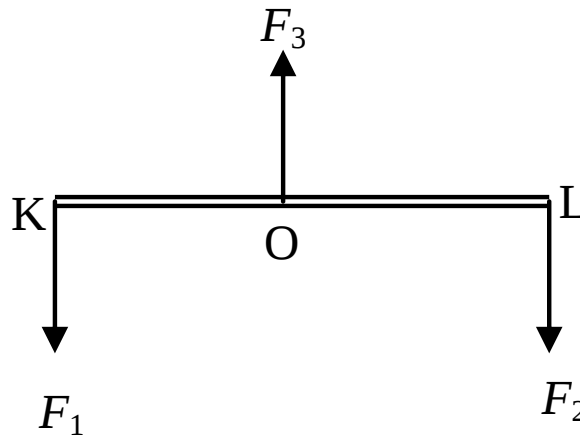
$$P_1 = 80 \text{ N olarak bulunur}$$

KUVVET, MOMENT ve DENGİ

2.3. Denge

2.3.5. Paralel kuvvetlerin dengesi

- Paralel kuvvetlerin etkisinde kalan bir cismin dengede olabilmesi için:
 - Bileşke kuvvet 0 olmalıdır ($R = 0$)
 - Toplam moment 0 olmalıdır. Yani herhangi bir noktaya göre saatin dönme yönündeki moment, diğer yöndeki momente eşit olmalıdır.



$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_1 + F_2 = -F_3$$

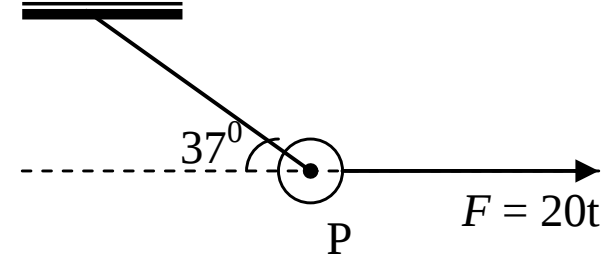
Şekil 2.14. Paralel kuvvetlerin dengesi

KUVVET, MOMENT ve DENGESİ

2.3. Denge

2.3.5. Paralel kuvvetlerin dengesi

Örnek 2.19. Şekildeki gibi bir sistemde P ağırlığı F kuvveti ile dengede tutuluyor. P ağırlığı kaç t'dur?



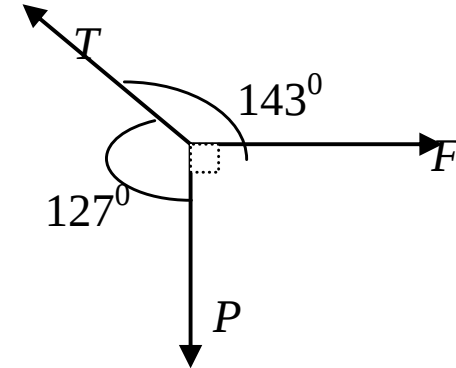
Çözüm:

Lami Teoremini uygulanırsa,

$$\frac{T_1}{\sin 90} = \frac{T_2}{\sin 127} = \frac{P}{\sin 143}$$

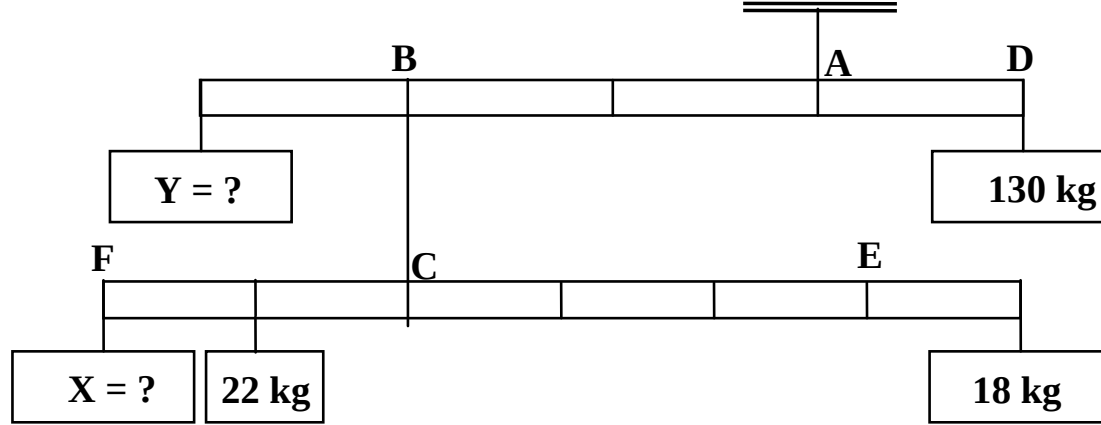
$$\frac{20t}{0,80} = \frac{P}{0,60}$$

$$P = 20t * 0,60/0,80 \quad \text{ise} \quad P = 15 t$$



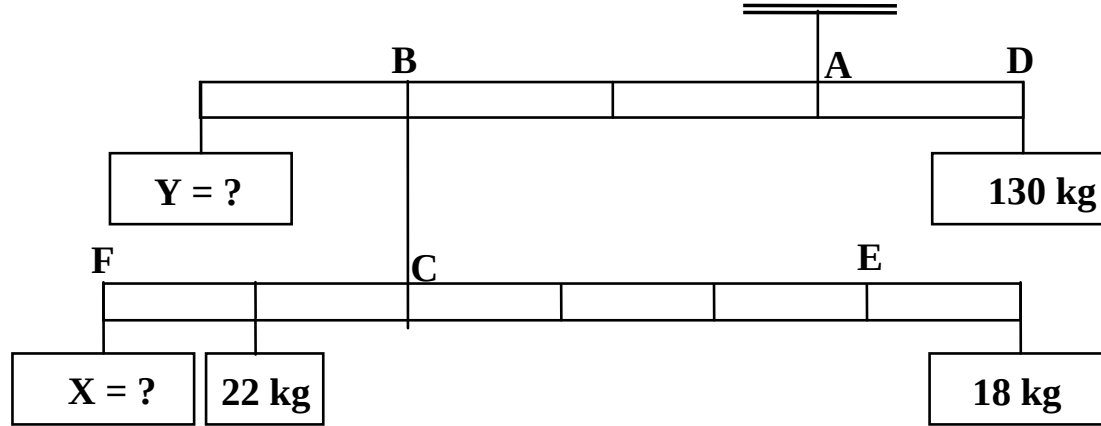
DENGE (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen ağırlıkları önemsiz türdeş ve eşit bölmeli çubuklar dengede olduğuna göre X ve Y kuvvetleri hesaplayınız. (15 PUAN)



DENGE (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Aşağıdaki şekilde verilen ağırlıkları önemsiz türdeş ve eşit bölmeli çubuklar dengede olduğuna göre X ve Y kuvvetleri hesaplayınız. (15 PUAN)



Alttaki çubuk C noktasından asıldığında dengede olduğuna göre bu noktaya göre moment alınırsa:

$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$ olmalıdır. Bu durumda;

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0 = 18\text{kg} * 4 - X * 2 - 22 * 1 \quad \text{ise} \quad 72\text{kg} - 22\text{kg} = X * 2 \quad \text{ise} \quad X = 25\text{kg}$$

Böylece alt çubuğunun üst çubuğuna toplam etkisi = $22\text{kg} + 18\text{kg} + 25\text{kg} = 65\text{kg}$ dur.

Benzer şekilde üstteki çubuk A noktasından asıldığında dengede olduğuna göre bu noktaya göre moment alınırsa $+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$ olmalıdır. Bu durumda;

$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 = 130\text{kg} * 1 - 65\text{kg} * 2 - Y * 1 \quad \text{ise} \quad Y = 130\text{kg} - 130\text{kg} \quad \text{ise} \quad Y = 0$$